

## ДИФфуЗИОННЫЙ ПЕРЕНОС В ШАРООБРАЗНОЙ ГРАНУЛЕ С ИДЕАЛЬНЫМ КОНТАКТОМ ДВУХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ РАЗНОПРОНИЦАЕМЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПЕРВОГО РОДА

**Д.А. Коновалов, А.В. Рязских, А.А. Хвостов, Е.А. Соболева**

*Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Российская Федерация  
E-mail: dmikonovalov@yandex.ru, ryazskihav@bk.ru.*

Нестационарный перенос вещества по диффузионному механизму в осесимметричной двухслойной шарообразной грануле с разными проницаемостями при идеальном контакте представлен системой параболических уравнений в формате 1-D сферических координат. На внешней поверхности гранулы поддерживается постоянная концентрация диффундирующей среды, а на границе сопряжения слоев применено граничное условие четвертого рода. Попытка решить аналогичную задачу по постановке методом одностороннего полуограниченного интегрального преобразования Лапласа не приводит к физически обоснованному решению, т. к. для малых значений времени решение неустойчиво и не удовлетворяет критерию сходимости с увеличением числа членов получающегося в результате ряда. Однако если применить для интегрирования исходной системы классический метод разделения переменных, то полученное решение, оказывается, удовлетворяет каждому уравнению системы и тождественно выполняет начально-краевые условия. Исследуемая задача имеет важное практическое приложение для оценки кинетического коэффициента постулата Глюкауфа скорости переноса однофазной среды в бидисперсном гранулированном материале в приближении гипотетической линейной модели с сосредоточенными параметрами.

*Ключевые слова:* двухслойная шарообразная гранула; диффузия; граничные условия четвертого рода; аналитическое решение.

**Введение.** Аппараты с зернистыми слоями широко распространены в различных предметно-ориентированных областях для проведения массообменных процессов, например, таких как адсорбция, катализ, рекуперация отработанного тепла из высокотемпературных гранулированных материалов, очистка мембранных биореакторов и т. д. [1]. Кинетику этих процессов определяют явления переноса в масштабе дисперсных частиц, имеющих, как правило, неоднородную структуру [2]. Использование осредненных по объему (массе) гранул параметров, характеризующих скорость переноса без учета их внутренней структуры, упрощает математическую формулировку путем сведения ее к классической постановке (постулат Глюкауфа) [3], но получаемые при этом результаты не вполне согласуются с экспериментальными данными [4]. Такой подход может быть использован безальтернативно, если распределение неоднородностей в грануле неизвестно заранее. В практически важных случаях, таких как адсорбция в неподвижном, движущемся или псевдосжиженном слое гранул адсорбента с бидисперсной структурой, неоднородность заранее задана [5], что существенно облегчает идентификацию локальных полей концентрации диффундирующего вещества. В этой связи заслуживает внимания постановка задачи в формате 1-D в сферической системе координат об охлаждении системы двух сфер, одна из которых вложена осесимметрично в другую [6], причем структура математической модели аналогична формулировке модели переноса вещества диффузией с идеальным контактом на границе сопряжения областей из-за одинакового математического представления законов Фурье и Фика:

$$\frac{\partial c_1(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{D_1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial c_1(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad 0 \leq r < r_1, \quad \tau > 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_2(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{D_2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial c_2(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad r_1 \leq r < r_2, \quad \tau > 0; \quad (2)$$

$$c_1(r, 0) = c_2(r, 0) = c_0 = \text{const}; \quad (3)$$

$$c_1(r_1, \tau) = c_2(r_1, \tau); \quad (4)$$

$$D_1 \frac{\partial c_1(r_1, \tau)}{\partial r} = D_2 \frac{\partial c_2(r_1, \tau)}{\partial r}; \quad (5)$$

$$c_2(r_2, \tau) = c_s = \text{const}; \quad (6)$$

$$c_1(0, \tau) \neq \infty, \quad (7)$$

где  $\tau$  – время;  $r$  – радиальная координата;  $r_{1,2}$  – радиусы областей;  $c_{1,2}$  и  $D_{1,2}$  – локальные концентрации и коэффициенты диффузии в грануле при  $0 \leq r \leq r_1$  и  $r_1 \leq r < r_2$  соответственно. Явные выражения  $c_{1,2}(r, \tau)$ , полученные, как и в [6], методом интегрального преобразования Лапласа, тождественно удовлетворяют уравнениям системы и граничным условиям, однако начальные условия не выполняются, поэтому они справедливы для  $\tau \gg \theta$ .

В связи с этим целью исследования является решение системы (1)–(7), справедливое во всем диапазоне изменения  $\tau$  и применение его для оценки кинетического параметра в постулате Глюкауфа о скорости переноса однокомпонентной среды в линейной модели с сосредоточенными параметрами с учетом внутренней структуры гранулы.

**Решение.** Система (1)–(7) представлена в безразмерной форме:

$$\frac{\partial C_1(R, \theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^2 \frac{\partial C_1(R, \theta)}{\partial R} \right], \quad 0 \leq R < 1, \quad \theta > 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial C_2(R, \theta)}{\partial \theta} = \frac{D}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R^2 \frac{\partial C_2(R, \theta)}{\partial R} \right], \quad 1 \leq R < \eta, \quad \theta > 0; \quad (9)$$

$$C_1(R, 0) = C_2(R, 0) = 1; \quad (10)$$

$$C_1(1, \theta) = C_2(1, \theta); \quad (11)$$

$$\frac{\partial C_1(1, \theta)}{\partial R} = D \frac{\partial C_2(1, \theta)}{\partial R}; \quad (12)$$

$$C_2(\eta, \theta) = 0; \quad (13)$$

$$C_1(0, \theta) \neq \infty \quad (14)$$

с помощью относительных переменных:  $\theta = \tau D_1 / r_1^2$ ;  $R = r / r_1$ ;  $D = D_2 / D_1$ ;  $C_{1,2}(R, \theta) = [c_{1,2}(r, \tau) - c_s] / (c_0 - c_s)$ ;  $\eta = r_2 / r_1$ . Следуя адаптированному методу разделения переменных Фурье к подобным постановкам [7], структура решения (8) и (9) выбрана в виде

$$C_{1,2}(R, \theta) = \Psi_{1,2}(R) \cdot \Gamma(\theta), \quad (15)$$

где неизвестные функции  $\Psi_{1,2}(R)$  и  $\Gamma(\theta)$ , как следует из (8)–(15), определяются соответственно из решения краевой задачи:

$$\frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left[ R^2 \frac{d\Psi_1(R)}{dR} \right] + \mu^2 \Psi_1(R) = 0; \quad (16)$$

$$\frac{D}{R^2} \frac{d}{dR} \left[ R^2 \frac{d\Psi_2(R)}{dR} \right] + \mu^2 \Psi_2(R) = 0; \quad (17)$$

$$\Psi_1(1) = \Psi_2(1); \quad (18)$$

$$\frac{d\Psi_1(1)}{dR} = D \frac{d\Psi_2(1)}{dR}; \quad (19)$$

$$\Psi_2(\eta) = 0; \quad (20)$$

$$\Psi_1(0) \neq \infty \quad (21)$$

и задачи Коши

$$\frac{d\Gamma(\theta)}{d\theta} + \mu^2\Gamma(\theta) = 0, \quad (22)$$

$$\Gamma(0) = 1, \quad (23)$$

где  $\mu$  – собственные значения.

Общие решения (16), (17):

$$\Psi_1(R) = A_1 \sin(\mu R)/R + B_1 \cos(\mu R)/R; \quad (24)$$

$$\Psi_2(R) = A_2 \sin(\mu R/\sqrt{D})/R + B_2 \cos(\mu R/\sqrt{D})/R, \quad (25)$$

причем в силу (21)  $B_1 \equiv 0$ , а остальные константы интегрирования в соответствии с (18) – (20) должны удовлетворять матричному уравнению

$$[\Lambda][X]^T = [0]^T, \quad (26)$$

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \sin \mu & -\sin\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) & -\cos\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) \\ \frac{-\sin \mu + \mu \cos \mu}{D} & \sin\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) - \frac{\mu}{\sqrt{D}} \cos\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) & \cos\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) + \frac{\mu}{\sqrt{D}} \sin\left(\frac{\mu}{\sqrt{D}}\right) \\ 0 & \frac{1}{\eta} \sin\left(\frac{\mu\eta}{\sqrt{D}}\right) & \frac{1}{\eta} \cos\left(\frac{\mu\eta}{\sqrt{D}}\right) \end{bmatrix},$$

$$[X] = [A_1, A_2, B_2]; [0] = [0, 0, 0].$$

Собственные значения  $\mu$  найдены из уравнения  $\det[\Lambda] = 0$ , которое имеет компонентный вид

$$\left[ \left(1 - \frac{1}{D}\right) \sin \mu + \frac{\mu}{D} \cos \mu \right] \sin \left[ (1 - \eta) \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right] - \frac{\mu}{\sqrt{D}} \sin \mu \cos \left[ (1 - \eta) \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right] = 0. \quad (27)$$

Положив, например,  $A_1 = 1$ , из (26) определены остальные постоянные:

$$A_2 = \sin \mu \sin \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right) + \frac{\sqrt{D}}{\mu} \left( 1 - \frac{1}{D} \right) \sin \mu \cos \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right) + \frac{1}{\sqrt{D}} \cos \mu \cos \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right); \quad (28)$$

$$B_2 = -\frac{\sqrt{D}}{\mu} \left( 1 - \frac{1}{D} \right) \sin \mu \sin \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right) - \frac{1}{\sqrt{D}} \cos \mu \sin \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right) + \sin \mu \cos \left( \frac{\mu}{\sqrt{D}} \right). \quad (29)$$

Из (22), (23) следует, что  $\Gamma(\theta) = \exp(-\mu^2\theta)$ , и тогда

$$C_i(R, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_i(R)}{N_n} \left[ \int_0^1 \xi^2 \Psi_1(\xi) d\xi + \int_1^{\eta} \xi^2 \Psi_2(\xi) d\xi \right] \exp(-\mu_n^2\theta), \quad i = 1, 2, \quad (30)$$

где

$$N_n = \int_0^1 \xi^2 \Psi_1^2(\xi) d\xi + \int_1^{\eta} \xi^2 \Psi_2^2(\xi) d\xi,$$

$\mu_n$  – корни (27).

Детализация (30) с учетом (24), (25) и (28), (29) и выбором направления потока вещества

$$Q_i(R, \theta) = 1 - C_i(R, \theta) \quad (31)$$

позволила записать решение:

$$Q_1(R, \theta) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F(\mu_n, D, \eta) + \Phi(\mu_n, D, \eta) \right] \sin(\mu_n R) \cdot \exp(-\mu_n^2\theta) / [R\Omega(\mu_n, D, \eta)]; \quad (32)$$

$$Q_2(R, \theta) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F(\mu_n, D, \eta) + \Phi(\mu_n, D, \eta) \right] \left[ A_2 \sin\left(\frac{\mu_n R}{\sqrt{D}}\right) + \right.$$

$$+ B_2 \cos\left(\frac{\mu_n R}{\sqrt{D}}\right) \cdot \exp(-\mu_n^2 \theta) / [R \Omega(\mu_n, D, \eta)], \quad (33)$$

где

$$F(\mu_n, D, \eta) = -\frac{\mu_n \cos \mu_n - \sin \mu_n}{\mu_n^2} + A_2 \left[ -\cos\left(\frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) \mu_n \eta D + \right. \\ \left. + \cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{D}}\right) \mu_n D + D \sqrt{D} \sin\left(\frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) - D \sqrt{D} \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{D}}\right) \right] / (\mu_n^2 \sqrt{D}); \\ \Phi(\mu_n, D, \eta) = B_2 \left[ \sin\left(\frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) \mu_n D \eta - \sin\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{D}}\right) D \mu_n + D \sqrt{D} \cos\left(\frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) - D \sqrt{D} \cos\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{D}}\right) \right] / (\mu_n^2 \sqrt{D}); \\ \Omega(\mu_n, D, \eta) = \left\{ \mu_n - \frac{1}{2} \cos(2\mu_n) + (B_2^2 - A_2^2) \left[ \frac{1}{2} \sqrt{D} \sin\left(\frac{2\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \sqrt{D} \sin\left(\frac{2\mu_n}{\sqrt{D}}\right) + \mu_n (1 - \eta) \right] - 2A_2 B_2 \left[ \cos^2\left(\frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}}\right) - \cos^2\left(\frac{\mu_n}{\sqrt{D}}\right) \right] \right\} / (2\mu_n).$$

**Анализ.** Если  $(1 - \eta) / \sqrt{D} = p/q$ , где  $p, q$  – целые, то уравнение (27) имеет дополнительные корни  $\lambda_k = q\pi k$ ,  $k = \overline{1, \infty}$ . Тем не менее, будем считать, что наступление такого события в практических расчетах маловероятно.

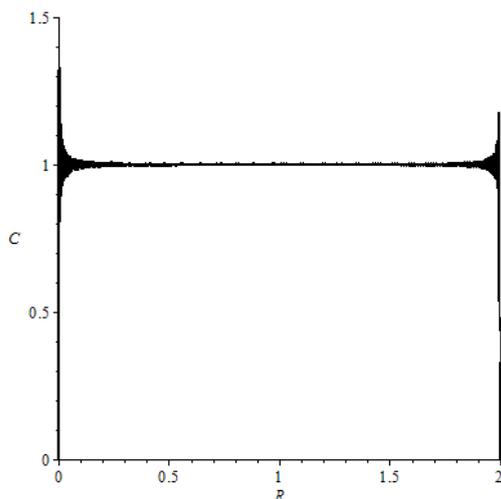


Рис. 1. Выполнение начальных условий при  $D=3$  и  $\eta=2$

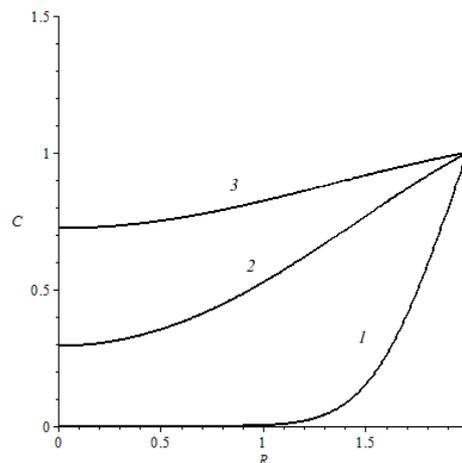


Рис. 2. Профили концентрации при  $D=3$ ,  $\eta=2$  и различных  $\theta$ : 1 – 0,05; 2 – 0,4; 3 – 0,8

Установлено, что начальные условия удовлетворены для любого набора  $D > 0$  и  $\eta > 1$  (в качестве примера рис. 1). Если  $D=1$  (однородный по проницаемости шар), то для любого значения  $\eta$  развитие профилей концентраций в одни и те же моменты времени остается одинаковым (рис. 2). При  $D \ll 1$  проникновение вещества лимитируется проницаемостью области, примыкающей к поверхности гранулы (рис. 3, а), а для  $D > 1$  наоборот – лимитирует процесс поглощения область, находящаяся в ядре гранулы (рис. 3, б). Следует заметить, что скорость процесса поглощения существенно выше при  $D > 1$ . Уменьшение радиуса контакта областей с разными проницаемостями уменьшает скорость поглощения вещества гранулой (рис. 3, с, d).

Воспользуемся полученным решением (32), (33) для оценки параметра  $k$  линейной модели массообмена с сосредоточенными параметрами

$$\frac{d\bar{Q}(\theta)}{d\theta} = K [1 - \bar{Q}(\theta)], \quad (34)$$

где  $\bar{Q}(\theta) = \frac{1}{\eta^3} \bar{Q}_1(\theta) + \left(1 - \frac{1}{\eta^3}\right) \bar{Q}_2(\theta)$ ;  $\bar{Q}_1(\theta) = 3 \int_0^1 R^2 Q_1(R, \theta) dR$ ;  $\bar{Q}_2(\theta) = \frac{3}{\eta^3 - 1} \int_1^\eta R^2 Q_2(R, \theta) dR$ ;

$$K = kr_1^2 / D_1.$$

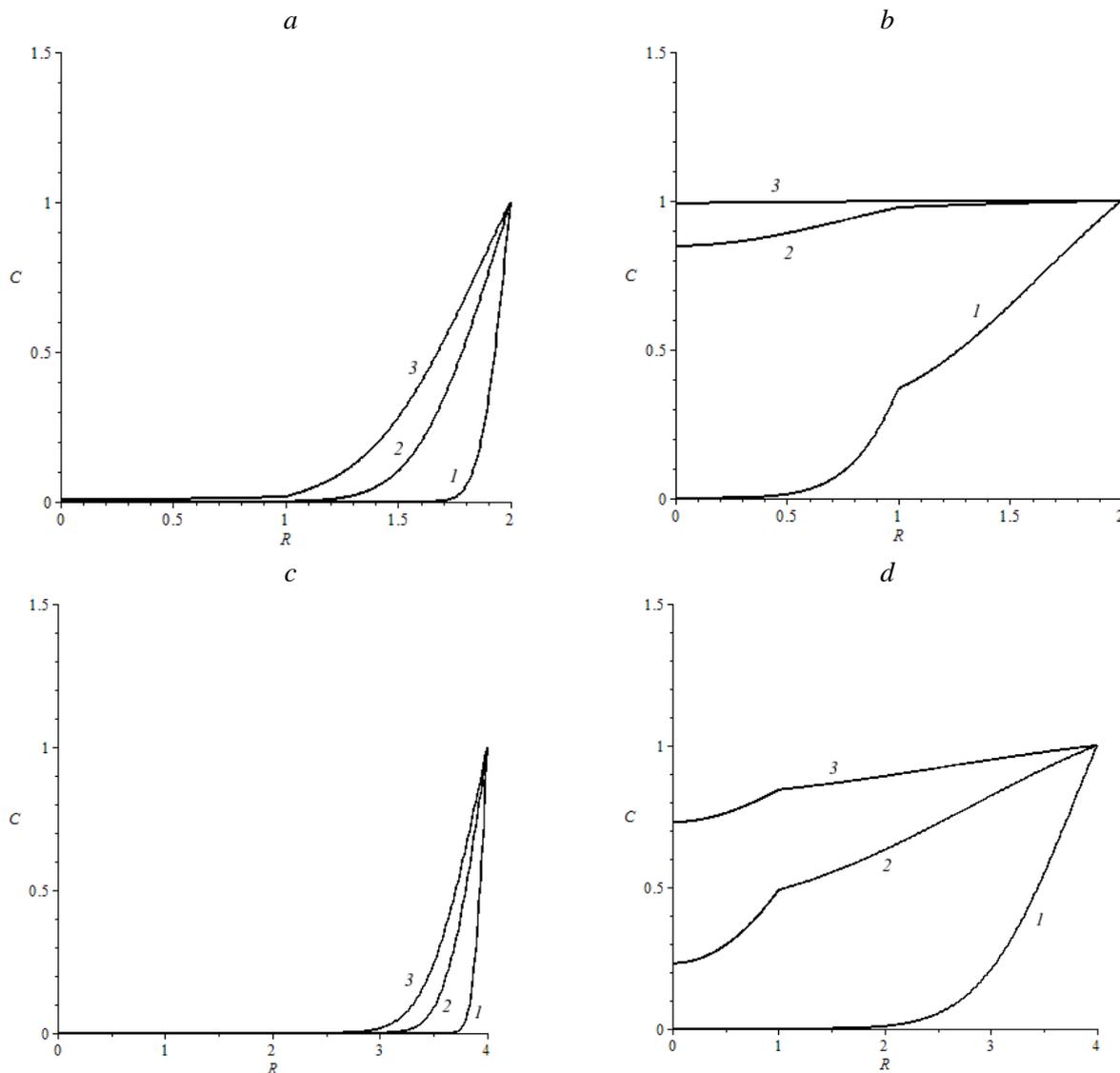


Рис. 3. Профили концентраций при: а –  $D=0,1$ ,  $\eta=2$ ; б –  $D=5$ ,  $\eta=2$ ; в –  $D=0,1$ ,  $\eta=4$ ; д –  $D=5$ ,  $\eta=4$ ; и различных  $\theta$ : 1 – 0,05; 2 – 0,4; 3 – 0,8

В выражении безразмерной среднееобъемной концентрации

$$\begin{aligned} \bar{Q}(\theta) = & 1 - \frac{3}{\eta^3} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\mu_n \cos \mu_n - \sin \mu_n}{\mu_n^2} + \frac{A_2}{\mu_n^2 \sqrt{D}} \left[ -\mu_n D \eta \cos \left( \frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}} \right) + \right. \right. \\ & + \mu_n D \cos \left( \frac{\mu_n}{\sqrt{D}} \right) + D \sqrt{D} \sin \left( \frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}} \right) - D \sqrt{D} \sin \left( \frac{\mu_n}{\sqrt{D}} \right) \left. \right] + \\ & + \frac{B_2}{\mu_n^2 \sqrt{D}} \left[ \mu_n D \eta \sin \left( \frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}} \right) - \mu_n D \sin \left( \frac{\mu_n}{\sqrt{D}} \right) + \right. \\ & \left. + D \sqrt{D} \cos \left( \frac{\mu_n \eta}{\sqrt{D}} \right) - D \sqrt{D} \cos \left( \frac{\mu_n}{\sqrt{D}} \right) \right] \left. \right\} \cdot Z(\mu_n, D, \eta) \exp(-\mu_n^2 \theta) \end{aligned} \quad (35)$$

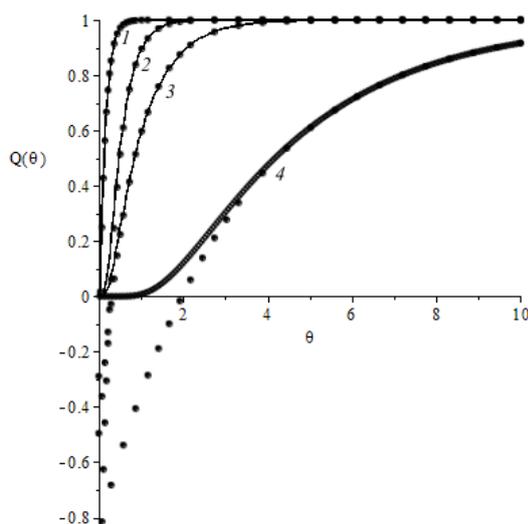


Рис. 4. Кинетика процесса поглощения вещества гранулой: 1 –  $D=5$ ,  $\eta=2$ ; 2 –  $D=5$ ,  $\eta=4$ ; 3 –  $D=0,5$ ,  $\eta=2$ ; 4 –  $D=0,5$ ,  $\eta=4$  (сплошные кривые – расчет по (35) с  $n=200$ ; • – расчет по (35) с  $n=1$ )

можно ограничиться одним членом ряда (рис. 4), тогда из (34) и (35) при  $n=1$  следует, что  $K = \mu_1^2$ , откуда

$$k = \frac{\mu_1^2 \eta D_1}{r_2^2}. \quad (36)$$

В случае однородности гранулы по проницаемости ( $D=1$ ) кинетический параметр равен [8]

$$k_0 = \frac{\pi^2 D}{r_2^2}, \quad (37)$$

$\bar{D} = \frac{1}{\eta^3} D_1 + \left(1 - \frac{1}{\eta^3}\right) D_2$  – среднеобъемный коэффициент диффузии. Расчет показывает, например, для  $D=3$  и  $\eta=2$ :  $k=1,21$ ,  $k_0=13,57$ . Это означает, что допущение об однородности гранулы может вносить существенную погрешность в оценку скорости поглощения вещества без учета реальной структуры.

**Заключение.** Показано, что неучёт локальной неоднородности гранулы по проницаемости на основе диффузионного механизма переноса при оценке кинетического параметра линейной модели внутригранулярного массообмена в соответствии с постулатом Глюкауфа существенно завышает скорость поглощения среды, что, в свою очередь, может привести к замыканию массогабаритных характеристик аппаратов с зернистым материалом.

### Литература

1. Островский, Г.М. Новый справочник химика и технолога. Процессы и аппараты химических технологий Ч. 1 / Г.М. Островский, Р.Ш. Абиёв. – СПб.: Профессинал 2004. – 841 с.
2. Kyzas, G.Z. Composite nanoadsorbents / G.Z. Kyzas, A.C. Mitropoulos. – New York: Elsevier, 2019. – 385p.
3. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
4. Wankat, P.A. Separation process engineering: including mass transfer analysis / P.A. Wankat. – New York: Prentice-Hall, 2012. – 939 p.
5. Tien, C. Adsorption calculations and modeling / Tien C. – Boston: Butter-Heinemann, 1994. – 288 p.
6. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
7. Ozisik, M.N. Heat conduction / M.N. Ozisik. – New York: Wiley-Interscience Publication, 1993. – 692 p.
8. Largitte, L. A review of the kinetics adsorption models and their application to the adsorption of lead by an activated carbon / L. Largitte, R. Pasquier // Chemical Engineering Research and Design. – 2016. – Vol. 109. – P. 495–504.

Поступила в редакцию 9 октября 2021 г.

### Сведения об авторах

Коновалов Дмитрий Альбертович – доктор технических наук, профессор, кафедра теоретической и промышленной теплоэнергетики, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4435-1526>, e-mail: dmikonovalov@yandex.ru

Ряжских Александр Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет,

г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>, e-mail: ryazhskihav@bk.ru

Хвостов Анатолий Анатольевич – доктор технических наук, профессор, кафедра прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>, e-mail: khvtol1974@yandex.ru

Соболева Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра прикладной математики и механики, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5860-9615>, e-mail: sobol5661@yandex.ru

DOI: 10.14529/mmph210408

## DIFFUSION TRANSFER IN A SPHERICAL GRANULE WITH IDEAL CONTACT OF TWO CONSECUTIVE MULTI-PERMEABLE AXISYMMETRIC AREAS UNDER BOUNDARY CONDITIONS OF THE FIRST KIND

**D.A. Konovalov, A.V. Ryazhskikh, A.A. Khvostov, E.A. Soboleva**  
Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation  
E-mail: [dmikonovalov@yandex.ru](mailto:dmikonovalov@yandex.ru), [ryazhskihav@bk.ru](mailto:ryazhskihav@bk.ru)

The unsteady transfer of a substance through diffusion mechanism in an axisymmetric two-layer spherical granule with different permeability with ideal contact is represented by a system of parabolic equations in the format of 1D spherical coordinates. On the outer surface of the granule a constant concentration of diffusing medium is maintained, and at the interface between the layers a boundary condition of the fourth kind is applied. An attempt to solve a similar problem posed by the method of one-sided semi-bounded integral Laplace transform does not lead to a physically justified solution, since for small values of time, the solution is not stable and does not satisfy the criterion of convergence with an increase in the number of terms of the resulting series. However, if the classic method of separation of variables to integrate the original system is applied, the resulting solution satisfies each equation of the system and identically fulfills the initial-boundary conditions. The examined problem has an important practical application for estimating the kinetic coefficient of the Gluckauf postulate of the transfer rate of a single-species medium in a bidisperse granular material in the approximation of a hypothetical linear model with lumped parameters.

*Keyword: two-layer spherical granule; diffusion; boundary conditions of the fourth kind; analytical solution.*

### References

1. Ostrovskiy G.M., Abiev R.Sh. *Novyy spravochnik khimika i tekhnologa. Protsessy i apparaty khimicheskikh tekhnologiy. Ch. 1* (The new handbook of chemist and technologist. Processes and devices of chemical technologies. Part 1). Saint-Petersburg: Professional Publ., 2004, 841 p. (in Russ.).
2. Kyzas G.Z., Mitropoulos A.C. *Composite Nano-adsorbents*. New York, Elsevier, 2019, 385 p. DOI: 10.1016/C2017-0-00861-3
3. Carslaw H.S., Jaeger J.C. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, USA, 1959, 510 p.
4. Wankat P.A. *Separation Process Engineering: Including Mass Transfer Analysis*. New York, Prentice-Hall, 2012, 939 p.
5. Tien C. *Adsorption Calculations and Modeling*. Boston, Butter-Heinemann, 1994, 288 p. DOI: 10.1016/c2009-0-26911-x
6. Lykov A.V. *Teoriya Teploprovodnosti* (Theory of thermal conductivity). Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967, 599 p. (in Russ.).
7. Ozisik M.N. *Heat Conduction*. New York, Wiley-Interscience Publication, 1993, 692 p.

8. Largitte L., Pasquier R. A Review of the Kinetics Adsorption Models and their Application to the Adsorption of Lead by an Activated Carbon. *Chem. Eng. Res. and Design*, 2016, Vol. 109, pp. 495–504. DOI: 10.1016/J.CHERD.2016.02.006

*Received October 9, 2021*

### Information about the authors

Konovalov Dmitriy Al'bertovich is Dr. Sc. (Engineering), Professor, Department of Theoretical and Heat Power Engineering, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4435-1526>, e-mail: dmikonovalov@yandex.ru

Ryazhskikh Aleksandr Viktorovich is Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Mechanics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9823-3165>, e-mail: ryazhskihav@bk.ru

Khvostov Anatoliy Anatol'evich is Dr. Sc. (Engineering), Professor, Department of Applied Mathematics and Mechanics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3836-9407>, e-mail: khvtol1974@yandex.ru

Soboleva Elena Aleksandrovna is Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Mechanics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5860-9615>, e-mail: sobol5661@yandex.ru