УДК 517.977.57 DOI: 10.14529/mmph220104

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТИПА УПРАВЛЕНИЯ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАРШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА ОДНОМЕРНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Ш.И. Магеррамли
Бакинский государственный университет, г. Баку, Азербайджанская Республика
E-mail: semedli.shehla@gmail.com

Аннотация. Рассматривается одна обратная задача типа управления об определении старшего коэффициента одномерного параболического уравнения. Рассматриваемая задача является вариационной постановкой коэффициентной обратной задачи для параболического уравнения. Искомый коэффициент параболического уравнения зависит от пространственной переменной. Для параболического уравнения задано интегральное граничное условие. Роль управляющей функции играет искомый старший коэффициент параболического уравнения, являющийся элементом пространства Соболева. Множество допустимых управляющих функций принадлежит пространству Соболева. Целевой функционал для задачи управления составлен на основе интегрального условия переопределения заданной в обратной задаче. Это условие может быть интерпретировано как задания средневзвешенного значения решения рассматриваемого уравнения по временной переменной. Решение краевой задачи для параболического уравнения, при каждом заданном управляющей функции, определяется как обобщенное решение из пространства Соболева. Доказано существование решения рассматриваемой обратной задачи типа управления. Введена сопряженная краевая задача для рассматриваемой задачи управления. Доказана дифференцируемость по Фреше целевого функционала на множестве допустимых управляющих функций. Кроме того, введена вспомогательная краевая задача и с использованием решения этой задачи найдена формула для градиента целевого функционала. Получено необходимое условие оптимальности допустимой управляющий функции.

Ключевые слова: параболическое уравнение; коэффициентная обратная задача; интегральные условия; вариационная постановка.

Введение

В работах [1–5] и др. изучены обратные задачи типа управления для параболических уравнений при классических граничных условиях и локальных условиях переопределения. Такие задачи при нелокальных условиях менее исследованы [6].

В данной работе рассматривается обратная задача типа управления об определении старшего коэффициента одномерного параболического уравнения при интегральных условиях. Доказано существование решения задачи. Найдена формула для градиента целевого функционала на множестве допустимых управлений из пространства Соболева и получено необходимое условие оптимальности для допустимого управления.

Постановка обратной задачи типа управления

В работе для функциональных пространств и их норм используем обозначения из [7, с. 12–15]. Через $W_{2,0}^1(0,l)$ (соответственно $V_{2,0}^{1,0}(Q), W_{2,0}^1(Q)$) будем обозначать подпространство функций из $W_2^1(0,l)$ (соответственно $V_2^{1,0}(Q), W_2^1(Q)$), равных нулю при $x=0$. Через $M_1, M_2, \ldots$ обозначаем положительные постоянные входящие в получаемые оценки.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления для линейного параболического уравнения: пусть требуется найти пару функций $\{u=u(x,t)=u(x,t;\upsilon), \upsilon=\upsilon(x)\}$, минимизирующих функционал

$$J(\upsilon)=\int_0^l \left| \int_0^T \omega(t) u(x,t;\upsilon)\,dt-\alpha(x) \right|^2 dx, \tag{1}$$

при условиях

$$u_t-\left(\upsilon(x)u_x\right)_x+a(x,t)u=f(x,t),\quad (x,t)\in Q=\left\{(x,t):0<x<l,0<t\le T\right\},\tag{2}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad 0\le x\le l,\tag{3}$$

$$u(0,t)=0,\qquad \upsilon(l)u_x(l,t)=\int_0^l H(x,t)u(x,t)dx,\quad 0<t\le T\,,\tag{4}$$

$$\upsilon=\upsilon(x)\in V=\left\{\upsilon=\upsilon(x)\in W_2^1(0,l):0<\nu\le\upsilon(x)\le\mu,\left|\upsilon'(x)\right|\le d\quad \text{п.в.на}\quad (0,l)\right\}.\tag{5}$$

Здесь $\mu>\nu>0,l,T,d>0$ – некоторые постоянные, $a(x,t),f(x,t),\varphi(x),H(x,t),\omega(t),\alpha(x)$ – известные измеримые функции, удовлетворяющие следующие условия:

$$\left|a(x,t)\right|\le\mu,\ \left|H(x,t)\right|\le\mu_1\,,\quad \left|H_t(x,t)\right|\le\mu_2\ \text{п.в.на}\,Q,\ f(x,t)\in L_2(Q),\varphi(x)\in W_{2,0}^1(0,l),$$
$$\omega(t)\in L_2(0,T),\alpha(x)\in L_2(0,l),\quad \mu_1,\mu_2=\text{const}>0\,,\tag{6}$$

$\upsilon=\upsilon(x)$ – управление, V – множество допустимых управлений.

Отметим, что задача (1)–(5) является вариационной постановкой обратной задачи для параболического уравнения (2) об определении функций $\left\{u(x,t;\upsilon),\upsilon(x)\right\}$, удовлетворяющих условиям (3)–(5) и условию переопределения интегрального вида

$$\int_0^T\omega(t)u(x,t;\upsilon)dt=\alpha(x),\quad 0<x<l\,.\tag{7}$$

В работе [8] изучена обратная задача об определении старшего коэффициента параболического уравнения с интегральным условием переопределения в традиционной постановке.

Функция $u(x,t)=u(x,t;\upsilon)\in V_{2,0}^{1,0}(Q)$ называется обобщенным решением из $V_2^{1,0}(Q)$ краевой задачи (2)–(4), если

$$\int_Q\left[-u\eta_t+\upsilon(x)u_x\eta_x+a(x,t)u\eta\right]dxdt-\int_0^T\left[\int_0^l H(x,t)u(x,t)dx\right]\eta(l,t)dt=$$
$$=\int_0^l\varphi(x)\eta(x,0)dx+\int_Q f(x,t)\eta dxdt\,,\tag{8}$$

для всех $\eta=\eta(x,t)\in\hat W_{2,0}^1(Q)=\left\{\eta:\eta\in W_{2,0}^1(Q),\ \eta(x,T)=0\right\}$.

Из результатов работы [9] следует что, для каждого $\upsilon=\upsilon(x)\in V$, краевая задача (2)–(4) имеет единственное обобщенное решение из пространства $V_2^{1,0}(Q)$. Кроме того, его обобщенное решение принадлежит также пространству $W_{2,0}^1(Q)$ и верна оценка

$$\|u\|_{2,Q}^{(1)}\le M_1\left[\|\varphi\|_{2,(0,l)}^{(1)}+\|f\|_{2,Q}\right].\tag{9}$$

Существование решения обратной задачи типа управления

Теорема 1. Пусть выполнены условия (6). Тогда для задачи (1)-(5) существует хотя бы одно оптимальное управление.

Доказательство. Возьмем какую-либо точку $\upsilon\in V$. Пусть последовательность $\left\{\upsilon_k\right\}\subset V$ такова, что

$$\upsilon_k\to\upsilon\ \text{ слабо в }W_2^1(0,l).\tag{10}$$

Тогда из компактности вложения $W_2^1(0,l)\to C[0,l]$ [7, с. 78] следует, что

$$\upsilon_k\to\upsilon\ \text{ сильно в }C[0,l].\tag{11}$$

Положим $u_k=u_k(x,t)=u(x,t;\upsilon_k)$. Тогда полагая $u=u_k,\upsilon=\upsilon_k$ в (1)-(3) и учитывая оценку (9) для функции $u=u_k$, получим

$$\|u_k\|_{2,Q}^{(1)} \le M_2 \quad (k=1,2,\ldots). \tag{12}$$

Тогда из (12) в силу теоремы вложения [7, с. 78] существует подпоследовательность $\{u_{k_m}\}$ такая, что

$$u_{k_m} \to u \text{ слабо в } W_2^1(Q) \text{ и сильно в } L_2(Q), \tag{13}$$

где $u=u(x,t)\in W_{2,0}^1(Q)$ – некоторая функция.

Для функций $u_{k_m}=u_{k_m}(x,t)$ справедливы тождества

$$\int_Q \left[-u_{k_m}\eta_t+\upsilon_{k_m}(x)u_{k_m x}\eta_x+a(x,t)u_{k_m}\eta\right]dxdt-\int_0^T\left[\int_0^l H(x,t)u_{k_m}(x,t)dx\right]\eta(l,t)dt=$$

$$=\int_0^l \varphi(x)\eta(x,0)dx+\int_Q f(x,t)\eta dxdt \quad (k=1,2,\ldots),\ \forall\eta=\eta(x,t)\in\hat{W}_{2,0}^1(Q). \tag{14}$$

Используя (10)–(13), доказываем, что

$$\int_Q \upsilon_{k_m}(x)u_{k_m x}\eta_x dxdt \to \int_Q \upsilon(x)u_x\eta_x dxdt, \tag{15}$$

$$\int_0^T\left[\int_0^l H(x,t)u_{k_m}(x,t)dx\right]\eta(l,t)dt \to \int_0^T\left[\int_0^l H(x,t)u(x,t)dx\right]\eta(l,t)dt. \tag{16}$$

Из (14) при $k_m\to\infty$ с помощью (13), (15), (16) получаем (8). Следовательно, $u(x,t)=u(x,t;\upsilon)$. Тогда согласно (13), справедливо соотношение

$$u\left(x,t;\upsilon_{k_m}\right)\to u(x,t;\upsilon) \text{ сильно в } L_2(Q). \tag{17}$$

Тогда из единственности решение задачи (2)–(4) следует, что соотношение (17) справедливо для всей последовательности $\{u_k\}$, т. е.

$$u(x,t;\upsilon_k)\to u(x,t;\upsilon) \text{ сильно в } L_2(Q). \tag{18}$$

Из (18) следует, что $J(\upsilon_k)\to J(\upsilon)$ при $k\to\infty$, т. е. функционал $J(\upsilon)$ слабо непрерывен на V. Тогда из результатов работы [10, с. 49, 51] следует, что справедлива теорема 1.

Дифференцируемость функционала цели и необходимое условие оптимальности

Введем сопряженную краевую задачу для задачи (1)–(5):

$$\psi_t+\left(\upsilon(x)\psi_x\right)_x-a(x,t)\psi+H(x,t)\psi(l,t)=2\left[\int_0^T\omega(\tau)u(x,\tau;\upsilon)d\tau-\alpha(x)\right]\omega(t),\quad (x,t)\in Q, \tag{19}$$

$$\psi(x,T)=0,\quad 0\le x\le l, \tag{20}$$

$$\psi(0,t)=0,\quad \psi_x(l,t)=0,\quad 0\le t<T. \tag{21}$$

Пусть $\psi=\psi(x,t)=\psi(x,t;\upsilon)$ есть обобщенное решение краевой задачи (19)–(21) из $V_2^{1,0}(Q)$, т. е. эта функция принадлежит пространству $V_{2,0}^{1,0}(Q)$ и удовлетворяет интегральному тождеству

$$\int_Q\left[\psi\eta_t+\upsilon(x)\psi_x\eta_x+a(x,t)\psi\eta-H(x,t)\psi(l,t)\eta\right]dxdt=-2\int_Q\left\{\left[\int_0^T\omega(\tau)u(x,\tau;\upsilon)d\tau-\alpha(x)\right]\omega(t)\right\}\eta dxdt$$

$$\forall\eta=\eta(x,t)\in\breve{W}_{2,0}^1(Q)=\left\{\eta:\eta\in W_{2,0}^1(Q),\eta(x,0)=0\right\}. \tag{22}$$

Можно показать, что задача (19)–(21) однозначно разрешима в пространстве $V_2^{1,0}(Q)$. Кроме того, $\psi=\psi(x,t)=\psi(x,t;\upsilon)\in W_{2,0}^1(Q)$ и

$$\|\psi\|_{2,Q}^{(1)} \le M_3 \left\| \left[\int_0^T \omega(\tau) u(x,\tau;\upsilon) d\tau - \alpha(x) \right] \omega(t) \right\|_{2,Q}. \quad (23)$$

Для оценки нормы в правой части (23) используем неравенство Коши–Буняковского и, учитывая (9), имеем

$$\|\psi\|_{2,Q}^{(1)} \le M_4 \left[\|\omega\|_{2,(0,T)} \left(\|\varphi\|_{2,(0,l)}^{(1)} + \|f\|_{2,Q} \right) + \|\alpha\|_{2,(0,l)} \right]. \quad (24)$$

Пусть функция $\theta = \theta(x;\upsilon) \in W_2^1(0,l)$ является обобщенным решением из $W_2^1(0,l)$ следующей вспомогательной краевой задачи:

$$-\theta'' + \theta = \int_0^T u_x(x,t;\upsilon) \psi_x(x,t;\upsilon) dt, \quad 0 < x < l, \quad (25)$$

$$\theta'(0) = \theta'(l) = 0. \quad (26)$$

Для решения краевой задачи (25), (26) справедливо тождество

$$\int_0^l (\theta'\eta' + \theta\eta) dx = \int_0^l \left(\int_0^T u_x(x,t;\upsilon) \psi_x(x,t;\upsilon) dt \right) \eta dx, \quad \forall \eta = \eta(x) \in W_2^1(0,l). \quad (27)$$

Задача (25), (26), при каждом заданном $\upsilon = \upsilon(x) \in V$, имеет единственное обобщенное решение $\theta = \theta(x;\upsilon) \in W_2^1(0,l)$ [11, с. 39, теорема 4]. Кроме того, полагая в (27) $\eta = \theta$, используя ограниченность вложения $W_2^1(0,l) \to C[0,l]$ и неравенство Коши–Буняковского, имеем

$$\int_0^l \left[(\theta')^2 + \theta^2 \right] dx \le \|\theta\|_{C[0,l]} \int_Q |u_x \psi_x| dxdt \le M_5 \|\theta\|_{2,(0,l)}^{(1)} \|u_x\|_{2,Q} \|\psi_x\|_{2,Q}.$$

Отсюда следует оценка

$$\|\theta\|_{2,(0,l)}^{(1)} \le M_5 \|u_x\|_{2,Q} \|\psi_x\|_{2,Q}. \quad (28)$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия (6). Тогда функционал $J(\upsilon)$ непрерывно дифференцируем по Фреше на множестве V и справедлива формула

$$J'(\upsilon) = \theta(x;\upsilon), \quad 0 < x < l. \quad (29)$$

Доказательство. Пусть $\upsilon \in V$ – некоторый элемент, $\Delta\upsilon \in W_2^1(0,l)$-приращение этого элемента и $\upsilon + \Delta\upsilon \in V$. Через $\Delta u(x,t) = u(x,t;\upsilon+\Delta\upsilon) - u(x,t;\upsilon)$ обозначим приращение решение краевой задачи (2)–(4). Тогда ясно, что Δu является обобщенным решением из $W_2^1(Q)$ краевой задачи

$$\Delta u_t - \left((\upsilon + \Delta\upsilon) \Delta u_x \right)_x + a\Delta u = (\Delta\upsilon u_x)_x, \quad (x,t) \in Q, \quad (30)$$

$$\Delta u(x,0) = 0, \quad 0 \le x \le l, \quad (31)$$

$$\Delta u(0,t) = 0, \quad (\upsilon(l) + \Delta\upsilon(l)) \Delta u_x(l,t) = \int_0^l H(x,t) \Delta u(x,t) dx - \Delta\upsilon(l) u_x(l,t), \; 0 < t \le T. \quad (32)$$

Решение краевой задачи (30)–(32) удовлетворяет тождеству

$$\int_Q \left(\Delta u_t \eta + (\upsilon + \Delta\upsilon) \Delta u_x \eta_x + a\Delta u \eta - H \Delta u \eta(l,t) \right) dxdt = -\int_Q \Delta\upsilon u_x \eta_x dxdt, \quad \forall \eta = \eta(x,t) \in \hat{W}_{2,0}^1(Q), \quad (33)$$

и можно показать, что для него верна оценка

$$|\Delta u|_Q \equiv \|\Delta u\|_{V_2^{1,0}(Q)} \le M_6 \|\Delta\upsilon u_x\|_{2,Q}.$$

Отсюда, учитывая ограниченность вложения $W_2^1(0,l) \to C[0,l]$ и оценки (9), имеем

$$|\Delta u|_Q \le M_6 \|\Delta\upsilon u_x\|_{2,Q} \le M_6 \|\Delta\upsilon\|_{C[0,l]} \|u_x\|_{2,Q} \le M_7 \|\Delta\upsilon\|_{2,(0,l)}^{(1)}. \quad (34)$$

Приращение $\Delta J(\upsilon) = J(\upsilon + \Delta\upsilon) - J(\upsilon)$ функционала (1) представим в виде

$$\Delta J(\upsilon) = 2\int_0^l \left\{ \left[\int_0^T \omega(\tau) u(x,\tau;\upsilon) d\tau - \alpha(x) \right] \int_0^T \omega(\tau) \Delta u(x,\tau) d\tau \right\} dx + \int_0^l \left| \int_0^T \omega(\tau) \Delta u(x,\tau) d\tau \right|^2 dx . \quad (35)$$

Используя (22) при $\eta = \Delta u$ и (33) при $\eta = \psi$, получаем равенство

$$2\int_0^l \left\{ \left[\int_0^T \omega(\tau) u(x,\tau;\upsilon) d\tau - \alpha(x) \right] \int_0^T \omega(\tau) \Delta u(x,\tau) d\tau \right\} dx = \int_Q (u_x + \Delta u_x) \psi_x \Delta\upsilon dx dt .$$

Учитывая это равенство в (35), получим

$$\Delta J(\upsilon) = \int_Q u_x \psi_x \Delta\upsilon dx dt + R, \quad (36)$$

где

$$R = \int_0^l \left| \int_0^T \omega(\tau) \Delta u(x,\tau) d\tau \right|^2 dx + \int_Q \Delta u_x \psi_x \Delta\upsilon dx dt . \quad (37)$$

В равенстве (27) положим $\eta = \Delta\upsilon$. Тогда учитывая полученное равенство в (36), имеем

$$\Delta J(\upsilon) = \int_0^l (\theta' \Delta\upsilon' + \theta \Delta\upsilon) dx + R, \quad (38)$$

Используя неравенство Коши–Буняковского, ограниченность вложения $W_2^1(0,l) \to C[0,l]$ и оценки (22), (34), имеем

$$|R| \le \int_0^l \left| \int_0^T \omega(\tau) \Delta u(x,\tau) d\tau \right|^2 dx + \int_Q |\Delta u_x \psi_x \Delta\upsilon| dx dt \le \|\omega\|_{2,(0,T)}^2 \|\Delta u\|_{2,Q}^2 + \|\Delta\upsilon\|_{C[0,l]} \|\Delta u_x\|_{2,Q} \|\psi_x\|_{2,Q} \le$$

$$\le M_7^2 \|\omega\|_{2,(0,T)}^2 \left(\|\Delta\upsilon\|_{2,(0,l)}^{(1)} \right)^2 + M_7 \|\psi_x\|_{2,Q} \left(\|\Delta\upsilon\|_{2,(0,l)}^{(1)} \right)^2 \le M_8 \left(\|\Delta\upsilon\|_{2,(0,l)}^{(1)} \right)^2$$

Тогда из (38) следует, что функционал (1) дифференцируем по Фреше на V и верна формула (29). Рассуждая аналогично работе [12], нетрудно показать, что отображение $J' : V \to W_2^1(0,l)$ непрерывно. Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Пусть выполнены условия (6) и $\upsilon_* = \upsilon_*(x) \in V$ – оптимальное управление в задаче (1)–(5). Тогда для любого $\upsilon = \upsilon(x) \in V$ выполняется неравенство

$$\int_0^l \left[\theta'(x;\upsilon_*) (\upsilon'(x) - \upsilon_*'(x)) + \theta(x;\upsilon_*) (\upsilon(x) - \upsilon_*(x)) \right] dx \ge 0 . \quad (39)$$

Справедливость этой теоремы следует из [10, с. 28, теорема 5].

Литература

1. Искендеров, А.Д. О вариационных постановках многомерных обратных задач математической физики / А.Д. Искендеров // ДАН СССР. – 1984.– Т. 274, № 3. – С. 531–533.

2. Алифанов, О.М. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена / О.М. Алифанов, Е.А. Артюхин, С.В. Румянцев. – М.: Наука, 1988. – 285 с.

3. Кабанихин, С.И. Обратная задача нахождения коэффициента уравнения теплопроводности / С.И. Кабанихин., Г. Даирбаева // Международная конференция «Обратные некорректные задачи математической физики», посвященная 75-летию академика М. М. Лаврентьева, 20–25 августа 2007 г., Новосибирск, Россия. – С. 1–5.

4. Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское Научное Издательство, 2009.– 457 с.

5. Iskenderov, A.D. Variational method solving the problem of identification of the coefficients of quasilinear parabolic problem / A.D. Iskenderov, R.K. Tagiyev // The 7th International Conference «In-

verse Problems: Modelling and SIMULATION» (IMPS-2014), May 26–31, 2014, Turkey. – 2014. – P. 31.

6. Габибов, В.М. Коэффициентная обратная задача типа управления для параболического уравнения с дополнительным интегральным условием / В.М. Габибов // Вестник Бакинского Университета. Сер. физ.-матем. наук. – 2017. – № 2. – С. 80–91.

7. Ладыженская, О.А. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа / О.А. Ладыженская, В.А. Солонников, Н.Н. Уральцева. – М.: Наука, 1967. – 736 с.

8. Камынин, В.Л. Об обратной задаче определения старшего коэффициента в параболическом уравнении / В.Л. Камынин // Матем. заметки. – 2008. – Т. 84, № 1. – С. 48–58.

9. Тагиев, Р.К. О разрешимости начально-краевой задачи для одномерного линейного параболического уравнения с интегральным граничным условием / Р.К. Тагиев, Ш.И. Магеррамли // Вестник Бакинского университета. Серия: Физико-математических наук. – 2019. – № 2. – С. 17–26.

10. Васильев, Ф.П. Методы решения экстремальных задач / Ф.П. Васильев. – М.: Наука, 1981. – 400 с.

11. Самарский, А.А. Разностные схемы для дифференциальных уравнений с обобщенными решениями / А.А. Самарский, Р.Д. Лазаров, В.Л. Макаров. – М.: Высш. шк., 1987. – 296 с.

12. Тагиев, Р.К. Оптимальное управление коэффициентами в параболических системах / Р.К. Тагиев // Дифференциальные уравнения. – 2009. – Т. 45, № 10. – С. 1492–1501.

Поступила в редакцию 14 марта 2021 г.

Сведения об авторе

Магеррамли Шахла Илхам кызы – диссертант, кафедра оптимизация и управления, факультет прикладной математики и кибернетики, Бакинский государственный университет, г. Баку, Азербайджанская Республика, e-mail: semedli.shehla@gmail.com, ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-0394-6654

Bulletin of the South Ural State University
Series “Mathematics. Mechanics. Physics”
2022, vol. 14, no. 1, pp. 35–41

DOI: 10.14529/mmph220104

INVERSE CONTROL-TYPE PROBLEM OF DETERMINING HIGHEST COEFFICIENT FOR A ONE-DIMENSIONAL PARABOLIC EQUATION

Sh.I. Maharramli
Baku State University, Baku, Republic of Azerbaijan
E-mail: semedli.shehla@gmail.com

Abstract. In this paper, we consider one inverse control-type problem of determining the leading coefficient of a one-dimensional parabolic equation. The problem under consideration is a variational statement of a coefficient inverse problem for a parabolic equation. The sought for coefficient of the parabolic equation depends on the spatial variable. An integral boundary condition is set for the parabolic equation. The desired highest coefficient of the parabolic equation plays role of the control function, which is an element of the Sobolev space. The set of admissible control functions belong to the Sobolev space. The objective functional for the control problem is compiled based on the integral overdetermination condition set in the inverse problem. This condition may be interpreted as tasks of a weighted mean of the solution of the equation under consideration as per time variable. The solution of the boundary value problem for a parabolic equation, for each given control function, is defined as a generalized solution from the Sobolev space. The existence of a solution of the considered inverse control-type problem is proved. An adjoint boundary value problem for the control problem under study is introduced. The Frechet differentiability of the objective functional in a set of admissible control functions is proved. In addition, an auxiliary boundary value problem is introduced; and using the solution of this problem, an expression for the gradient of the objective functional is found. The necessary optimality condition for the admissible control function is obtained.

Keywords: parabolic equation; coefficient inverse problem; integral conditions; variational statement.

References

1. Iskenderov A.D. O variatsionnykh postanovkakh mnogomernykh obratnykh zadach matematicheskoy fiziki (Variational formulations of multidimensional inverse problems of mathematical physics). *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1984, Vol. 274, no. 3, pp. 531–533.

2. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. *Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach i ikh prilozheniya k obratnym zadacham teploobmena* (Extreme Methods for Solving Ill-Posed Problems and their Applications to Inverse Heat Transfer Problems). Moscow, Nauka Publ., 1988, 285 p. (in Russ.).

3. Kabanikhin S.I., Dairbaeva G. Obratnaya zadacha nakhozhdeniya koeffitsienta uravneniya teploprovodnosti (The Inverse Problem of Finding the Coefficient of the Heat Equation). *Mezhdunarodnaya konferentsiya “Obratnye nekorrektnye zadachi matematicheskoy fiziki”, posvyashchennaya 75-letiyu akademika M.M. Lavrent'eva, 20-25 avgusta 2007 g., Novosibirsk, Rossiya* (Proc. International Conference “Inverse Ill-posed problems of Mathematical physics, dedicated to the 75th anniversary of Academician M.M. Lavrentiev”, Russia, Novosibirsk. August 20–25, 2007), pp. 1–5. (in Russ.).

4. Kabanikhin S.I. *Obratnye i nekorrektnye zadachi* (Inverse and Ill-Posed Problems). Novosibirsk, Sibirskoe Nauchnoe Izdatel'stvo Publ., 2009, 457 p. (in Russ.).

5. Iskenderov A.D., Tagiyev R.K. Variational Method Solving the Problem of Identification of the Coefficients of Quasilinear Parabolic Problem. *Proc. 7th International Conference “Inverse Problems: modelling and Simulation” (IPMS–2014)*, May 26–31, 2014, Turkey, P. 31.

6. Gabibov V.M. Koeffitsientnaya obratnaya zadacha tipa upravleniya dlya parabolicheskogo uravneniya s dopolnitel'nym integral'nym usloviem (Coefficient Inverse Problem of Control Type for a Parabolic Equation with an Additional Integral Condition). *Vestnik Bakinskogo Universiteta. Ser. fiz.-matem. nauk*, 2017, no. 2, pp. 80–91.

7. Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Ural'tseva N.N. *Lineynye i kvazilineynye uravneniya parabolicheskogo tipa* (Parabolic Linear and Quasilinear Equations). Moscow, Nauka Publ., 1967, 736 p. (in Russ.).

8. Kamynin V.L. On the Inverse Problem of Determining the Leading Coefficient in Parabolic Equations. *Mathematical Notes*, 2008, Vol. 84, no. 1, pp. 45–54. DOI: 10.1134/S0001434608070043

9. Tagiev R.K., Magerramli Sh.I. O razreshimosti nachal'no-kraevoy zadachi dlya odnomernogo lineynogo parabolicheskogo uravneniya s integral'nym granichnym usloviem (On the solvability of the initial boundary value problem for a one-dimensional linear parabolic equation with an integral boundary condition). *Vestnik Bakinskogo Universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskikh nauk* (News of Baku University: Series of Physico-Mathematical Sciences), 2019, no. 2, pp. 17–26.

10. Vasil'ev, F.P. *Metody resheniya ekstremal'nykh zadach* (Methods for solving extreme problems). Moscow, Nauka Publ., 1981, 400 p.

11. Samarskiy A.A., Lazarov R.D., Makarov V.L. *Raznostnye skhemy dlya differentsial'nykh uravneniy s obobshchennymi resheniyami* (Difference schemes for differential equations with generalized solutions). Moscow, Vyssh. Shk. Publ., 1987, 296 p. (in Russ.).

12. Tagiev R.K. Optimal'noe upravlenie koeffitsientami v parabolicheskikh sistemakh (Optimal control of coefficients in parabolic systems). *Differentsial'nye uravneniya*, 2009, Vol. 45, no. 10, pp. 1492–1501.

Received March 14, 2021

Information about the author

Maharramli Shakhla Ilkham kizi is Dissertation Student, The Department of Optimization and Optimal Control, Faculty of Applied Mathematics and Cybernetics, Baku State University, Baku, Republic of Azerbaijan, e-mail: semedli.shehla@gmail.com, ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-0394-6654