

## ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ $K_I$ ТРЕЩИНОПОДОБНЫХ ДЕФЕКТОВ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

**В.Л. Дильман, П.Б. Уткин**

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: dilmannvl@susu.ru, neobart@yandex.ru

**Аннотация.** Разработан новый метод нахождения коэффициента интенсивности напряжений и номинального напряжения  $\sigma_{ox}$  для пластины с трещиноподобным (эллиптическим) дефектом. В качестве экспериментальной основы берутся картины полос абсолютной разности хода, полученные на основе метода голографической интерферометрии. С помощью соотношений Фавра и приближенного разложения компонент напряжений для плоского случая определяется коэффициент интенсивности напряжений и номинальное напряжение  $\sigma_{ox}$ . Отличие предлагаемого метода заключается в более точном представлении тензора напряжений в окрестности вершины трещиноподобного дефекта. Такое представление позволяет учитывать геометрию дефекта. Вычисленные по предложенному методу значения поправочной функции в формуле для теоретического определения коэффициента интенсивности напряжений оказались выше, чем полученные по ранее использовавшимся методикам. Это, возможно, говорит о недооценке величины коэффициента интенсивности напряжений при использовании ранее предложенных методов. Помимо использования более точных формул для тензора напряжений, подход предусматривает рассмотрение номинального напряжения и коэффициента интенсивности напряжений как независимых параметров. Полный учет геометрии трещины и особенностей нагружения невозможен с аналитической точки зрения, однако данная особенность метода позволяет частично компенсировать упрощения аналитических выражений тензора напряжений. Также данный метод дает возможность определить главные напряжения и интенсивность напряжений в окрестности вершины дефекта. Полученные формулы хорошо согласуются с результатами натурных экспериментов.

*Ключевые слова:* механика разрушения; коэффициенты интенсивности напряжений; напряженное состояние пластины с наклонным эллиптическим вырезом; метод голографической интерферометрии.

### Введение

Работа посвящена описанию нового метода нахождения коэффициента интенсивности напряжений пластины с трещиноподобным дефектом, использующегося при прогнозировании хрупкого разрушения [1, 2].

В случае тел и дефектов сложной геометрии при попытке получить аналитическую зависимость для вычисления коэффициента  $K_I$  методами теории упругости возникают значительные математические трудности. Среди методов натурных экспериментов большое развитие получили методы фотоупругости [3–8], которые позволяют решить широкий круг сложных задач линейной механики разрушения, но сдерживаются недостаточной разработанностью методов.

Можно отметить метод голографической интерферометрии, основанный на использовании картин полос абсолютных разностей хода (АРХ) [4–7, 9, 10]. В работах [5, 8] рассмотрен случай оптически чувствительных пластин с центральной и боковой трещиной. Для них дан обзор и сравнительный анализ фотоупругих методов, используемых при определении величины  $K_I$ .

В линейной механике в рамках теории упругости было принято разлагать компоненты напряжений и перемещений по степеням расстояния до вершины дефекта. В непосредственной

близости от конца прямолинейной трещины использовалось «однопараметрическое» представление, т. е. зависящее от коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  [3]. При таком подходе геометрия тела с трещиной и граничные условия нагружения не учитываются.

Цель статьи – разработка нового метода нахождения коэффициента интенсивности напряжений и номинального напряжения  $\sigma_{ox}$  для пластины с трещиноподобным (эллиптическим) дефектом, основанного на независимом нахождении этих величин. Идея независимости позволяет найти поправочный коэффициент в аналитической формуле для вычисления  $K_I$ . В качестве данных натурального эксперимента используется информация, которая снимается с картин, полученных на основе метода голографической интерферометрии.

Отличие предлагаемого метода заключается в более точном представлении тензора напряжений в окрестности вершины трещиноподобного дефекта. Такое представление позволяет учитывать геометрию дефекта. Вычисленные по предложенному методу значения поправочной функции в формуле для теоретического определения коэффициента интенсивности напряжений оказались выше, чем полученные по ранее использовавшимся методикам. Это, возможно, говорит о недооценке величины коэффициента интенсивности напряжений при использовании ранее предложенных методов. Помимо использования более точных формул для тензора напряжений, подход предусматривает рассмотрение номинального напряжения и коэффициента интенсивности напряжений как независимых параметров. Полный учет геометрии трещины и особенностей нагружения невозможен с аналитической точки зрения, однако данная особенность метода позволяет частично компенсировать упрощения аналитических выражений тензора напряжений. Также данный метод дает возможность определить главные напряжения и интенсивность напряжений в окрестности вершины дефекта.

### Описание метода

Для получения значений коэффициента интенсивности напряжений и номинальных напряжений в вершине дефекта выполняются следующие действия. Значения номеров полос совместно с расстояниями от вершины дефекта до середины полосы находятся в результате эксперимента. Далее, с помощью приведенных ниже формул (9) и (10) они преобразуются в значения коэффициента интенсивности напряжений и интенсивность напряжений соответственно. Полученные величины совместно со значениями расстояния до середины полосы аппроксимируются по методу наименьших квадратов или с применением аналогичных методов линейной функцией  $\sigma_I(r)$ . Строгим обоснованием применения линейной аппроксимации авторы пока не располагают. Во всяком случае, в идеальном случае аппроксимирующая зависимость должна быть постоянна (и следовательно, линейна). Таким образом, значения коэффициента интенсивности напряжений и интенсивность напряжений находятся не в вершине трещины, а на некотором расстоянии от неё по оси дефекта. Итоговое значение  $\sigma_I^{жк}$  получается как предельное значение данной функции в нуле (что следует интерпретировать как вершину дефекта).

Компоненты напряжения при разложении в ряд по степеням  $r$  в окрестности вершины трещины с точностью до второго члена при двухосном нагружении трещиноподобного дефекта имеют вид [10]

$$\begin{aligned} \sigma_x \approx & -\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right) K_I \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + \frac{A_1 K_I}{4\sqrt{2\pi r}} - \\ & - \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right)^{1/2} \sigma(1+\varepsilon) \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sigma(1-\varepsilon) \left( \frac{1+m}{2m} \right)^2 \\ \sigma_y \approx & \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right) K_I \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + \frac{B_1 K_I}{4\sqrt{2\pi r}} + \\ & + \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right)^{1/2} \sigma(1+\varepsilon) \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sigma(1-\varepsilon) \left( \frac{1-m}{2m} \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tau_{xy} \approx -\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right) K_I \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) + \frac{C_1 K_I}{4\sqrt{2\pi r}} -$$

$$-\left(\frac{2r}{\rho}\right)^{-1/2} \left( \frac{2l}{\rho} \frac{(1-m)^2}{4\sqrt{m}(1+m)} \right)^{1/2} \sigma(1+\varepsilon) \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

где  $\sigma$  – номинальное напряжение;  $\varepsilon$  – параметр двухосности нагружения;  $m = \frac{1-\sqrt{\rho/l}}{1+\sqrt{\rho/l}}$ ,  $2l$  – длина трещины, а коэффициенты

$$A_1 = \cos\left(\frac{5\theta}{2}\right) + \frac{-17m^2 + 26m + 15}{8m} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad B_1 = -\cos\left(\frac{5\theta}{2}\right) + \frac{17m^2 + 38m - 15}{8m} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

$$C_1 = \sin\left(\frac{5\theta}{2}\right) - \frac{17m^2 + 6m - 15}{8m} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

Коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  для эллиптической трещины ищется по формуле:

$$K_I = \sqrt[4]{\frac{4m}{(1+m)^2}} \left( \sqrt{\pi l} \frac{\sigma(m(1+k) + (1-k))}{2m} \right) = \sigma \left( \frac{\rho}{\pi l} \right)^{-1/2} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{\rho}{a}\right)} \frac{\left(1 - k \sqrt{\frac{\rho}{l}}\right)}{\left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{l}}\right)} \quad (2)$$

Для случая одноосного растяжения и значений параметра  $m$  (зависящего от главных осей эллиптического дефекта), близких к 1, формула (2) упрощается и приобретает вид:

$$K_I / (\sigma \sqrt{\pi l}) \approx 1 + (1-m)/2.$$

Известно [6], что в плоской фотоупругой модели существуют два семейства полос АРХ  $N_1$  и  $N_2$ . Номера полос связаны с главными напряжениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  соотношениями Фавра [9]. Для плосконапряженного состояния эти соотношения имеют вид:

$$N_1 = a\sigma_1 + b\sigma_2; \quad N_2 = a\sigma_2 + b\sigma_1, \quad (3)$$

где  $N_2$  и  $a$  – константы материала исследуемого образца. Эти постоянные определяют на основе модельного эксперимента с пластиной, не содержащей дефекта [7]. Номера полос  $N_1$  и  $N_2$  в картинах АРХ берутся при различных поляризациях опорного пучка – вертикальной ( $\beta = 0^\circ$ ) и горизонтальной ( $\beta = 90^\circ$ ) соответственно [4]. Значения констант для рассматриваемого натурного эксперимента:

$$a = 0,625 \frac{\text{полос}}{\text{МПА}}; \quad b = 0,453 \frac{\text{полос}}{\text{МПА}}.$$

Картины АРХ удобнее всего обрабатывать вдоль оси трещины, так как вдоль нее наблюдается наибольшее количество полос и происходит значительное упрощение формул (1). В этом случае выражения для напряжений [10] приобретают вид: при угле  $\theta = 0^\circ$ ,  $\tau_{xy} = 0$  в формулах (1)

$$\sigma_1 \approx \frac{DK_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} + \left( \frac{17m^2 + 30m - 15}{32m} \right) \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} D^{3/2} \sigma(1+\varepsilon) + \sigma(1-\varepsilon) \left( \frac{1-m}{2m} \right)^2, \quad (4)$$

$$\sigma_2 \approx -\frac{DK_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} + \left( \frac{-17m^2 + 34m + 15}{32m} \right) \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} - \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} D^{3/2} \sigma(1+\varepsilon) - \sigma(1-\varepsilon) \left( \frac{1+m}{2m} \right)^2, \quad (5)$$

где  $r$  – расстояние до вершины трещины,  $D = \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}}$ .

Из уравнений (1), (3)–(5) для первой картины АРХ выражение

$$N_1 = K_I \left\{ \frac{D}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} (a-b) + \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ a \left( \frac{17m^2 + 30m - 15}{32m} \right) + b \left( \frac{-17m^2 + 34m + 15}{32m} \right) \right] \right\} + \sigma \left\{ \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} D^{1/2} (1+\varepsilon) \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}} (a-b) + (1-\varepsilon) \left[ a \left( \frac{1-m}{2m} \right)^2 - b \left( \frac{1+m}{2m} \right)^2 \right] \right\}. \quad (6)$$

Для второй картины АРХ соответственно получим

$$N_2 = K_I \left\{ \frac{D}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} (b-a) + \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[ b \left( \frac{17m^2 + 30m - 15}{32m} \right) + a \left( \frac{-17m^2 + 34m + 15}{32m} \right) \right] \right\} + \sigma \left\{ \left( \frac{2r}{\rho} \right)^{-1/2} D^{1/2} (1+\varepsilon) \frac{(1+m)}{2\sqrt{m}} (b-a) + (1-\varepsilon) \left[ b \left( \frac{1-m}{2m} \right)^2 - a \left( \frac{1+m}{2m} \right)^2 \right] \right\}. \quad (7)$$

Считая параметры  $K_I$  и  $\sigma$  независимыми, объединим формулы (6), (7) в систему, решение которой дается формулой:

$$K_I^i = \left\{ \left[ \left( \frac{2r_i}{\rho} \right)^{-1/2} D^{3/2} (1+\varepsilon) + (1-\varepsilon) \frac{1+m^2}{4m^2} \right] (a-b) (N_1^i + N_2^i) + \frac{(1-\varepsilon)(a+b)(N_1^i - N_2^i)}{2m} \right\} / \Delta, \quad (8)$$

$$\sigma^i = \left\{ \left[ \frac{D}{\sqrt{2\pi r_i}} \frac{\rho}{2r_i} + \frac{1}{\sqrt{2\pi r_i}} \left( \frac{17m^2 - 2m - 15}{32m} \right) \right] (a-b) (N_1^i + N_2^i) + \frac{(a+b)(N_2^i - N_1^i)}{\sqrt{2\pi r_i}} \right\} / \Delta, \quad (9)$$

где

$$\Delta = \left\{ \frac{D}{\sqrt{2\pi r_i}} \frac{\rho}{2r_i} \frac{(1-\varepsilon)}{m} (a^2 - b^2) + \left( \frac{2r_i}{\rho} \right)^{-1/2} D^{3/2} (1+\varepsilon) (b^2 - a^2) \frac{2}{\sqrt{2\pi r_i}} + \frac{(1-\varepsilon)}{\sqrt{2\pi r_i}} \left\{ (b^2 - a^2) \left( \frac{1-m}{2m} \right)^2 \left( \frac{-17m^2 + 34m + 15}{32m} \right) + (b^2 - a^2) \left( \frac{1+m}{2m} \right)^2 \left( \frac{17m^2 + 30m - 15}{32m} \right) \right\} \right\},$$

где  $N_{1i}$  – номер полосы в  $i$ -й точке, расположенной на оси трещины на расстоянии  $r_i$  от ее вершины.

Как известно [1, 2], при растяжении пластины с конечными размерами с трещиной коэффициент интенсивности напряжений равен:

$$K_I = \sigma_H \sqrt{\pi l} \cdot f_1, \quad (10)$$

где  $\sigma_H$  – номинальные напряжения вдали от трещины;  $l$  – полудлина трещины;  $f_1$  – поправочная функция, зависящая от геометрии образца и вида нагружения.

Из выражения (10) получаем:

$$f_{1i} = \frac{K_I^i}{\sigma_H \sqrt{\pi l}}, \quad (11)$$

Таким образом, для получения значения поправочной функции  $f_{1i}$  измеряются координаты полос АРХ  $N_{1i}$  и  $N_{2i}$  на оси трещины ( $\theta = 0^\circ$ ), после чего по формулам (8), (11) определяют  $f_{1i}$ . Точность приближенных формул (1) возрастает в окрестности вершины трещины, поэтому полученные значения  $f_{1i}$  экстраполируются в вершину дефекта  $r = 0$ . Согласно [5] экспериментальное значение для  $r_{\min} = (3,5 - 4)\rho$ . Отношение этих величин сохранялось при варьировании радиуса надреза  $\rho$  от 0,1 до 0,25 мм и длины надреза от 3 до 30 мм для пластины шириной 100 мм. Величину  $r_{\max}$  определяли совпадением теоретического по формулам (4), (5) и фактического напряжения [5].

Также по графикам  $N_1$  и  $N_2$  определяются номера полос в выбранных точках исследуемого сечения, и вычисляются главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  [7]

$$\sigma_1 = \frac{aN_1 - bN_2}{a^2 - b^2}; \quad \sigma_2 = \frac{aN_2 - bN_1}{a^2 - b^2}. \quad (12)$$

На точность определения главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2$  влияет точность определения порядков АРХ в исследуемой модели, а также точность тарировочного эксперимента.

### Применение метода к результатам натурального эксперимента

Для проверки предложенного метода определения коэффициента  $K_I$  были использованы данные натуральных экспериментов. При проведении экспериментов трещиноподобный надрез имел ширину 0,3 мм и длину  $2l = 13$  мм в пластине шириной  $2B = 13$  мм, толщиной 3,83 мм, выполненной из материала ЭД-20ММГФА. Эксперименты проведены при двух значениях относительной длины надреза  $W = \frac{l}{B} = 0,13; 0,3$ . Номинальное напряжение для  $W = 0,3$  равно  $\sigma_H = 3,28$  МПа, для  $W = 0,13$  равно  $\sigma_H = 4,7$  МПа. По обеим картинам  $N_{1i}$  и  $N_{2i}$  по формуле (11) определены значения  $f_{1i}$  для  $W = 0,13; 0,3$ .

Данные натурального эксперимента представляют из себя значения номеров полос и расстояния до центра полосы. Эти значения с помощью формулы (9) преобразуются в значения коэффициента интенсивности напряжений. Полученные значения совместно со значениями расстояния до центра полосы аппроксимируются по методу наименьших квадратов линейной функцией  $K_I(r)$ . Применение других методов аппроксимации (метод наименьших модулей, обобщенный метод наименьших модулей) не дало заметных улучшений результатов. Итоговое значение  $K_I^{ЭК}$  получается как значение данной функции в нуле (что следует интерпретировать как вершину дефекта).

Для получения интенсивности напряжений выполняются аналогичные процедуры. Значения номеров полос совместно с расстояниями по формуле (10) преобразуются в значения коэффициента интенсивности напряжений. Полученные значения совместно со значениями расстояния до центра полосы аппроксимируются по методу наименьших квадратов линейной функцией  $\sigma_I(r)$ . Итоговое значение  $\sigma_I^{ЭК}$  получается как значение данной функции в нуле (что следует интерпретировать как вершину дефекта).

На рис. 1–2 построены графики для интерполирующей линейной функции  $K_I(r)$  совместно с точками  $K_I^i$ , а на рис. 3–4 графики для линейной аппроксимации  $\sigma_I(r)$  и точки  $\sigma_I^i$  (значения интенсивности напряжений в точке  $r_i$ ). При вычислении  $\sigma^i$  использовались формулы (12) для определения главных напряжений. По значениям  $K_I^i$  построены прямые, приближающие полученные значения и определено значение  $K_I^{ЭК}$ . Значения для  $\sigma^i$  выходят на значение  $\sigma_H$  при увеличении расстояния. Значения  $f_{1i}$  аппроксимируются прямыми линиями, сходящимися в одну точку.

Экспериментальные средние значения  $f_{1эксп}$  для двух значений  $W$ , полученные по формуле (11), приведены в таблице. Здесь же приведены теоретические значения  $f_{1i}$ , полученные по различным методикам: формула Феддерсена [1, 2], экспериментальные значения, полученные методом фотоупругости по картинам изохром [3], экспериментальные результаты, полученные с помощью метода голографической фотоупругости по картинам АРХ [4].

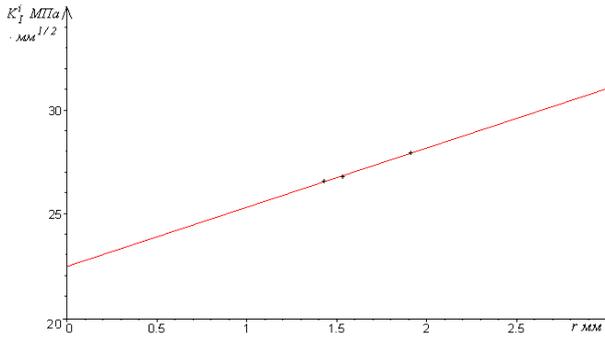


Рис 1. Экспериментальные точки  $K_I^i$ ,  $W = 0,3$

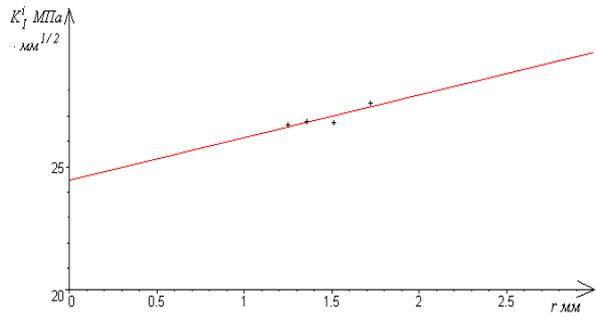


Рис 2. Экспериментальные точки  $K_I^i$ ,  $W = 0,13$

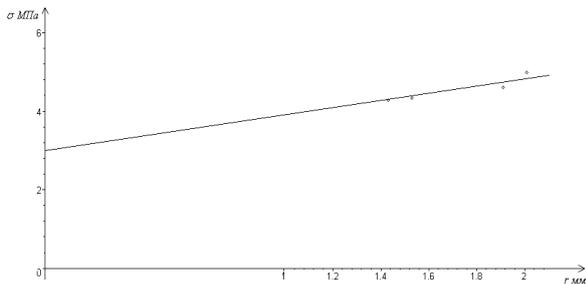


Рис 3. Экспериментальные точки  $\sigma^i$ ,  $W = 0,3$

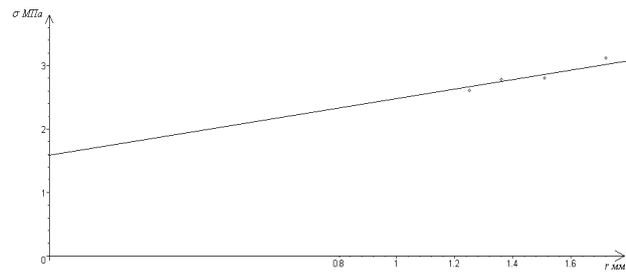


Рис 4. Экспериментальные точки  $\sigma^i$ ,  $W = 0,13$

Таблица

$W = \frac{l}{B}$	$f_1 = \sqrt{\sec \frac{\pi}{2} W}$ Феддерсен [1, 2]	$f_1$ [3]	$f_1$ [4]	$f_1$ (предложенный метод)
0,13	1,01	—	1,00	1.05
0,3	1,06	1,06	1,06	1.08

В случае центрального эллиптического выреза с радиусом кривизны в вершине  $\rho = 0,15$  мм экспериментальные значения главного напряжения  $\sigma_1$ , определенные методом голографической интерферометрии, согласуются с расчетными значениями с погрешностью 10 %, значения коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  с погрешностью 13 %.

Погрешность составила 2 % по формуле (6) из [4] с результатами натурального эксперимента взятыми из [3]. Расчет велся по формулам с однопараметрическим представлением тензора напряжения на основе коэффициента  $K_I$ . Второй член в представлении М. Вильямса  $\sigma$  не учитывался. Анализ результатов таблицы показывает, что экспериментальные значения  $f_{1i}$  для  $W = 0,13$  выше значений  $f_1 = 1,00$ , приведенных в [4], что произошло за счет добавления слагаемого  $\sigma$  в формулах (6)–(7) и последующего их учета в формуле (8). Аналогичные экспериментальные результаты, полученные по картинам изохром методом фотоупругости, приведены в [8] с погрешностью 2–5 % двухпараметрическим методом на основе решения Ирвина.

Некоторые теоретические и экспериментальные исследования по механике разрушения трещиноподобных дефектов в случае двухосного нагружения конструкции приведены в работах [10].

Таким образом, предложенный двухпараметрический метод определения  $K_I$  может быть использован для решения задач линейной механики разрушения с использованием метода голографической интерферометрии по картинам АРХ. Предложенные формулы для расчета  $K_I$  хорошо согласуются с теоретическими результатами.

### Литература

1. Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н.А. Махутов. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
2. Красовский, А.Я. Хрупкость металлов при низких температурах / А.Я. Красовский. – Киев: Наукова думка, 1980. – 337 с.
3. Определение коэффициентов интенсивности напряжений  $K_I$  и  $K_{II}$  методом фотоупругости / О.А. Бакши, Н.Л. Зайцев, С.Ю. Гооге и др. // Заводская лаборатория. – 1980. – Т. 46, № 3. – С. 280–282.
4. Определение коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  методом голографической фотоупругости / Л.Л. Ситников, А.А. Остсемин, С.А. Денискин, А.А. Загрбалов // Заводская лаборатория. – 1982. – Т. 48, № 9. – С. 81–83.
5. Остсемин, А.А. Определение коэффициента интенсивности напряжений методами фотоупругого моделирования / А.А. Остсемин, С.А. Денискин, Л.Л. Ситников // Проблемы прочности. – 1990. – № 1. – С. 33–37.
6. Остсемин А.А. Двухпараметрическое определение коэффициентов интенсивности напряжений для наклонной трещины методом голографической интерферометрии / А.А. Остсемин // Заводская лаборатория. – 1991. – Т. 57, № 12. – С. 45–48.
7. Определение напряженного состояния тел с дефектами методом голографической интерферометрии / Остсемин А.А., Денискин С.А., Ситников Л.Л. и др. // Проблемы прочности. – 1982. – № 10. – С. 77–81.
8. Разумовский, И.А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела: учебное пособие / И.А. Разумовский. – М.: Изд-во МГТУ, 2007. – 235 с.
9. Александров, А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. – М: Наука, 1973. – 576 с.
10. Остсемин, А.А. Напряженно-деформированное состояние и коэффициент интенсивности напряжений в окрестности трещиноподобных дефектов при двухосном растяжении пластины / А.А. Остсемин, П.Б. Уткин // ПМТФ. – 2014. – Т. 55, № 6(328). – С. 162–172.

*Поступила в редакцию 21 июня 2022 г.*

### Сведения об авторах

Дильман Валерий Лейзерович – доктор физико-математических наук, доцент, кафедра математического анализа и методики преподавания математики, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: dilmanvl@susu.ru.

Уткин Павел Борисович – доцент, кафедра математического анализа и методики преподавания математики, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: utkinpb@susu.ru, neobart@yandex.ru.

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"  
2022, vol. 14, no. 3, pp. 60–67*

---

DOI: 10.14529/mmph220307

## TWO-PARAMETER METHOD OF DETERMINING STRESS INTENSITY FACTOR $K_I$ OF CRACK-LIKE DEFECTS USING HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY

**V.L. Dilman, P.B. Utkin**

*South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation  
E-mail: dilmanvl@susu.ru, neobart@yandex.ru*

Abstract. A new method has been developed for finding the stress intensity coefficient and the nominal stress  $\sigma_{ox}$  for a plate with a crack-like (elliptical) defect. As an experimental basis, the patterns of bands of absolute path difference obtained on the basis of the method of holographic interferometry are taken. Using Favre ratios and approximate decomposition of stress components for the plane case, the stress intensity coefficient and the nominal stress  $\sigma_{ox}$  are determined. The difference of the proposed method is in a more accurate representation of the stress tensor in the vicinity of the vertex of a crack-

like defect. Such representation allows one to take the geometry of the defect into account. The values of the correction function calculated by the proposed method in the formula for theoretical determining of the intensity factor have been higher than those obtained by previously used methods. This indicates a possible underestimation of the magnitude of the intensity factor when using the previously proposed methods. In addition to using more precise formulas for the stress tensor, the approach implies considering the nominal stress and the intensity factor as independent parameters. Full consideration of the crack geometry and loading features is very difficult from a mathematical point of view; however, this property of the method allows partially compensating for the simplifications of the stress tensor analytic expressions. Also, this method makes it possible to determine the main stresses and the intensity of stresses in the vicinity of the vertex of the defect. The obtained formulas agree well with experimental results.

*Keywords:* fracture mechanics; stress intensity factors; stress state of a plate with an inclined elliptical cutout; method of holographic interferometry.

### References

1. Makhutov N.A. *Deformatsionnye kriterii razrusheniya i raschet elementov konstruktsiy na prochnost'* (Deformation Criteria Destruction and Calculation of Elements of Structures for Strength). Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981, 272 p. (in Russ.).
2. Krasovskiy A.Ya. *Khrupkost' metallov pri nizkikh temperaturakh* (The brittleness of metals at low temperatures). Kiev, Naukova dumka Publ., 1980, 337 p. (in Russ.).
3. Bakshi O.A., Zaytsev N.L., Googe S.Yu. *et al.* Opreделение koэфficientov intensivnosti napryazheniy  $K_I$  i  $K_{II}$  metodom fotouprugosti (Determination of stress intensity coefficients  $K_I$  and  $K_{II}$  by photoelasticity method). *Zavodskaya laboratoriya*, 1980, Vol. 46, no. 3, pp. 280–282. (in Russ.).
4. Sitnikov L.L., Ostsemin A.A., Deniskin S.A., Zagrebalov A.A. Opreделение koэфficienta intensivnosti napryazheniy  $K_I$  metodom golograficheskoy fotouprugosti (Determination of stress intensity factor  $K_I$  by the method of holographic interferometry). *Zavodskaya laboratoriya*, 1982, Vol. 48, no. 9, pp. 81–83. (in Russ.).
5. Ostsemin A.A., Deniskin S.A., Sitnikov L.L. Opreделение koэфficienta intensivnosti napryazheniy metodami fotouprugogo modelirovaniya (Determination of stress intensity factor by methods of photoelastic simulation). *Problemy prochnosti*, 1990, no. 1, pp. 33–37. (in Russ.).
6. Ostsemin A.A. Dvukhparametricheskoe opredelenie koэфficientov intensivnosti napryazheniy dlya naklonnoy treshchiny metodom golograficheskoy interferometrii (Two-parameter determination of stress intensity factors for slant cracks by the method of holographic interferometry). *Zavodskaya laboratoriya*, 1991, Vol. 57, no. 12, pp. 45–48. (in Russ.).
7. Ostsemin A.A., Deniskin S.A., Sitnikov L.L. *et al.* Opreделение napryazhennogo sostoyaniya tel s defektami metodom golograficheskoy interferometrii (Determination of the Stress State of Bodies with Defects using Holographic Interferometry). *Problemy prochnosti*, 1982, no. 10, pp. 77–81. (in Russ.).
8. Razumovskiy I.A. *Interferentsionno-opticheskie metody mekhaniki deformiruемого tverdogo tela: uchebnoe posobie* (Interferention-Optical Methods of Solid Mechanics: Text Book). Moscow, Izd-vo MGTU Publ., 2007, 235 p. (in Russ.).
9. Aleksandrov A.Ya., Akhmetzyanov M.Kh. *Polyarizatsionno-opticheskie metody mekhaniki deformiruемого tela* (Polarization-Optical Methods of Mechanics of Deformable Bodies). Moscow, Nauka Publ., 1973, 576 p. (in Russ.).
10. Ostsemin A.A., Utkin P.B. Stress-Strain State and Stress Intensity Factor in the Vicinity of Crack-Like Defects under Biaxial Tension of a Plate. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2014, Vol. 55, no. 6, pp. 1045–1054. DOI: 10.1134/S0021894414060170

Received June 21, 2022

### Information about the authors

Dilman Valeriy Leyzerovich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Mathematical Analysis and Methods of Teaching Mathematics, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: dilmanvl@susu.ru.

Utkin Pavel Borisovich is Associate Professor, Department of Mathematical Analysis and Methods of Teaching Mathematics, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: utkinpb@susu.ru, neobart@yandex.ru.