

УСЛОВИЕ ОПТИМАЛЬНОСТИ РЕШАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ В РАДИОСИСТЕМАХ С ПРИНЯТИЕМ РЕШЕНИЙ

И.А. Чепурнов, В.О. Черваков, М.Г. Вахитов, Д.С. Клыгач

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: klygachds@susu.ru

Аннотация. Рассматривается выбор оптимальной решающей функции для радиосистем с принятием решений. Проводится анализ алгоритмов объединения частных решений на основе байесовского подхода. Предлагается метод вычисления оптимальной решающей функции для определения принадлежности наблюдаемых значений к заданному классу значений. Предложенный метод позволяет эффективно использовать частные решения для принятия общего решения в другом алфавите на основе сведений о составе наблюдаемой группы объектов и распределении их по классам, а также оптимального учёта текущей достоверности этих частных решений. Набор наблюдаемых значений и частных решений формируется на основе экспериментальных результатов измерений. Предполагается, что значения в алфавите заранее известны. Описано применение данного метода в задачах неразрушающего контроля композитных материалов, а именно с помощью радиоволнового метода. Радиоволновый метод можно применять для поиска дефектов в структуре композитных материалов. С помощью излучателя сканируется поверхность эталонного композитного материала и формируется набор данных. После проводится сканирование исследуемого образца и формируется набор по наблюдаемым объектам. Возникающие неоднородности (дефекты) будут являться установленными известными классами в алфавите и будут определяться набором значений коэффициента отражения от этих неоднородностей (дефектов).

Ключевые слова: радиосвязь; распознавание; достоверность; принятие решений.

Введение

К радиосистемам с двухэтапным принятием решений можно отнести системы цифровой связи [1] и многодатчиковые системы распознавания (классификации) [2, 3]. В системах передачи дискретной информации на первом этапе формируются решения демодулятора, а на втором эти решения обрабатываются в декодере, в результате формируется окончательное решение о том, какая информация была передана. В многодатчиковых системах распознавания на первом этапе датчики (подсистемы, каналы, классификаторы) формируют решения о принадлежности наблюдаемого объекта к одному из заранее установленных классов в алфавите каждого датчика, а на втором этапе эти решения объединяются, при этом используется алфавит окончательных решений. Для общности будем называть решения первого этапа частными, а второго – общими. Применительно и к системам цифровой связи, и к многодатчиковым системам распознавания будем называть процесс принятия общего решения объединением частных решений.

В работе [3, 4] на основе общего байесовского подхода рассматриваются алгоритмы объединения частных решений. Предлагается метод оптимального учёта текущей достоверности частных решений, в частном случае приводящий к алгоритму оптимального голосования. Критерием оптимальности является критерий идеального наблюдателя.

Одним из направлений использования предложенных радиотехнических систем является неразрушающий контроль. В настоящее время полимерные композиты, например, угле- и органо-пластики, широко используются в авиационной технике, авиационных двигателях для изготовления высоконагруженных несущих элементов. Основным достоинством композитных материалов на основе синтетических армирующих волокон является высокая удельная прочность, возможность в широких пределах управлять прочностью и жесткостью конструкции, добиваясь ее высокого весового совершенства [5–7]. Возникающие при ударах внутри- и межслойные повреждения (расслоения, разрыв волокон) существенно влияют на остаточную прочность композитного элемента и могут приводить к его внезапному разрушению в процессе штатной эксплуатации [8–9]. В связи с этим важной частью мониторинга состояния композитных конструкций является

выявление ударных дефектов для их дальнейшего ремонта или принятия решения о замене всего элемента [10–12]. В этом случае радиоволновый метод можно применять для поиска дефектов в структуре композитных материалов.

С помощью излучателя сканируется поверхность эталонного композитного материала и формируется набор данных. После проводится сканирование исследуемого образца и формируется набор по наблюдаемым объектам. Возникающие неоднородности (дефекты) будут являться установленными известными классами в алфавите.

Математическая модель

В работе [4] на первом этапе формирования решения о принадлежности наблюдаемых объектов к заранее установленным классам в алфавите $U = \{u_1, \dots, u_m\}$ нет описания возможных ошибок, которые могут возникать при ложной принадлежности наблюдаемых значений к заданному классу. Необходимо учитывать вероятность ошибки системы и выбрать оптимальную решающую функцию, с помощью которой можно принимать решение о принадлежности наблюдаемых объектов к заданным классам. Это необходимо выполнять особенно в случае большого количества значений от датчиков или источников.

Для определения такой решающей функции воспользуемся моделью, основанной на нахождении ключевых статистик в теории принятия решений по фиксированному числу наблюдений [13]. В предложенной модели предполагается, что рассматривается модель в случае дискретного времени. Решающая функция должна быть оптимальна и позволять принимать решение о принадлежности не только в случае, когда в установленный класс входит одно значение $U = \{u_1\}$, но и в случае нескольких значений $U = \{u_1, \dots, u_m\}$. Условие оптимальности решающей функции зададим на основе леммы Неймана–Пирсона.

В многодатчиковых системах распознавания на первом этапе датчики (подсистемы, каналы, классификаторы) формирования решения о принадлежности наблюдаемого объекта к одному из заранее установленных классов в алфавите $U = \{u_1, \dots, u_m\}$ каждого датчика рассмотрим с помощью ключевых статистик в теории принятия решения по фиксированному числу наблюдений.

Будем предполагать, что наблюдаемые объекты формируют наблюдаемые данные, которые описываются числовой последовательностью:

$$x_1, x_2, \dots, x_n. \quad (1)$$

Эти числовые последовательности являются результатом наблюдений над независимыми одинаково распределенными случайными величинами:

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n. \quad (2)$$

Структура (2) описывает наблюдаемый процесс $\theta = (\theta_t)_{t \geq 0}$, и данный процесс задан в измеримом пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) . Здесь $\Omega = \{\omega\}$ – пространство элементарных событий (исходов) ω , $\mathcal{F} = \{A: A \subseteq \Omega\}$ – совокупность множеств (событий) из Ω , образующих σ -алгебру. В пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) заданы меры P_0 и P_∞ , которым соответствуют θ_0 и θ_∞ .

В рассматриваемых последовательностях будем предполагать, что все величины θ_k – одномерные случайные величины с одномерными функциями распределения

$$F_\theta = F_\theta(x) (= P_\theta(\theta_n \leq x)). \quad (3)$$

И при $n \geq 1$ имеют плотность $f_0(x)$

$$dF_0(x) = f_0(x)\mu(dx), \quad (4)$$

где $\mu(dx)$ – некоторая σ -конечная мера.

В качестве меры будем использовать меру

$$\mu(dx) = \frac{1}{2}(P_0(dx) + P_\infty(dx)). \quad (5)$$

Для $P_\theta(\theta_1 \leq x_1, \dots, \theta_n \leq x_n)$ соответствует функция плотности распределения $p_\theta(x_1, \dots, x_n)$.

Поскольку рассматриваемые величины независимые и одинаково распределенные, это означает, что плотность совместного распределения $p_\theta(x_1, \dots, x_n)$ будет равна

$$F_{\theta}(x_1, \dots, x_n) = P_{\theta}(\theta_1 \leq x_1, \dots, \theta_n \leq x_n) \quad (6)$$

и имеет следующий вид

$$p_{\theta}(x_1, \dots, x_n) = f_{\theta}(x_1) \dots f_{\theta}(x_n) \quad (7)$$

Ключевой статистикой (для каждого $n \geq 1$) будет статистика:

$$L_n = \frac{f_0(x_1) \dots f_0(x_n)}{f_{\infty}(x_1) \dots f_{\infty}(x_n)} \quad (8)$$

Для принятия решения о принадлежности наблюдаемого объекта к одному из заранее установленных классов в алфавите каждого датчика введем функцию $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_N)$, которая принимает значения в $[0, 1]$.

Фундаментальная лемма Неймана–Пирсона

В общем случае функция $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_N)$ – это вероятность соответствия принадлежности наблюдаемого объекта к одному из заранее установленных классов в алфавите каждого датчика. С точки зрения теории вероятности $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_N)$ – вероятность принятия гипотезы H_0 , когда получены наблюдения x_1, x_2, \dots, x_N над случайными величинами $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$.

Введем следующие функции:

$$\alpha(\varphi) = E_{\infty} \varphi(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n), \quad \beta(\varphi) = E_0(1 - \varphi(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)), \quad (9)$$

где E_0 и E_{∞} – усреднение по исходным мерам P_0 и P_{∞} . Значения E_0 и E_{∞} можно найти как математическое ожидание для каждого значения наблюдаемых случайных величин $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$.

Основной смысл введенных функций (9) в том, функция $\alpha(\varphi)$ – это вероятность принятия гипотезы H_0 , когда верна гипотеза H_{∞} . Функция $\alpha(\varphi)$ – это вероятность ошибки I рода. Аналогично, что функция $\beta(\varphi)$ – это вероятность принятия гипотезы H_{∞} , когда верна гипотеза H_0 . Функция $\beta(\varphi)$ – вероятность ошибки II.

Применительно к задаче о принадлежности наблюдаемых объектов к заранее установленным классам гипотеза H_0 будет описывать вариант, когда полученные значения принадлежат установленным классам. Гипотеза H_{∞} описывает вариант, когда наблюдаемые значения не принадлежат установленным классам. Соответственно $\alpha(\varphi)$ – функция показывает вероятность ошибки в случае, когда наблюдаемые объекты принадлежат к заранее установленным классам $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in U$, но в действительности это не так $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \notin U$. Функция $\beta(\varphi)$ показывается, когда наблюдаемые объекты не принадлежат к заранее установленным классам $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \notin U$, но в действительности $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \in U$.

Решающая функция будет оптимальна, если для $\Phi_a = \{\varphi: \alpha(\varphi) \leq a\}$, где $a \in [0, 1]$, выполняется

$$\beta(\varphi_a^*) = \inf_{\varphi \in \Phi_a} \beta(\varphi). \quad (10)$$

Для любого $0 \leq a \leq 1$ найдутся такие постоянные коэффициенты λ_a^* и h_a^* , что решающая функция

$$\varphi^*(x_1, x_2, \dots, x_N) = \begin{cases} 1, & p_0(x_1, x_2, \dots, x_N) > h_a^* p_{\infty}(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ \lambda_a^*, & p_0(x_1, x_2, \dots, x_N) = h_a^* p_{\infty}(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ 0, & p_0(x_1, x_2, \dots, x_N) < h_a^* p_{\infty}(x_1, x_2, \dots, x_N) \end{cases} \quad (11)$$

является оптимальным в классе Φ_a .

В (11) h_a^* – отношение правдоподобия

$$h_a^* = L_n = p_0(x_1, x_2, \dots, x_N) / p_{\infty}(x_1, x_2, \dots, x_N). \quad (12)$$

Приведенная выше решающая функция является обобщенным случаем для алгоритма неполного декодирования Форни [14]. В этом алгоритме используются коэффициенты текущей достоверности оценок символов с выхода демодулятора следующего вида:

$$\alpha_{t_MOP} = \begin{cases} 1, & L(\hat{\theta}_t) > s \\ L(\hat{\theta}_t)/s, & 0 \leq L(\hat{\theta}_t) \leq s, \\ 0, & L(\hat{\theta}_t) < s, \end{cases} \quad (13)$$

где α_{t_MOP} – коэффициент достоверности Форни, $L(\hat{\theta}_t)$ определяется по формуле:

$$L(\hat{\theta}_t) = \ln \left(P(\xi_t | \hat{\theta}_t) / \sum_{\theta_t = \hat{\theta}_t}^Q P(\xi_t | \theta_t) \right),$$

где $P(\xi_t | \theta_t)$ – функция правдоподобия t -го символа, s – параметр, введенный в [5] при применении границы Чернова.

С учетом (11) получаем, что

$$h_a^* = L_n = L(\hat{\theta}_t) = \ln \left(P(\xi_t | \hat{\theta}_t) / \sum_{\theta_t = \hat{\theta}_t}^Q P(\xi_t | \theta_t) \right). \quad (14)$$

Задача нахождения оптимальной решающей функции сводится к нахождению коэффициента отношения правдоподобия L_n . Для нахождения неоднородностей (дефектов) эталонный образец необходим для формирования $p_\infty(x_1, x_2, \dots, x_N)$ и, соответственно, гипотезы H_∞ . Данные $p_0(x_1, x_2, \dots, x_N)$ формируются на исследуемых образцах. Вычисляется коэффициент отношения правдоподобия L_n и находится решающая функция, на основе которой определяется, входят те или иные значения в класс установленных функций, т. е. принимается решение, является ли данный набор данных неоднородностью (дефектом) или нет.

Выводы

В статье рассматривается выбор оптимальной решающей функции для радиосистемы принятием решений. Предлагается метод вычисления оптимальной решающей функции для определения принадлежности наблюдаемых значений к заданному классу. Предложенный метод позволяет эффективно использовать частные решения для принятия общего решения в другом алфавите на основе сведений о составе наблюдаемой группы объектов и распределении их по классам, а также оптимального учёта текущей достоверности этих частных решений.

Показано, что данный алгоритм подходит для решения практической задачи определения неоднородностей (дефектов) в проблемах неразрушающего контроля.

Авторы выражают признательность профессору А.В. Богомолу за интерес к работе и плодотворные дискуссии. Кроме того, считаем своим приятным долгом поздравить профессора А.В. Богомолу с юбилеем.

Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-01002, <https://rscf.ru/project/22-29-01002/>.

Литература

1. Кларк, Дж., мл. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / Дж. Кларк, мл., Дж. Кейн // Статистическая теория связи, Вып. 28. – М.: Радио и связь, 1987. – 391 с.
2. Селекция и распознавание на основе локационной информации / А.Л. Горелик, Ю.Л. Барабаш, О.В. Кривошеев, С.С. Эпштейн. – М.: Радио и связь, 1990. – 239 с.
3. Радиозлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
4. Доросинский, Л.Г. Основы теории принятия решений и ее применение для оптимальной обработки сигналов в РСА / Л.Г. Доросинский, Н.В. Папуловская. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 204 с.
5. Self-Reporting Mechanochromic Coating: Glassfiber Reinforced Polymer Composites that Predict Impact Induced Damage / S. Shree, M. Schulz-Senft, A. Kuntze *et al.* // Materials Horizons. – 2020. – Vol. 7, Iss. 2. – P. 598–604.
6. Mechanical Unfolding of a Fluorescent Protein Enables Self-Reporting of Damage in Carbon-Fibre-Reinforced Composites / S. Lörcher, T. Winkler, K. Makyła, C. Ouellet-Plamondon, I. Burgert, N. Bruns // Journal of Materials Chemistry A. – 2014. – Vol. 2, Iss. 17. – P. 6231–6237.

7. Mechanochromic Fluorescence in Epoxy as a Detection Method for Barely Visible Impact Damage in CFRP Composites / R. Toivola, P.-N. Lai, J. Yang *et al.* // Composites Science and Technology. – 2017. – Vol. 139. – P. 74–82.
8. Smart Polymeric Coatings for Damage Visualization in Substrate Materials / S. Vidinejevs, A.N. Aniskevich, A. Gregor *et al.* // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – Vol. 23, Iss. 12. – P. 1371–1377.
9. Microcapsule-Based Visualization Smart Sensors for Damage Detection: Principles and Applications / X. Zheng, Q. Wang, Y. Li *et al.* // Advanced Materials. Technologies. – 2020. – Vol. 5, Iss. 2. – paper no. 1900832.
10. Spectroscopic Study of Terahertz Reflection and Transmission Properties of Carbon-Fiber-Reinforced Plastic Composites / J. Zhang, C. Shi, Y. Ma *et al.* // Optical Engineering. – 2015. – Vol. 54, Iss. 5. – статья № 054106.
11. Palka, N. Detailed non-destructive evaluation of UHMWPE composites in the terahertz range / N. Palka, D. Miedzinska // Optical and Quantum Electronics. – 2014. – Vol. 46, no. 4. – P. 515–525.
12. Soutis, C. Carbon Fiber Reinforced Plastics in Aircraft Construction / C. Soutis // Materials Science and Engineering A. – 2005. – Vol. 412, Iss. 1-2. – P. 171–176.
13. Ширяев, А.Н. Стохастические задачи о разрядке. Электронное издание / А.Н. Ширяев. – М.: МЦНМО, 2017. – 391 с.
14. Форни, Д. Каскадные коды / Д. Форни. – М.: Мир, 1970. – 205 с.

Поступила в редакцию 15 декабря 2022 г.

Сведения об авторах

Чепурнов Илья Александрович – студент группы ЕТв-129, кафедра математического и компьютерного моделирования, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: chepurnov@bmgtau.ru

Черваков Владимир Олегович – студент группы ЕТв-129, кафедра математического и компьютерного моделирования, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: vchervakov@mail.ru

Вахитов Максим Григорьевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: vakhitovmg@susu.ru

Клыгач Денис Сергеевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра математического и компьютерного моделирования, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: klygachds@susu.ru

*Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2023, vol. 15, no. 1, pp. 63–68*

DOI: 10.14529/mmph230107

DECISION MAKING AS AN OPTIMAL DECISION RULE IN RADIO SYSTEMS

I.A. Chepurnov, V.O. Chervakov, M.G. Vakhitov, D.S. Klygach
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation
E-mail: klygachds@susu.ru

Abstract. Decision making is considered as an optimal decision rule for a radio system. The algorithms for combining particular solutions based on a Bayesian approach is analyzed. A method for computing the optimal decision rule to determine the class membership of observed values is proposed. The method enables the effective use of particular solutions for making a general decision in another alphabet. The decision is based on information about the composition of the objects under study and their distribution into classes. The method also enables the optimal accounting of the current validity of these particular solutions.

Keywords: radio communication; recognition; reliability; decision making.

References

1. Clark G.C., Jr., Cain J.B. *Error-correction coding for digital communications*. New York and London, Plenum Press, 1981.
2. Gorelik A.L., Barabash Yu.L., Krivosheev O.V., Epshteyn S.S. *Selektsiya i raspoznavanie na osnove lokatsionnoy informatsii* (Selection and Recognition Based on Location Information). Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1990, 239 p. (in Russ.).
3. Shirman Ya.D. *Radioelektronnye sistemy: Osnovy postroeniya i teoriya. Spravochnik* (Radio-electronic systems: Fundamentals of construction and theory. Guide). Moscow, Radiotekhnika Publ., 2007, 512 p. (in Russ.).
4. Dorosinsky L.G., Papulovskaya N.V. *Osnovy teorii prinyatiya resheniy i ee primeneniye dlya optimal'noy obrabotki signalov v RSA* (Fundamentals of the Theory of Decision Making and its Application for Optimal Signal Processing in SAR). Ekaterinburg, Izd-vo Ural. un-ta Publ., 2018, 204 p. (in Russ.).
5. Shree S., Schulz-Senft M., Kuntze A., Mishra Y.K., Staubitz A., Adelung R. Self-Reporting Mechanochromic Coating: Glassfiber Reinforced Polymer Composites that Predict Impact Induced Damage. *Materials Horizons*, 2020, Vol. 7, Iss. 2, pp. 598–604. DOI: 10.1039/c9mh01400d
6. Lörcher S., Winkler T., Makyła K., Ouellet-Plamondon C., Burgert I., Bruns N. Mechanical Unfolding of a Fluorescent Protein Enables Self-Reporting of Damage in Carbon-Fibre-Reinforced Composites. *Journal of Materials Chemistry A*, 2014, Vol. 2, Iss. 17, pp. 6231–6237. DOI: 10.1039/c3ta14803c
7. Toivola R., Lai P.-N., Yang J., Jang S.-H., Jen A.K.-Y., Flinn B.D., Mechanochromic Fluorescence in Epoxy as a Detection Method for Barely Visible Impact Damage in CFRP Composites. *Composites Science and Technology*, 2017, Vol. 139, pp. 74–82. DOI: 10.1016/j.compscitech.2016.11.026
8. Vidinejevs S., Aniskevich A.N., Gregor A., Sjöberg M., Alvarez G. Smart Polymeric Coatings for Damage Visualization in Substrate Materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 23, Iss. 12, pp. 1371–1377. DOI: 10.1177/1045389X12447
9. Zheng X., Wang Q., Li Y., Luan J., Wang N. Microcapsule-Based Visualization Smart Sensors for Damage Detection: Principles and Applications. *Advanced Materials. Technologies*. 2020, Vol. 5, Iss. 2, paper no. 1900832. DOI: 10.1002/admt.201900832
10. Zhang J., Shi C., Ma Y., Han X., Li W., Chang T., Wei D., Du C., Cui H.-L. Spectroscopic Study of Terahertz Reflection and Transmission Properties of Carbon-Fiber-Reinforced Plastic Composites. *Optical Engineering*, 2015, Vol. 54, Iss. 5, no. 054106. DOI: 10.1117/1.OE.54.5.054106
11. Palka N., Miedzinska D. Detailed Non-Destructive Evaluation of UHMWPE Composites in the Terahertz Range. *Optical and Quantum Electronics*, 2014, Vol. 46, no. 4, pp. 515–525. DOI: 10.1007/s11082-013-9836-4
12. Soutis, C. Carbon Fiber Reinforced Plastics in Aircraft Construction. *Materials Science and Engineering A*, 2005, Vol. 412, Iss. 1-2, pp. 171–176. DOI: 10.1016/j.msea.2005.08.064
13. Shiryaev A.N. *Stokhasticheskie zadachi o razladke. Elektronnoe izdanie* (Stochastic Problems about the Disorder. Electronic Edition). Moscow, MTsNMO Publ., 2017, 391 p. (in Russ.).
14. Forni D. *Kaskadnye kody* (Cascading Codes), Moscow, Mir Publ., 1970, 205 p.

Received December 15, 2022

Information about the authors

Chepurnov Il'ya Aleksandrovich is student, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: chepurnov@bmgtau.ru

Chervakov Vladimir Olegovich is student, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: vchervakov@mail.ru

Vakhitov Maksim Grigor'evich is Cand. Sc. (Engineering), Associate Professor, Design and production of Radio Equipment Department, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: vakhitovmg@susu.ru

Klygach Denis Sergeevich is Cand. Sc. (Engineering), Associate Professor, Mathematical and Computer Modeling Department, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: klygachds@susu.ru