

НЕЙРОСЕТЕВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ

Е.Ф. Лепинин, В.И. Ширяев

Рассматривается нейросетевой алгоритм решения задачи фильтрации. Предлагается структура искусственной нейронной сети, реализующая алгоритм фильтрации, процедура обучения нейронной сети. Проводится сравнительная оценка алгоритмов фильтрации с использованием и без использования искусственных нейронных сетей.

Применение искусственных нейронных сетей (ИНС) находит в настоящее время все более широкое распространение в теории управления [2, 6, 8]. Одной из задач теории управления, где необходимо использовать параллельные вычисления, является задача фильтрации динамического процесса [1, 4].

Рассматривается динамический процесс, описываемый n -мерной линейной системой:

$$x_{k+1} = A_k x_k + \delta_k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

Измерение сигнала имеет вид

$$z_{k+1} = H_k x_k + \eta_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где A_k , H_k – матрицы $m \times n$ считаются известными, x_k – вектор состояния, δ_k , η_k – гауссов-

ский шум возмущений и наблюдений, соответственно. Известны характеристики: $Mx_0 = \hat{x}_0$,

$$V_{x_0} = P_0, \quad M\xi_0 = \bar{\xi}_0, \quad V_{\xi_k} = Q_k, \quad M\eta_k = \bar{\eta}_k, \quad V_{\eta_k} = R_k > 0.$$

Требуется найти оценку \hat{x}_k вектора x_k по совокупности измерений $z_k(\cdot) = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$.

Для дискретного фильтра Калмана [4] находим решение в виде оценки \bar{x}_{k+1} из системы уравнений:

$$\bar{x}_{k+1} = A_k \bar{x}_k + L_k (y_k - G A_k x_k);$$

$$L_k = P_k G R^{-1};$$

$$P_k = M_k - M_k G^T (G M_k G^T + R)^{-1} G M_k;$$

$$M_k = A_k P_{k-1} A_k^T + Q.$$

Исходя из описанной выше оценки решение задачи фильтрации можно представить в виде последовательной многослойной нейронной сети. Оценку вектора \bar{x}_{k+1} удобно представить, как решение системы линейных уравнений вида $Ax=b$, где x – искомая величина оценки данного вектора (\bar{x}_{k+1}), а b – правая часть уравнения фильтра Калмана. Тогда полный вид нейросетевого алгоритма представим, как и для решения системы уравнений [3], в следующем виде:

$$\begin{cases} x(0) = [0]; \\ y(k) = f(x(k) - b); \\ x(k+1) = y(k) - 2NA^T y(k), \end{cases}$$

где N – задаваемая погрешность, $x(k)$ – вход нейрона на k -м шаге работы нейронной сети, $x(k+1)$ – вход нейрона на $k+1$ -м шаге, $y(k)$ – выход нейрона, f – функция нелинейного преобразования.

Разбивая решение фильтра на несколько частей, строим отдельно слои ИНС, решающие системы уравнений и искомые матрицы L , P , M . Так для нахождения матрицы L нейросетевым методом следует решить следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = b_1; \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = b_2; \\ \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} = b_n, \end{cases}$$

где $x_{11} \dots x_{nn}$ – элементы матрицы L , матрица $A=E$, а $b_1 \dots b_n$ – элементы матрицы b , равной $P_{k+1}G^TR^{-1}$. Входным сигналом этой сети будет матрица L размером $n \times n$. Когда выходной сигнал будет отличаться от нулевого вектора меньше, чем на заданную точность, тогда входной сигнал будет являться решением данной системы. Окончательный вид нейронного слоя нахождения матрицы L представлен на рис. 1 и 2. Аналогично находим оценки вектора \bar{x}_{k+1} . В качестве элементов вектора b принимаются элементы выражения $A_k \bar{x}_k + L_k(y_k - GA_k x_k)$. Входным сигналом этого участка ИНС является вектора \bar{x}_{k+1} размером $n \times n$. Когда выходной сигнал будет отличаться от нулевого вектора меньше заданной погрешности, тогда входной сигнал будет являться решением данной системы. Продолжая рассуждения, получаем аналогичные слои НС для расчета матриц P и M . Общий вид фильтра Калмана представлен на рис. 3.

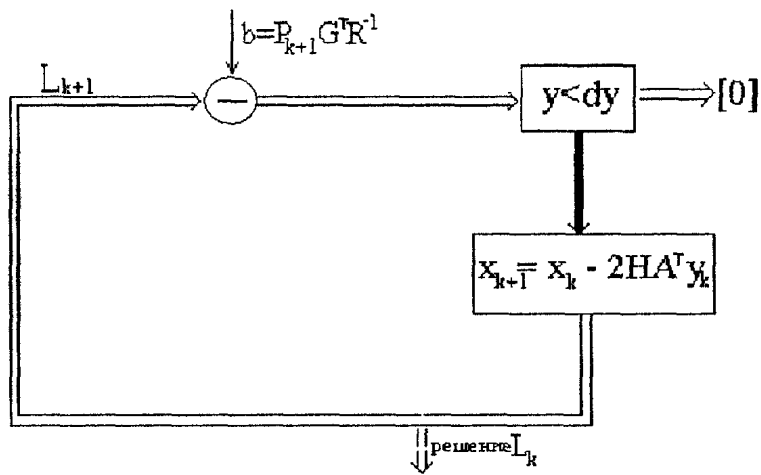


Рис. 1. Слой ИНС для расчета матрицы L

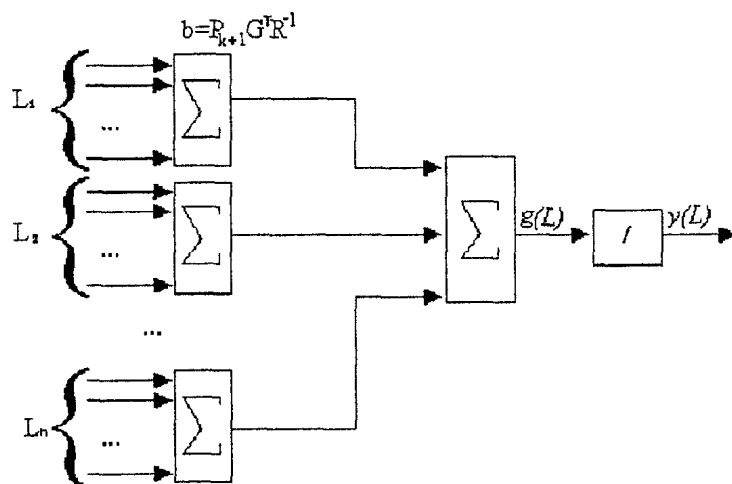


Рис. 2. Вид нейрона для расчета матрицы L

В таблице приведены временные затраты на фильтрацию с помощью нейросетевого алгоритма и метода линейного программирования. Расчеты проводились на ПК с процессором Intel Celeron 800.

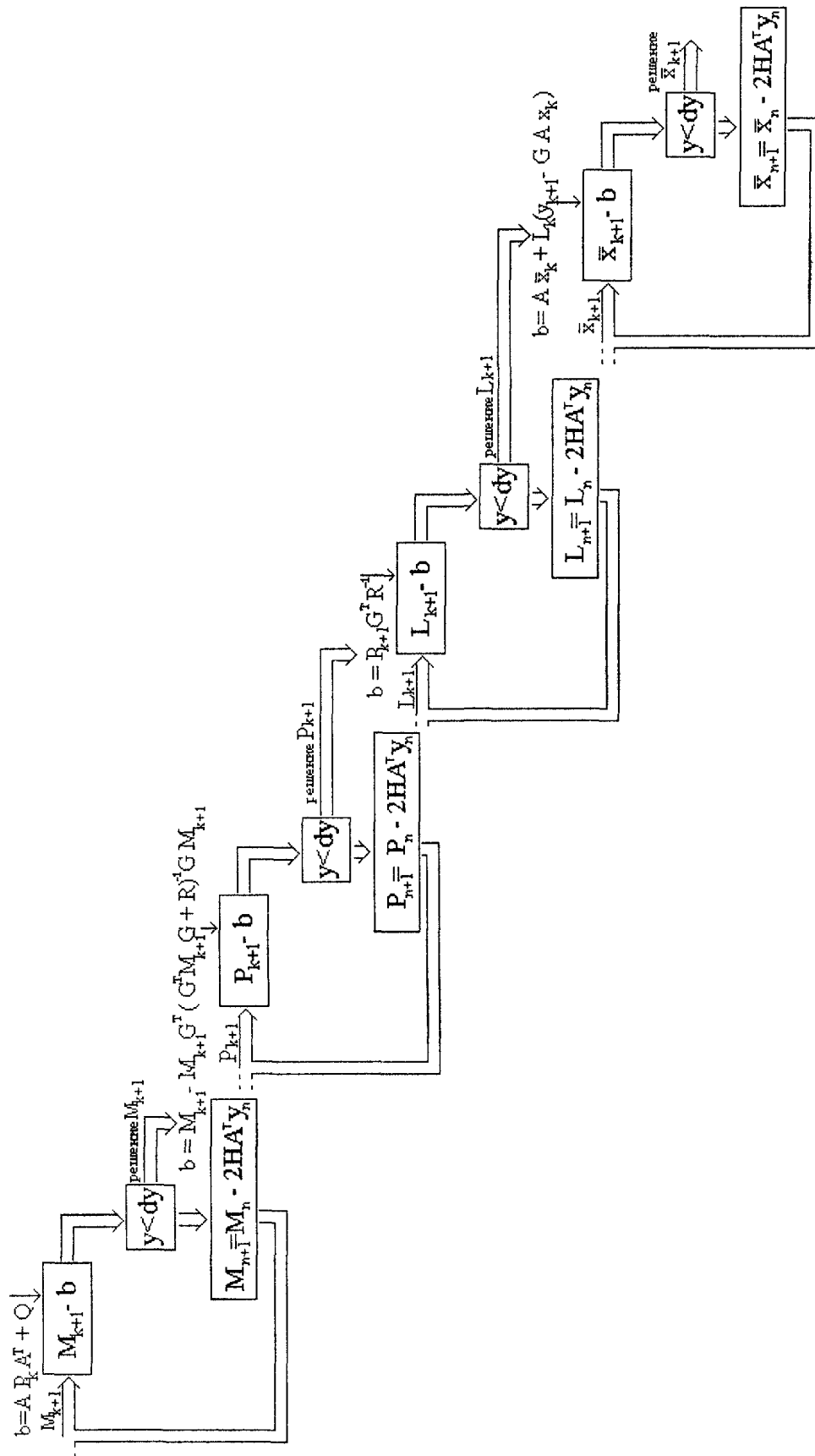


Рис. 3. Представление фильтра Калмана с помощью нейросетей

Временные затраты при решении задачи фильтрации

Размеры входной матрицы	СООТНОШЕНИЕ ВРЕМЕНИ		Время обучения ИС
	Метод лин. программ.	Метод ИС	
3×3	1	5	8,89
4×4	1	4,8	10,4
5×5	1	2,5	11,8
6×6	1	0,6	12,3
7×7	1	0,3	14,75
8×8	1	0,1	15,3

Сравнение результатов работы последовательно реализованного фильтра и нейросетевого показали превосходство последнего по скорости решения уже на задачах с размерностью входных матриц 6×6 и резкое увеличение этого разрыва (до 10 раз) с матрицами 8×8. Необходимо заметить, что в расчете решения задачи на ИНС не входит время, требуемое на обучение сети. Таким образом, решение задачи фильтрации на основе фильтра Калмана с использованием ИНС удастся представить как решение некоторого количества систем линейных уравнений [5, 7]. Очевидно, что так можно представить многогранники, описывающие информационное множество в задачах минимаксно-стохастической фильтрации.

Литература

1. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. – М.: Мир, 1988.–168 с.
2. Бурков М.В. Синтез нейронного регулятора // Изв. АН. ТисУ.– 1999.– №3.– С. 140–145.
3. Галушкин А.И., Судариков В.А., Шабанов Е.В. Нейроматематика: методы решения задач на нейрокомпьютерах // Математическое моделирование. – Т.3.– № 8. – 1991. – С. 93–111.
4. Кац И.Я., Куржанский А.Б. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях // Автоматика и телемеханика. – 1978.– № 11. – С. 74–87.
5. Лепинин Е.Ф., Агафонов Е.О. Нейронные алгоритмы в задачах управления в условиях неопределенности // Научно-техническая конференция «Дни науки–98». Тез. докл. – Озерск: ОТИ МИФИ.– 1998.– С. 137–139.
6. Лепинин Е.Ф. Нейросетевой подход к решению задачи фильтрации // Тр. 31-й Региональной молодежной конф. «Проблемы теоретической и прикладной математики». Тез. докл. – Екатеринбург: УрО РАН.– 2000. – С. 115–116.
7. Сигеру О., Марзуки Х., Рубия Ю. Нейроуправление и его приложения. – М.: ИПРЖР, 2000. – 272 с.
8. Ширяев В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации// Изв. РАН. Техн. киберн.– 1994.– № 3.– С. 229–237.

Поступила в редакцию 20 мая 2003 г.