УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ ПЕРВОГО ИНВАРИАНТА НАПРЯЖЕНИЙ НА МАЛОЦИКЛОВУЮ УСТАЛОСТЬ

А.А. Абызов, О.С. Садаков

Предложена модификация критерия В.Л. Колмогорова, отображающего влияние вида напряженного состояния на располагаемую пластичность. Модификация не изменяет результаты при простом нагружении, однако позволяет обобщить критерий на повторно-переменное нагружение.

При создании удобной в практическом применении математической модели сложного процесса мы вынуждены ограничиваться небольшим числом параметров состояния. Определяющую роль при этом играет выбор наиболее важных параметров. По сути, проблема сводится к отсеиванию таких параметров, которыми в текущем (первом, втором...) приближении можно пренебречь. Например, при описании реологических свойств относительно простых сред (сталей) в относительно простых условиях (регулярное циклическое нагружение) весьма удачным было предложение пренебречь влиянием третьего (постулат изотропии А.А. Ильюшина) и первого инвариантов тензора напряжений. Эти меры, возможно, принятые временно, оказались очень живучи и вполне эффективны.

Естественно, при расширении круга рассматриваемых явлений допущения требуют пересмотра. Например, при изучении пластически *сжимаемых* сред совершенно необходимо включить в рассмотрение первый инвариант. То же относится и к описанию процессов *разрушения* металлических конструкционных материалов.

При простом (однократном пропорциональном) нагружении сопротивление разрушению характеризуется величиной располагаемой пластичности p_F . Это значение интенсивности пластической деформации $p_u = \sqrt{p_{ij} p_{ij}}$ (p_{ij} – компоненты тензора пластической деформации в декартовых координатах) в момент разрушения. Как показывают испытания, располагаемая пластичность существенно зависит от первого инварианта напряжения. В.Л. Колмогоров [1, 2] для описания этой зависимости предложил использовать безразмерный параметр, названный «жесткостью» нагружения:

$$\mu_0 \equiv \sigma_0 / \sigma_u \tag{1}$$

– отношение первого инварианта (точнее, среднего нормального напряжения $\sigma_0 = \sigma_{kk}/3$) к интенсивности напряжений σ_u. Последняя может вычисляться по формуле $\sigma_u = \sqrt{s_{ij} s_{ij}}$, где s_{ij}– компоненты девиатора напряжений. Параметр (1) удобен тем, что он не изменяется в процессе пропорционального нагружения. Очевидно, что для каждого материала существует своя характеристическая функция $p_F(\mu_0)$.

Удобно ввести относительную располагаемую пластичность [3]:

$$f(\mu_0) = p_F(\mu_0) / p_{Fp}\,, \tag{2}$$

где p_{Fp}– располагаемая пластичность при одноосном растяжении, когда $\mu_0 = \mu_p = 1/\sqrt{6}$; следовательно, $f(\mu_p) = 1$. При этом в прочностных расчетах используются стандартная величина p_{Fp} и функция влияния вида напряженного состояния

$$p_F = p_{Fp} f(\mu_0)\,. \tag{3}$$

Результаты экспериментов укладываются на простую функцию [3]:

$$y = \exp(a - b\mu_0))\,. \tag{4}$$

Параметры a и b в выражении (4) – характеристики материала:

$$a = \ln(f(0))\,, \quad b = a / \mu_p = \sqrt{6}a\,, \tag{5}$$

где $p_F(0)$ – значение p_F при нулевой жесткости (например, при чистом сдвиге).

Переходя к непростому – непропорциональному, повторно-переменному – нагружению, приходится отказываться от выражений конечного вида (3) и использовать уравнения состояния инкрементального типа. Очевидно, что жесткость напряженного состояния и в этом случае оказывает влияние на прочность или усталость конструкции, однако возможность использования параметра (1) для описания этого влияния вызывает определенные сомнения.

В процессе неупругого деформирования постепенно накапливаются необратимые изменения в структуре материала; достижение их критической величины определяет момент возникновения усталостной трещины (естественно, что понятие «момент» условно, оно знаменует переход от малозаметных изменений состояния среды к заметным). В случае склерономных (и, возможно, реономных) процессов эти изменения происходят со скоростью, нелинейно связанной со скоростью неупругого деформирования; для их описания вводят параметр состояния среды- поврежденность ω, приращение которой $d\omega$ линейно связывают с приращением неупругой деформации:

$$d\omega = \varphi(\xi_k)d\lambda\,, \tag{6}$$

где ξ_k – некоторые параметры состояния, влияющие на повреждаемость, $d\lambda = \sqrt{dp_{ij}dp_{ij}}$ – приращение параметра Удквиста. При нагружении происходит накопление $d\omega$ от 0 до некоторой критической величины ω_{kp}, соответствующей разрушению материала, например, до p_F.

При непропорциональном и повторно-переменном нагружении, как известно, изменение пластической деформации определяется не текущим значением интенсивности напряжений, а всей предысторией. Наибольшее влияние на скорость пластической деформации оказывает интенсивность *изменения напряжений* (см., например, выражения для расширенного принципа Мазинга [4]). Но это не может относиться к первому инварианту: механизм его влияния на процесс повреждаемости (разрыхления) связан именно с текущим значением инварианта, а не его изменением. Поэтому ни текущее значение параметра μ_0, ни его изменение в процессе нагружения не вписываются в физическую картину повреждаемости при повторно-переменном нагружении.

В роли параметра, определяющего влияние вида напряженного состояния на усталость (и, как частный случай, на разрушение при простом нагружении) нам представляется корректным использовать сам инвариант σ_0 или его безразмерный аналог, например,

$$s_0 \equiv \sigma_0 / \sigma_{Fp}\,. \tag{7}$$

Здесь σ_{Fp} – константа материала – интенсивность напряжения в момент разрушения при растяжении. Преимуществом предлагаемого параметра по сравнению с “жесткостью” μ_0 (1) является также отсутствие неопределенности при $\sigma_u = 0$. В частном случае простого нагружения достаточно, по- видимому, ввести лишь один параметр состояния:

$$d\omega = \varphi(s_0)d\lambda\,. \tag{8}$$

Достаточно простая зависимость $\varphi(s_0)$ не может быть универсальной, однако в частном случае простого нагружения может оказаться эффективной. Выражение для функции $\varphi(s_0)$ можно получить, рассматривая случай пропорционального нагружения. В этом случае все компоненты тензора напряжений изменяются пропорционально одному параметру; при этом компоненты девиатора напряжений, как и среднее напряжение, возрастают пропорционально интенсивности σ_u; коэффициент жесткости нагружения μ_0 не изменяется. В этом случае величина p_F может быть получена из выражений (2) и (4). Величина σ_u. (в рамках постулата изотропии) однозначно связана с p_u. Если для описания кривой деформирования использовать формулу Рамберг-Осгуда (хорошо отвечающую экспериментам [5]):

$$\sigma_u = K(p_u)^m\,, \tag{9}$$

(константы K, m – реологические характеристики материала), то при простом нагружении можно найти приращение $d\lambda$:

$$d\lambda = dp_u = \frac{p_u}{m\sigma_u}d\sigma_u \tag{10}$$

и напряжение разрушения:

$$\sigma_F = K(p_F)^m = Kf(\mu_0)^m p_F{}^m = (f(\mu_0))^m \sigma_{Fp}\,. \tag{11}$$

Интегрируя выражение (8), получим:

$$\int_0^{\omega_{kp}} d\omega = \int_0^{x_k} \varphi(\mu_0 x) \frac{p_{Fp}}{m} x^\beta dx = p_{Fp}, \tag{12}$$

где $x_k = \exp(m(a - b\mu_0))$ – конечное значение величины x, соответствующее разрушению.

Выражение (12) можно использовать для нахождения функции $\varphi(s_0) \equiv \varphi(\mu_0 x)$. Поскольку вид этой функции неизвестен, целесообразно искать ее в виде обобщенного полинома:

$$\varphi(s_0) = \sum_{j=0}^{N} d_j \xi_j(s_0), \tag{13}$$

где $\xi_j(s_0)$ – линейно- независимые базисные функции. Неизвестные коэффициенты d_j в этом случае могут быть найдены из следующей системы линейных уравнений:

$$\sum_{j=0}^{N} d_j \int_0^{(x_k)_i} \xi_j(\mu_{0i} x) x^\beta dx = m, \quad i = 0...M, \tag{14}$$

где $(x_k)_i = \exp(m(a - b\mu_{0i}))$. Эту систему уравнений можно записать в матричной форме:

$$[C]\bar{d} = \bar{e}, \tag{15}$$

где $\bar{d}$ – столбец неизвестных коэффициентов d_j, $e_i = m$. Поскольку мы ищем приближенное выражение для функции $\varphi(s_0)$, целесообразно использовать метод наименьших квадратов, т.е. задать число уравнений $(M+1)$ больше числа неизвестных $(N+1)$. В этом случае неизвестные коэффициенты могут быть найдены следующим образом:

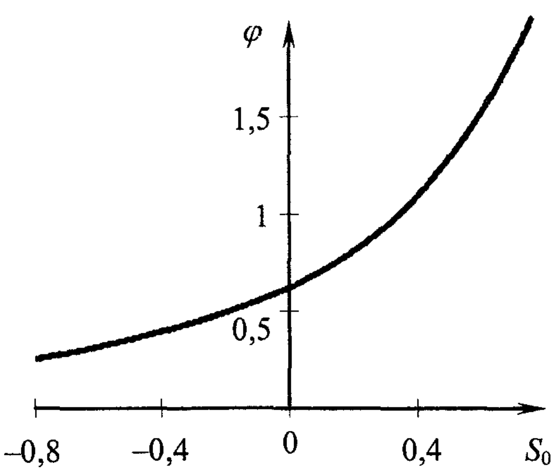
$$\bar{d} = ([c]^T [c])^{-1} ([c]^T \bar{e}). \tag{16}$$

В качестве примера рассмотрим построение функции $\varphi(s_0)$ при использовании степенного базиса:

$$\varphi(s_0) = \sum_{j=0}^{N} d_j s_0^j. \tag{17}$$

Выражения для элементов матрицы $[C]$ в этом случае имеют следующий вид:

$$C_{ij} = \int_0^{(x_k)_i} (\mu_{0i} x)^j x^\beta dx = \mu_{0i}^j \exp(m(\beta + j + 1)(a - b\mu_{0i}))/(\beta + j + 1). \tag{18}$$



Зависимость $\varphi(S_0)$

Для примера на рисунке показана кривая $\varphi(s_0)$, полученная при K =600 МПа, a = 0,4. Расчетные исследования показали, что в актуальном диапазоне s_0 эта функция практически не изменяется при увеличении степени интерполирующего многочлена выше 4; при этом для нахождения его коэффициентов достаточно пяти уравнений. Хорошо видно, что полученная зависимость $\varphi(s_0)$ близка к экспоненте.

Таким образом, для отражения влияния среднего напряжения при однократном нагружении может использоваться параметр μ_0, предложенный В.Л. Колмогоровым. Однако при непропорциональном и (или) повторно-переменном нагружении от этого параметра приходится отказываться. Предлагаемый вместо него параметр s_0 можно использовать для этой цели и при простом, и при сложном нагружении. Функция $f(\mu_0)$, найденная при простом нагружении, достаточно легко преобразуется в зависимость $\varphi(s_0)$ по предложенной схеме.

Литература

1. Колмогоров В.Л. Напряжения. Деформация. Разрушение. – М.: Металлургия, 1970. – 264 с.

2. Пластичность и разрушение/ В.Л. Колмогоров, А.А. Богатов, Б.Д. Мигачев и др.. – М.: Металлургия, 1977. – 313 с.

3. Кононов К.М., Порошин В.Б. Описание малоциклового разрушения конструкционных сплавов при повышенной температуре с учетом среднего напряжения // Прочность машин и аппаратов при переменных нагружениях: Тематич. сб. научн. тр. – Челябинск: ЧПИ, 1986. – С.39–42.

4. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть при переменных нагружениях. – М.: Машиностроение, 1984. – 325 с.

5. Механические свойства сталей и сплавов при нестационарном нагружении: Справочник / Д.А. Гохфельд, Л.Б. Гецов, К.М. Кононов и др. – Екатеринбург: УрО РАН, 1996. – 408 с.

Поступила в редакцию 15 февраля 2005 г.