

ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТАЛОСТИ ПРИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СЛУЧАЙНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А.А. Абызов, О.С. Садаков

В статье предложена методика расчетной оценки усталостной долговечности конструкций при многопараметрическом многоцикловом нагружении, основанная на использовании структурной модели материала. История деформаций находится из линейно упругого расчета. Поврежденность материала связывается с микропластическими деформациями. Приведены основные соотношения метода и результаты тестовых расчетов.

1. В связи с развитием вычислительной техники все более широкое применение находят методы расчетной оценки усталостной долговечности ответственных деталей на ранних стадиях проектирования. Применительно к транспортным гусеничным машинам такая методика предложена в работах [1, 2]. Она предполагает компьютерное моделирование динамических процессов, происходящих при движении машины в условиях многопараметрического случайного воздействия внешней среды. Путем численного интегрирования уравнений движения получают процессы изменения обобщенных координат и, затем, сил, действующих на детали шасси. В дальнейшем с помощью моделей накопления повреждений может быть получена оценка ресурса рассматриваемой детали. В случае многоциклового нагружения расчет напряженно-деформированного состояния не представляет трудностей, так как можно использовать законы линейной упругости. Однако модель накопления усталостных повреждений еще недостаточно разработана.

Наибольшие трудности представляет оценка усталостной долговечности деталей, работающих в условиях многопараметрического случайного нагружения, когда компоненты тензора напряжений в опасной точке являются независимыми случайными процессами. Примерами таких деталей являются рамы и несущие корпуса транспортных машин, а также элементы движителя. В работе [3] рассмотрена одна из таких деталей – балансир гусеничной машины, соединяющий опорный каток с корпусом. Нагрузку, действующую на каждый опорный каток машины при движении по трассе, можно разложить на три составляющие: вертикальную, продольную, обусловленную силами сопротивления, и боковую, возникающую при поворотах. Процессы изменения этих нагрузок во времени являются слабокоррелированными случайными процессами. Угол поворота балансира относительно корпуса также изменяется по случайному закону. В связи с этим опасная точка на поверхности стебля балансира находится в условиях плоского напряженного состояния, когда процессы изменения компонент тензора напряжений $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$, $\tau_{xy}(t)$ являются независимыми случайными процессами.

Как показывает анализ литературы [4, 5], в настоящее время для такого случая нагружения отсутствует общепринятая методика расчетной оценки долговечности. Обычно ограничиваются случаем, когда компоненты тензора напряжений изменяются синхронно и синфазно по периодическому закону. Для этого случая рекомендуется рассчитывать амплитуду эквивалентного напряжения по амплитудам компонент тензора напряжений, используя общепринятые гипотезы (например, максимальных касательных напряжений или октаэдрических напряжений) и в дальнейшем вести расчет методами, предназначенными для одноосного нагружения. Экстраполируя такой подход на процесс регулярного симметричного пропорционального нагружения, заметим, что он означает замену истинной амплитуды на вдвое меньшую (с увеличением числа циклов вдвое), что ведет к очевидным ошибкам.

2. Методика расчета для случая, когда в каждом цикле нагружения компоненты тензора напряжений изменяются синхронно и синфазно (главные площадки остаются неподвижны) разработана на кафедре ПМиДПМ ЮУрГУ [6–8]. В соответствии с этим подходом в окрестности опасной точки рассматривается совокупность площадок, в каждой из которых ведется расчет накопленного повреждения. В каждом цикле нагружения для каждой площадки вычисляется амплитуда нормального и касательного напряжения, по которым, в свою очередь, вычисляется амплитуда эквивалентного напряжения. Затем, используя скорректированную линейную гипотезу

суммирования повреждений, рассчитывают повреждение, накопленное каждой площадкой. Предполагается, что повреждение в каждой из них накапливается независимо и разрушение произойдет по площадке, накопившей наибольшее повреждение. В работах [9–11] сделана попытка распространения этого подхода на произвольный случай монопараметрического случайного нагружения. В этом случае на каждой из площадок процессы изменения нормальных и касательных напряжений происходят независимо, по случайным законам и приходится вводить искусственное правило суммирования повреждения от нормальных и касательных напряжений, либо рассматривать, в соответствии с одним из подходов, только касательные напряжения. Адекватность такого подхода представляется сомнительной.

3. В работах [12, 13] предложена модель накопления повреждения для случая малоциклового усталости, основанная на применении структурной модели материала. В соответствии с этой моделью, приращение накопленного повреждения определяется выражением:

$$d\omega = Kv^\beta d\lambda, \quad (1)$$

где K и β – постоянные коэффициенты, определяемые при идентификации модели, $d\lambda$ – параметр Удквиста; $v = p/r^*$, причем p^* – интенсивность изменения пластической деформации после последнего реверса, r^* – аналогичная интенсивность упругой деформации.

Значения $d\lambda$ и v получают из решения краевой задачи с помощью структурной модели материала [14]. Предполагается, что элементарный объем конструкции работает подобно набору подэлементов, поверхности текучести которых в девиаторном пространстве описываются сферами Мизеса различного радиуса. Деформации всех подэлементов считаются одинаковыми и равными деформации элемента:

$$\varepsilon_{ij}^k = \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

где $k=1...N_e$ – номер подэлемента. Напряжение элемента вычисляется как среднее:

$$\sigma_{ij} = \langle \sigma_{ij}^k \rangle. \quad (3)$$

Отсюда следует, в частности, что для неупругой деформации справедливо выражение:

$$p_{ij} = \langle p_{ij}^k \rangle. \quad (4)$$

Параметры структурной модели находят по диаграмме деформирования материала.

Таким образом, модель характеризуется набором поверхностей текучести (сфер) в пространстве девиатора деформаций. Для недеформированного тела центры этих сфер находятся в начале координат. В процессе деформирования материала происходит перемещение точки e , соответствующей текущей деформации. Когда она достигает какой – либо поверхности текучести и стремится выйти за нее, происходит смещение центра этой поверхности таким образом, чтобы точка e все время находилась на поверхности. Это смещение представляет изменение неупругой деформации dp_k . Соответствующая методика расчета описана в работе [15].

В процессе деформирования материала расчет величины $d\lambda$ производится по формуле:

$$d\lambda = \langle |\Delta p_k| \rangle. \quad (5)$$

Значение v на каждом шаге нагружения определяется как функция числа сместившихся поверхностей текучести n .

4. Рассматриваемый подход позволяет рассчитывать накопленное повреждение для произвольной траектории движения точки, соответствующей текущему значению деформации (т.е. в том числе и при многопараметрическом нагружении) и свободен от недостатков упомянутых выше методов. В связи с этим его предлагается распространить на случай многоциклового усталости. Такая возможность подтверждается тем, что на диаграмме Велера области ограниченной долговечности, соответствующие много- и малоцикловому разрушению, являются различными участками одной и той же кривой. Очевидно, что в этом случае вместо пластических деформаций следует рассматривать микропластические деформации, возникающие при работе материала в практически упругой области и ответственные за накопление повреждений. Для расчета такой пластической деформации может быть использована диаграмма деформирования, описываемая формулой Рамбер–Осгуда [16]

$$r = Ap^m, \quad (6)$$

где A и m – постоянные коэффициенты (характеристики материала), r и p – интенсивность упругой и пластической деформации.

В работе [17] предложена методика определения параметров формулы (A и m) по обычным механическим характеристикам – пределу текучести и пределу прочности. Сопоставление расчетных диаграмм деформирования с экспериментальными для различных сталей и сплавов демонстрирует высокую точность полученных результатов – ошибка обычно не превышает 5 %.

5. Для идентификации модели накопления повреждений (1) обычно приравнивают повреждение, рассчитанное с помощью модели и формулы Коффина:

$$N_f \Delta p^\alpha = C, \quad (7)$$

где N_f – число циклов до разрушения, Δp – интенсивность размаха пластической деформации в цикле, α и C – постоянные. Очевидно, что для получения адекватных результатов в рассматриваемом случае параметры формулы Коффина необходимо определять, исходя из параметров кривой Веллера, связывающей амплитуду напряжений σ_a в симметричном цикле нагружения и число циклов до разрушения в случае многоциклового усталости:

$$\frac{N_f}{N_0} = \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \right)^{m_s}, \quad (8)$$

где N_0 – базовое число циклов, σ_{-1} – предел выносливости, m_s – характеристика материала.

Приравняв число циклов до разрушения, вычисленное с помощью (7) и (8), и используя выражение (6), получим:

$$N_f = C \Delta p^{-\alpha} = C \left(\frac{\sqrt{6}GA}{2\sigma_a} \right)^{\alpha/m} = N_0 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \right)^{m_s}, \quad (9)$$

$$C = N_0 \left(\frac{2\sigma_{-1}}{\sqrt{6}GA} \right)^{m_s}, \quad \alpha = m m_s. \quad (10)$$

Идентификация модели накопления повреждений (1) – определение значений K и β – выполняется путем приравнивания повреждения за цикл нагружения (симметричный) при однопараметрическом нагружении:

$$\Delta \omega = \frac{1}{N_f} = \frac{\Delta p^\alpha}{C} = 2 \cdot \int_0^{\Delta p} d\omega = 2 \cdot \int_0^{\Delta p} K \cdot v^\beta dp. \quad (11)$$

Расчет накопленного повреждения выполняется для процессов изменения компонентов тензора напряжений, заданных в виде массивов значений. Каждое значение соответствует определенному моменту времени, изменяющемуся с постоянным шагом Δt . Используя известные соотношения, из компонентов тензора напряжений получают значения компонентов девиатора деформаций. По методике [12] для каждого шага нагружения определяют смещение центров поверхностей текучести в девиаторном пространстве и, следовательно, величины v_i , $\Delta \lambda_i$.

В соответствии с (1) на каждом i -м шаге нагружения получают приращение накопленного повреждения

$$\Delta \omega_i = K \cdot v_i^\beta \cdot \Delta \lambda_i. \quad (12)$$

Накопленное повреждение ω рассчитывается как сумма повреждений на каждом шаге нагружения ($\omega = \sum_i \Delta \omega_i$); критерием разрушения (возникновения усталостной трещины) служит условие $\omega=1$.

7. Для реализации предлагаемой методики разработан пакет программ и выполнена серия тестовых расчетов; при этом характеристики материала соответствовали углеродистой стали. Рассмотрим некоторые из полученных результатов.

При использовании рассматриваемой методики важным является вопрос о выборе числа подэлементов структурной модели материала. Для решения этого вопроса была выполнена серия расчетов, соответствующих одноосному нагружению симметричным циклом с различным числом подэлементов. Деформации, соответствующие пределу текучести каждого из них, задавались с постоянным шагом вплоть до величины, отвечающей пределу текучести материала. В расчетах варьировалось число подэлементов модели N_e и амплитуда напряжений цикла. Одна из получен-

ных зависимостей относительной долговечности $\eta(N_e)$ представлен на рис. 1. Анализ полученных данных показывает, что при $N_e > 200$ результаты практически совпадают со значениями, соответствующими кривой Велера, по которой выполнялась идентификация модели. В связи с этим в дальнейших расчетах была принята величина $N_e = 200$.

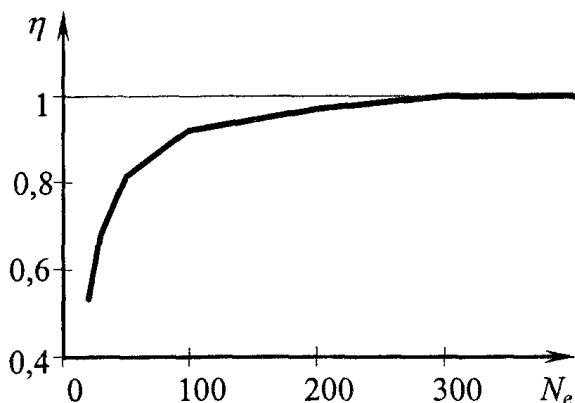


Рис. 1. Зависимость относительной долговечности от числа подэлементов модели

8. Проверка модели для случая однопараметрического случайного нагружения выполнялась путем сопоставления результатов с данными, полученными общепринятым методом – методом полных циклов. В качестве нагрузки задавались бигармонические процессы с различным соотношением амплитуд и частот гармонических составляющих, а также случайные процессы различного спектрального состава. В табл. 1 представлены фрагменты некоторых из использованных процессов изменения компоненты девиатора деформаций во времени $e_1(t)$, а также соответствующие им значения относительной долговечности, полученные с помощью предлагаемой модели и

метода полных циклов. Анализ этих данных показывает, что отличие в долговечности не превышает 20%, что следует признать вполне удовлетворительным.

Таким образом, для случаев однопараметрического нагружения предлагаемая модель дает результаты, практически совпадающие с результатами, полученными общепринятыми методами.

Таблица 1

Результаты тестовых расчетов при однопараметрическом нагружении

№ п/п	Процесс нагружения ($e_2 = e_3 = 0$)	Относительная долговечность	
		Метод полных циклов	Расчет с помощью предлагаемой модели
1		1,00	1,00
2		1,00	0,95
3		1,00	1,19

9. Проверка адекватности модели для случая многопараметрического нагружения осложняется ограниченным объемом экспериментальных данных и отсутствием общепринятых методик расчета. В настоящее время выполнена первая серия тестовых расчетов, соответствующих периодическому нагружению, когда изменяются один или два компонента девиатора деформаций. В табл. 2 представлены три варианта такого нагружения и соответствующие им относительные долговечности. В первом случае рассматривалось однопараметрическое нагружение (изменяется по гармоническому закону только одна компонента девиатора деформаций $e_1(t)$). В двух других случаях изменяются две компоненты девиатора ($e_1(t)$ и $e_2(t)$), причем максимальный размах деформаций за цикл во всех случаях одинаков. Полученные результаты свидетельствуют о том, что предлагаемая модель отображает влияние формы траектории нагружения на накопленные повреждения.

10. Следующая серия тестовых расчетов соответствует упрощенному плоскому напряженному состоянию, когда нормальные и касательные напряжения $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ изменяются по гармоническому закону с одинаковой частотой и различным сдвигом по фазе. Такой случай достаточно часто рассматривается в литературе. При синфазном изменении напряжений уравнение кривой, разделяющей области ограниченной и неограниченной долговечности на плоскости $\sigma_a - \tau_a$, имеет вид: $\sigma_{a экв} = \sigma_{-1}$. Величина эквивалентной амплитуды $\sigma_{a экв}$ может быть рассчитана по одной из гипотез прочности. Предлагаемая методика соответствует $\sigma_{a экв} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$, т.е. $\tau_{-1} = \sigma_{-1} / \sqrt{3} \approx 0,58\sigma_{-1}$, что близко к реальному соотношению для большинства сталей. Случай нагружения, когда процессы $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ сдвинуты по фазе, считаются менее опасными. В частности, для случая сдвига по фазе на 90° в литературе имеется противоречивая информация: в большинстве работ предлагается рассматривать независимое накопление повреждений по σ и τ ; однако в [5] приведены экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что накопленное повреждение в этом случае мало отличается от случая синфазного нагружения.

На рис. 2 представлены диаграммы предельных амплитуд и точки, соответствующие предельным амплитудам. Эти зависимости получены с помощью предлагаемой методики для различных случаев нагружения при упрощенном плоском напряженном состоянии. Кривая I соответствует синфазному нагружению, она описывается следующим выражением:

$$\sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sigma_{-1}. \quad (13)$$

Результаты расчетов, выполненных с помощью предлагаемой модели, ложатся на эту кривую. Кривая II, отвечающая случаю независимого суммирования повреждений, построена для $m_B = 4$ и соответствует соотношению:

$$(\sigma_a / \sigma_{-1})^{m_B} + (\tau_a / \tau_{-1})^{m_B} = 1. \quad (14)$$

Точки 1 получены с помощью предлагаемой модели для программы нагружения 1 (процессы изменения напряжений сдвинуты по фазе на 90°); они располагаются вблизи кривой I, что соответствует экспериментальным данным [5]. Точки 2 (соответствуют программе 2, импульсы нагружения по σ и τ чередуются) расположены около кривой II. Таким образом, рассматриваемая методика отображает влияние на усталостную долговечность относительного сдвига по фазе процессов изменения $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ и формы циклов нагружения.

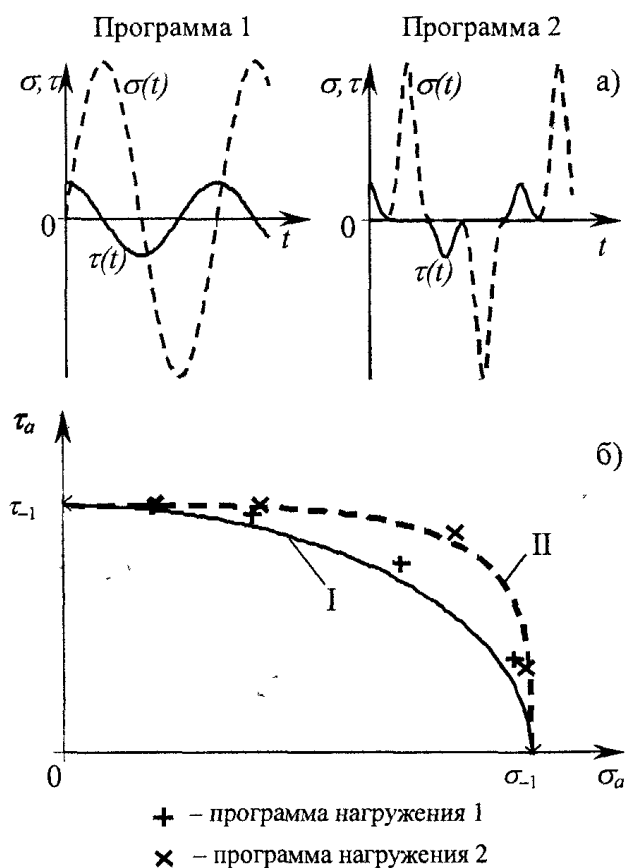
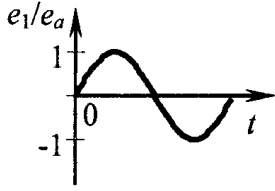
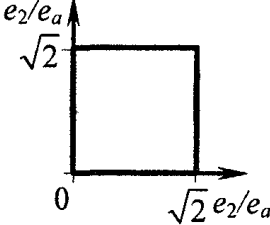
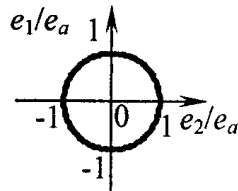


Рис. 2. Программы нагружения (а) и диаграммы предельных амплитуд (б)

10. Представленные результаты тестовых расчетов свидетельствуют, что предлагаемая методика расчетной оценки усталостной долговечности согласуется с общепринятыми методиками и не противоречит экспериментальным данным в рассмотренных случаях нагружения. Проверка адекватности методики будет продолжена с использованием результатов натурных испытаний при многопараметрическом нагружении. В дальнейшем предполагается ее использование для расчетной оценки усталостной долговечности реальных деталей.

Таблица 2

Результаты тестовых расчетов

Цикл нагружения			
Относительная долговечность	1	0,46	0,2

Литература

1. Березин И.Я., Абызов А.А. Концепция и методы имитационных ресурсных испытаний мобильной техники (сообщение первое) // Динамика, прочность и износостойкость машин. Международный журнал на электронных носителях. – 1996. – № 2. – С. 61–68.
2. Березин И.Я., Абызов А.А. Концепция и методы имитационных ресурсных испытаний мобильной техники (сообщение второе) // Динамика, прочность и износостойкость машин. Международный журнал на электронных носителях. – 1997. – № 3. – С. 73–84.
3. Абызов А.А., Березин И.Я., Бывальцев В.И. и др. Применение методики имитационных ресурсных испытаний для оценки ресурса тяжело нагруженных элементов движителя быстроходных гусеничных машин // Инженерная защита окружающей среды в транспортно-дорожном комплексе: Сб. науч. тр. МАДИ (ГТУ). – 2002. – С. 143–154.
4. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 415 с.
5. Серенсен С.В. Усталость материалов и элементов конструкций. // Избр. тр. Т.2. – Киев: Наук. думка, 1985. – 256 с.
6. Березин И.Я. Расчетная оценка долговечности деталей при нестационарном сложном напряженном состоянии // Тр. ЧПИ, вып. №139. – 1974. – С.25–29.
7. Сергеев В.Г., Березин И.Я. К расчету ресурса деталей, работающих в условиях нерегулярного нагружения и плоского напряженного состояния // Машиноведение. – 1980. – № 4. – С.67–73.
8. Березин И.Я., Гохфельд Д.А., Сергеев В.Г. Прогнозирование долговечности и остаточного ресурса по критериям усталостного разрушения // Материалы XI международного коллоквиума «Механическая усталость металлов». – Киев. – 1991. – С. 27–40.
9. Гусев А.С., Никонов В.В., Дмитриченко С.С., Илинич И.М.. О расчете усталостной долговечности при плоском напряженном состоянии // Машиноведение. – 1979. – № 2. – С.81–86.
10. Никонов В.В., Илинич И.М., Тетерятников В.Я. Оценка усталостной долговечности металлоконструкций в условиях плоского напряженного состояния // Проблемы прочности. – 1980. – № 12. С.32–39.
11. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.
12. Гохфельд Д.А., Кононов К.М., Порошин В.Б., Садаков О.С. К описанию малоциклового усталости при сложном напряженном состоянии с учетом ползучести // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1986. – С. 89–93.
13. Gokhfeld D.A., Kononov K.M., Poroshin V.B., Sadakov O.S. Coupled Mathematical Models for Cyclic Inelastic Deformation and Damage Accumulation Processes // Trans. 10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (Anaheim, USA, 1989), Vol. L. – P. 19–24.

14. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть при переменных нагрузениях. – М.: Машиностроение, 1984. – 325 с.

15. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Модификации деформационной теории. Принцип подобия при непропорциональном нагружении // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2001. Вып. 1. – №6(06). – С.16–24.

16. Коллинз Д. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказания, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.

17. Горский С.В., Кононов К.М. Циклические кривые деформирования конструкционных материалов при повышенных температурах // Прочность машин и аппаратов при переменных нагрузениях: Тематический сборник научных трудов. – Челябинск: ЧГТУ, 1991. – С. 48–54.

Поступила в редакцию 15 февраля 2005 г.