

# НАГРЕВ БЕСКОНЕЧНОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ ИМПУЛЬСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

*А.Н. Александров, Е.В. Голубев*

В работе рассматривается решение уравнения теплопроводности в пространстве, ограниченном двумя параллельными плоскостями. Решение задачи, учитывающее проникновение оптического излучения в вещество и время релаксации теплового потока, получено в виде интегрального представления для осесимметричного распределения интенсивности. Получена оценка для максимальной избыточной температуры для распределения интенсивности в виде гауссовой функции в пределе бесконечно малой толщины скин-слоя.

В металлах поглощение света обусловлено взаимодействием его с электронами. Возбужденные электроны взаимодействуют с фононами решетки, а также с другими электронами и передают им свою энергию [1]. Среднее время между соударениями электронов (время релаксации электронной подсистемы) в проводнике составляет  $10^{-14}$ – $10^{-13}$  с [2, 3]. Установление же локального равновесия, когда можно говорить о равенстве температур электронной и фононной подсистем (т.е. о термодинамической температуре вещества), происходит за время порядка  $t_r \approx 10^{-11}$  с [2, 4].

Можно считать, что световая энергия мгновенно переходит в тепло для импульсов лазера с модуляцией добротности (и более длительных), однако, в случае поглощения пикосекундных импульсов это допущение оказывается неверным [3]. Закон теплопроводности Фурье должен быть заменен более общим соотношением, которое называется уравнением Каттанео [5]. Согласно [6, 7], уравнение Каттанео учитывает, что тепло распространяется не бесконечно быстро, а с некоторой конечной фазовой скоростью, которая называется скоростью распространения теплового возмущения. Это позволяет описывать реальную ситуацию в случае высокоинтенсивного и нестационарного процесса нагрева, при которой тепловой поток устанавливается в среде не мгновенно, а характеризуется конечным временем релаксации.

В отечественной научной литературе первое упоминание о времени релаксации теплового потока и конечной скорости распространения теплового возмущения было сделано А.В. Лыковым [7] в 1967 году. Проблеме распространения теплового возмущения посвящено огромное количество работ в отечественной и зарубежной печати (см., например, обзоры [8–10]).

Теория теплопроводности, описывающая процесс быстрого нагрева и охлаждения металла, должна учитывать реальный характер изменения теплофизических свойств материала. Это приводит к необходимости решения нелинейных дифференциальных уравнений. Кроме того, источник теплоты, вследствие изменения поглощательной способности с температурой, дополнительно вносит нелинейность в дифференциальные уравнения. Согласно данным, представленным в [3], при поглощении лазерного импульса длительностью 1 мкс в стали и в меди, коэффициент поглощения изменяется в 5 раз по сравнению с начальным, что приводит к поглощению в мишени большей части энергии оптического импульса.

В данной работе будем рассматривать нагрев излучением однородной пластины, находящейся в равновесном состоянии, учитывая перенос теплоты теплопроводностью и пренебрегая теплоотдачей других видов. Будем предполагать, что физические параметры среды при нагревании не изменяются и фазовых переходов не происходит.

Выберем цилиндрическую систему координат, вдоль оси  $z$  которой распространяется импульсное излучение с распределением интенсивности  $I(r, t)$ . Бесконечная пластина, поглощающая излучение, занимает область  $z \in [0, h]$ , где  $h$  – толщина пластины. Будем считать, что стенки пластины тепло не проводят, а в объеме пластины действуют тепловые источники, плотность которых подчиняется закону Бугера-Ламберта. Распределение избыточной температуры  $T(r, z, t)$  является решением уравнения теплопроводности с граничными условиями [6]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + (1-R) \frac{\mu}{\lambda_q} \left[ I(r,t) + t_r \frac{\partial I(r,t)}{\partial t} \right] \exp(-\mu z) = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{t_r}{a} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \quad -\lambda_q \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0,h} = 0, \quad (1)$$

где  $r$  – расстояние от оси  $z$ ,  $R$  – коэффициент отражения,  $\mu$  – коэффициент поглощения,  $\lambda_q$  – теплопроводность,  $t_r$  – время релаксации теплового потока,  $t$  – время,  $a$  – коэффициент температуропроводности среды.

В результате прямого преобразования Фурье по времени (\*) и Бесселя по радиальной координате (~) согласно формулам [11]

$$T(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{T}^*(\lambda, z, \omega) J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \exp(i\omega t) d\omega, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота,  $\lambda$  – параметр преобразования,  $J_0$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, подстановки данного представления в исходное уравнение, получаем неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка для образа распределения температуры:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}^*}{\partial z^2} - \left[ \lambda^2 + \frac{i\omega}{a} - \frac{t_r \omega^2}{a} \right] \tilde{T}^* = -A \frac{\mu}{\lambda_q} (1 + i\omega t_r) \tilde{T}^*(\lambda, \omega) \exp(-\mu z), \quad -\lambda_q \frac{\partial \tilde{T}^*}{\partial z} \Big|_{z=0,h} = 0, \quad (3)$$

где  $i = \sqrt{-1}$  и введено для краткости обозначение  $A = 1 - R$ . Его решение, удовлетворяющее условию равенства нулю плотности теплового потока на поверхностях пластины, имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{T}^*(\lambda, z, \omega) = & \frac{A\mu(1+i\omega t_r)\tilde{T}^*(\lambda, \omega)}{2\lambda_q\beta_q^2} \frac{e^{\beta_q z} + e^{-\beta_q z}}{e^{\beta_q h} - e^{-\beta_q h}} \left[ \frac{\beta_q e^{\beta_q h} + \mu e^{-\mu h}}{\mu + \beta_q} + \frac{\beta_q e^{-\beta_q h} - \mu e^{-\mu h}}{\mu - \beta_q} \right] + \\ & + \frac{A\mu(1+i\omega t_r)\tilde{T}^*(\lambda, \omega)}{2\lambda_q\beta_q} \left[ \frac{-\beta_q e^{-\beta_q z} + \mu e^{-\mu z}}{\mu - \beta_q} - \frac{\beta_q e^{\beta_q z} + \mu e^{-\mu z}}{\mu + \beta_q} \right], \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\beta_q^2 = \lambda^2 + i\omega/a - t_r \omega^2/a$ .

Действительная часть выражения (2) определяет температурное поле в пластине. Выражение (4) для образа температурного поля имеет достаточно общий вид и учитывает распределение тепловых источников по объему пластины, а также время релаксации теплового потока. На практике встречается случай поглощения импульсного оптического излучения в пластине из материала с высоким значением проводимости. Такие вещества являются сильнопоглощающими средами и тепловыделение происходит вблизи поверхности пластины. При  $\mu\sqrt{at_0} \gg 1$ , где  $t_0$  – характерное время ввода энергии в среду (длительность импульса), можно использовать приближенное выражение для образа температурного поля:

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} \tilde{T}^*(\lambda, z, \omega) = \frac{A\mu(1+i\omega t_r)\tilde{T}^*(\lambda, \omega)}{2\lambda_q\beta_q} \frac{e^{\beta_q(z-h)} + e^{-\beta_q(z-h)}}{e^{\beta_q h} - e^{-\beta_q h}}. \quad (5)$$

При расчете величины избыточной температуры  $T(r, z, t)$  для значений времени  $h \gg \sqrt{at}$  можно использовать приближение полупространства, которое получается из (4) переходом к пределу бесконечной толщины пластины

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \tilde{T}^*(\lambda, z, \omega) = \frac{A(1+i\omega t_r)\tilde{T}^*(\lambda, \omega)}{\lambda_q(1-\beta_q^2/\mu^2)} \left[ \frac{e^{\beta_q z}}{\beta_q} - \frac{e^{\mu z}}{\mu} \right]. \quad (6)$$

Расчет поля избыточной температуры проводился методами численного интегрирования в переменных, нормированных на параметры лазерного излучения и среды:

$$\frac{t}{t_0} = \tau, \quad \frac{t_r}{t_0} = \tau_r, \quad \omega t = \xi, \quad \frac{z}{\sqrt{at_0}} = \chi, \quad \mu\sqrt{at_0} = \gamma, \quad \frac{r}{R_0} = \eta, \quad \frac{R_0^2}{at_0} = \rho_r, \quad (7)$$

где  $R_0$  – радиус лазерного пучка на поверхности пластины. Распределение интенсивности в лазерном импульсе с полной энергией  $W$  взято в виде функции Гаусса, как наиболее часто реализуемой на практике:

$$I(r, t) = I_r(r) \cdot I_t(t), \quad I_r(r) = \exp(-r^2/R_0^2), \quad I_t(t) = \frac{W}{\pi\sqrt{\pi}R_0^2 t_0} \exp(-t^2/t_0^2). \quad (8)$$

Расчетные зависимости распределения температуры по глубине пластины толщиной  $h = 1$  мм в различные моменты времени представлены на рис. 1. Длительность падающего светового импульса  $t_0 = 15$  нс, энергия  $W = 1$  мДж, радиус  $R_0 = 1$  мм. В расчеты заложены параметры железа [12]:  $a = 1,78 \cdot 10^{-5}$  м/с<sup>2</sup>,  $\lambda_q = 70$  Вт/м<sup>0</sup>С. Условно полагалось, что коэффициент поглощения  $A = 1$ , т.е. вся энергия оптического импульса выделяется в виде тепла. На рисунке показано температурное поле при различных значениях времени релаксации теплового потока и фиксированной длительности лазерного импульса: пунктирные линии соответствуют случаю  $\tau_r = 0$ , сплошные –  $\tau_r = 1$ . Как показывают расчеты, при  $\tau_r < 0,1$  использование уравнения теплопроводности гиперболического типа для описания процесса нагрева металла оптическим импульсом не является оправданным, поскольку распределение температуры с точностью до 1% совпадает с распределением, рассчитанным с помощью классического уравнения теплопроводности параболического типа. При  $\tau_r > 1$  в расчетных зависимостях наблюдаются отклонения от закона Фурье, согласно которому тепловые потоки в неравномерно нагретой среде направлены из мест с более высокой температурой в места с более низкой температурой [13].

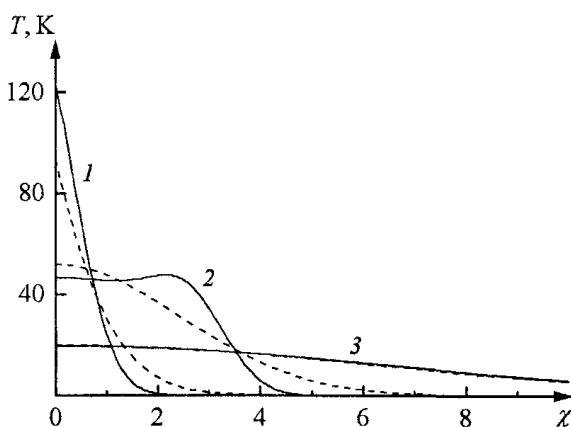


Рис. 1. Распределение температуры по глубине: 1 –  $\tau = 0$ ; 2 –  $\tau = 3$ ; 3 –  $\tau = 20$ . Сплошная линия –  $\tau_r = 1$ , пунктир –  $\tau_r = 0$

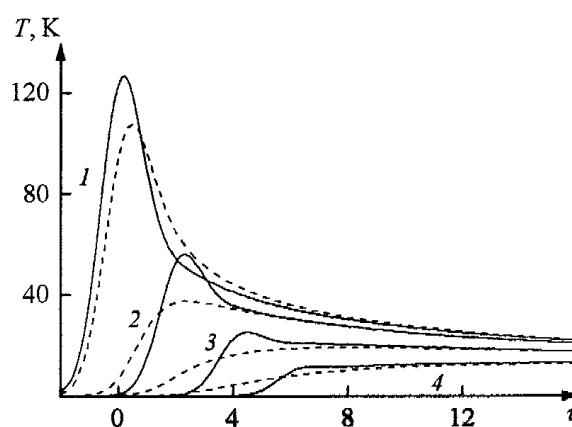


Рис. 2. Зависимости температуры от времени: 1 –  $\chi = 0$ ; 2 –  $\chi = 2$ ; 3 –  $\chi = 4$ ; 4 –  $\chi = 6$ . Сплошная линия –  $\tau_r = 1$ , пунктир –  $\tau_r = 0$

Приведенные результаты расчета при  $\gamma = 50$  показывают, что изменение температуры достаточно велико только для приповерхностных слоев:  $\chi < 8$  при  $\tau = 3$  (что соответствует 4 мкм при полностью поглощенном оптическом импульсе). Обобщенные зависимости температуры от безразмерного времени  $\tau$  представлены на рис. 2. Характер кривых зависит от глубины  $\chi$ , которая в этом случае является параметром. На поверхности полупространства ( $\chi = 0$ ) температура быстро возрастает, достигает максимума и затем уменьшается. На глубине ( $\chi > 0$ ) изменение температуры носит менее ярко выраженный экстремальный характер, значение температуры в максимуме меньше и достигается он позже.

Использованные в работе исходные выражения (2) и (4) достаточно сложны для анализа и расчета параметров поля избыточной температуры. Поставим задачу упростить выражения и получить практически пригодные выражения для оценки температурного эффекта воздействия импульсного излучения. Отношение глубины проникновения тепла за время действия импульса к радиусу лазерного пучка может характеризовать радиальные утечки тепла. При  $R_0 \gg \sqrt{at_0}$  поперечным распространением тепла (направления, параллельные поверхности) можно пренебречь [14], и профиль распределения температуры повторяет профиль распределения интенсивности в оптическом импульсе для значений параметра  $\tau \ll \rho_r$ . В случае несфокусированного импульсного оптического излучения условие  $\rho_r \gg 1$  выполнено для большинства металлов. При построении приближенного решения будем считать значение времени релаксации теплового потока пре-

небрежимо малым по сравнению с длительностью оптического импульса и толщину пластинки  $h$  много большей чем глубина проникновения тепла за время действия импульса. В этом приближении распределение избыточной температуры по глубине и радиальный профиль можно найти независимо.

Распределение температуры по глубине  $T_x(z, t)$  удовлетворяет одномерному уравнению теплопроводности и граничному условию:

$$\frac{\partial^2 T_x}{\partial z^2} + A \frac{\mu}{\lambda_q} I_t(t) \exp(-\mu z) = \frac{1}{a} \frac{\partial T_x}{\partial t}, \quad -\lambda_q \frac{\partial T_x}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (9)$$

Решение ищем с помощью интегрального преобразования Фурье по времени. В безразмерных величинах (7) получаем

$$T_x(\chi, \tau) = \frac{A\sqrt{at_0}}{2\pi\lambda_q t_0} \int_{-\infty}^{\infty} I_t^*(\xi) \frac{1+i\xi/\gamma^2}{1+\xi^2/\gamma^4} \left[ \frac{\exp(-\chi\sqrt{i\xi})}{\sqrt{i\xi}} - \frac{\exp(-\gamma\chi)}{\gamma} \right] \exp(i\xi\tau) d\xi. \quad (10)$$

Выражение для поперечного профиля распределения температуры получим из уравнения теплопроводности [13], записанного в декартовых координатах  $x, y$

$$\frac{\partial^2 T_\eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_\eta}{\partial y^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial T_\eta}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

и начального условия, описывающего распределение температуры на поверхности полупространства в начальный момент времени:

$$T_\eta(x, y, t=0) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{R_0^2}\right). \quad (12)$$

Решение уравнения (11), согласно [13, 15], получается из начального условия (12) с помощью формулы Пуассона ( $t \geq 0$ ):

$$T_\eta(x, y, t) = \frac{1}{4\pi at} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{4at}\right] T_r(u, v, t=0) du dv. \quad (13)$$

После вычисления повторного интеграла, который преобразованием подынтегрального выражения сводится к произведению двух табличных интегралов из [16], и перехода к цилиндрической системе координат, в безразмерных переменных получаем:

$$T_\eta(\eta, \tau) = \frac{\exp\left[-\eta^2(1+4\tau/\rho_r)^{-1}\right]}{1+4\tau/\rho_r}. \quad (14)$$

Приняв временную форму оптического импульса (8) и выделяя действительную часть выражения (10) получаем окончательное выражение для распределения избыточной температуры в полупространстве, выраженное через безразмерные переменные (7):

$$T(\eta, \chi, \tau) = T_\eta(\eta, \tau) \cdot T_x(\chi, \tau) = \theta \cdot T_\eta(\eta, \tau) \cdot [T_{x0}(\chi, \tau) - T_{x1}(\chi, \tau) + T_{x2}(\chi, \tau) + T_{x3}(\chi, \tau)], \quad (15)$$

где

$$\theta = \frac{2WA\sqrt{at_0}}{\pi^2 R_0^2 \lambda_q t_0},$$

$$T_{x0}(\chi, \tau) = \int_0^\infty \frac{\exp(-\xi^4/4 - \chi\xi/\sqrt{2})}{1+\xi^4/\gamma^4} \cos\left(\chi\xi/\sqrt{2} - \xi^2\tau + \frac{\pi}{4}\right) d\xi,$$

$$T_{x1}(\chi, \tau) = \frac{\exp(-\gamma\chi)}{2\gamma} \int_0^\infty \frac{\exp(-\xi^4/4) \cos(\xi\tau)}{1+\xi^4/\gamma^4} d\xi,$$

$$T_{x2}(\chi, \tau) = \frac{1}{\gamma^2} \int_0^\infty \frac{\exp(-\xi^4/4 - \chi\xi/\sqrt{2})}{1+\xi^4/\gamma^4} \xi^2 \sin\left(\chi\xi/\sqrt{2} - \xi^2\tau + \frac{\pi}{4}\right) d\xi,$$

$$T_{x3}(\chi, \tau) = \frac{\exp(-\gamma\chi)}{2\gamma^3} \int_0^\infty \frac{\exp(-\xi^4/4) \xi \sin(\xi\tau)}{1+\xi^4/\gamma^4} d\xi.$$

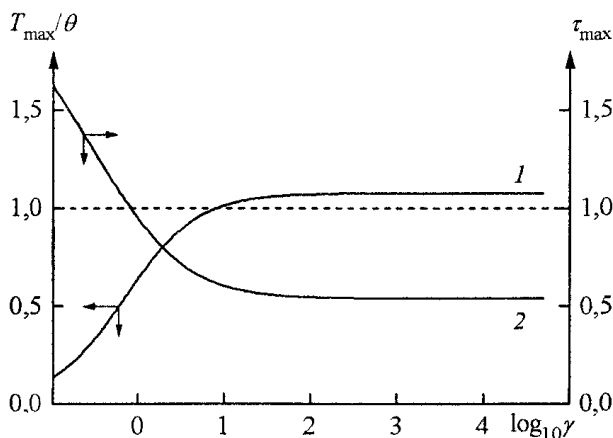


Рис. 3. Максимальная относительная температура для различных значений коэффициента поглощения

Для металлов безразмерный коэффициент поглощения  $\gamma$  принимает значения по порядку величины от 0,1 (лазерный импульс пикосекундной длительности) до 100 (наносекундный импульс). Как видно из рис. 3 (зависимость 1) величина  $\theta$  является хорошей оценкой для значения максимальной избыточной температуры в среде  $T_{\max}$ , обусловленного действием оптического импульса с гауссовой временной формой. При  $\gamma > 10$  погрешность такой оценки не превышает 8% поскольку отношение  $T_{\max}/\theta$  стремится к значению 1,07618 при уменьшении толщины скин-слоя до нуля. Значение времени  $\tau_{\max}$ , соответствующее  $T = T_{\max}$ , в этом случае, составляет 0,5409.

Приближенное выражение (15) может быть использовано для оценки величины эф-

фектов, связанных с поглощением оптических импульсов длительностью большей времени релаксации теплового потока вещества (для металлов порядка 10 пс). Максимальная избыточная температура в полупространстве пропорциональна максимальной интенсивности первичного излучения и это объясняется пренебрежением тепловыми потоками в направлениях, параллельных поверхности, в процессе поглощения.

В заключении выясним область определения полученных выражений (2) и (4) по длительности оптического импульса, качественно рассмотрев уравнение теплопроводности (1) и его решение. Анализ решения уравнения теплопроводности, записанного в виде интегрального представления (2) невозможен, однако на основании данных расчета можно сделать следующие выводы. В области малых частот ( $t, \omega \ll 1$ ) получаем зависимости, согласующиеся с выводами теории распространения тепла, положения которой основаны на законе Фурье. В этом случае уравнения (2) и (4) описывает необратимый процесс релаксации теплового возмущения. В пределе больших частот ( $t, \omega \gg 1$ ) гиперболическое уравнение теплопроводности описывает обратимый процесс, при котором температурные возмущения распространяются с конечной скоростью.

Для больших частот выражение (4), вообще говоря, неприменимо. Согласно [17], необходимо учитывать тепловые потоки высших порядков, каждый из которых характеризуется своим временем релаксации, или использовать двухтемпературную модель нагрева среды как это сделано, например, в [1, 18]. Следовательно, область определения полученных выражений ограничивается длительностью оптического импульса порядка времени релаксации теплового потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, в рамках технического задания №01.09.04Ф.

### Литература

1. Анисимов С.И., Имас Я.И., Романов Г.С., Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. – М.: Наука, 1970. – 272 с.
2. Григорьев Б.А. Импульсный нагрев излучениями. Т.1. – М.: Наука, 1974. – 320 с.
3. Рэди Дж. Действие мощного лазерного излучения. – М.: Мир, 1974. – 486 с.
4. Миркин Л.И. Физические основы обработки материалов лучами лазера. – М.: Издательство Московского университета, 1975. – 384 с.
5. Carlo Cattaneo «Sulla conduzione de calore». Atti del Semin. e Mat. Fis. Univ. Modena, 1948. 3. 3.
6. Григорьев Б.А. Импульсный нагрев излучениями. Т.2. – М.: Наука, 1974. – 728 с.
7. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
8. Joseph D.D., Preziosi L. Heat waves // Rev. Mod. Phys. – 1989. – V.61. – №1. – P.41–73.
9. Joseph D.D., Preziosi L. Addendum to paper «Heat waves» // Rev. Mod. Phys. – 1990. – V.62. – №2. – P.375–391.

10. Jou D., Casas-Vazquez J., Lebon G. Extended irreversible thermodynamics // Rep. Prog. Phys. – 1988. – V.51. – P.1105–1179.
11. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с.
12. Таблицы физических величин: Справочник. / Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1005 с.
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
14. Аполлонов В.В., Прохоров А.М., Хомич В.Ю., Четкин С.А. Термоупругое воздействие импульсно-периодического излучения на поверхность твердого тела // Квантовая электроника. – 1982. – Т. 9. – № 2. – С.343–353.
15. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
16. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1973. – 228 с.
17. Dedeurwaerdere T., Casas-Vazquez J., Jour D. and Lebon G. Foundations and applications of a mesoscopic thermodynamic theory of fast phenomena // Phys. Rev. E. – 1996. – V.53. – №1. – P.498–506.
18. Анисимов С.И., Капелиович Б.Л., Перельман Т.Л. Электронная эмиссия с поверхности металлов под действием ультракоротких лазерных импульсов // ЖЭТФ. – 1974. – Т. 66. – Вып.2. – С.776–781.

*Поступила в редакцию 21 марта 2005 г.*