УДК 532.137.3

ОБСУЖДЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МАЯТНИКОВОГО ВИСКОЗИМЕТРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКИХ СВОЙСТВ

И.В. Елюхина

Сведений о поведении высокотемпературных сред к настоящему времени недостаточно для уверенной идентификации реологического типа, и поэтому своевременной является разработка комплекса экспериментов, позволяющих наблюдать и измерять неньютоновские свойства таких сред. В работе обсуждены возможности маятникового вискозиметра для решения подобных задач.

В рамках разработки комплекса экспериментов по изучению неньютоновских свойств высокотемпературных сред ранее были рассмотрены основные традиционные для таких жидкостей методы – крутильно-колебательный и вибрационный (см., например, [1–3]). Эти методы относятся к нестационарным; первый из них обычно используется при исследовании металлических расплавов, второй – для оксидных и шлаковых систем. С позиций неньютоновости были интерпретированы данные, получаемые с помощью стационарной капиллярной вискозиметрии (см., например, [4]), также приемлемой для сред с рабочими температурами ~ 1200–2000 К. Теперь обратимся еще к одному из возможных для решения подобных задач нестационарному методу – маятниковому (см., например, [5, 6]).

Пусть тонкая пластинка с площадью поверхности S подвешена с помощью подвесной системы, имеющей момент инерции I и крутильную жесткостьK, и совершает вокруг точки подвеса колебания в своей плоскости с периодом τ_0 и декрементом затухания колебаний δ_0. При помещении ее в жидкость вследствие увлечения среды ускоренно движущейся пластиной возрастает эффективный момент инерции подвесной системы, увеличивается период колебаний: $\tau > \tau_0$, и вследствие дополнительной диссипации механической энергии, обусловленной вязким трением между подвергаемыми сдвигу слоями жидкости, растет скорость затухания колебаний: $\delta > \delta_0$. Задача заключается в предсказании закона колебаний $\alpha = \alpha(t)$: зависимости от времени t угла поворота α маятника, помещенного в неньютоновскую среду массой M, и является сопряженной: движение пластины непосредственно связано с возбуждаемым ей движением среды.

Примем положения, традиционно используемые в этом методе, как то: амплитуды колебаний малы, маятник имеет большую длину – что в свою очередь позволяет допустить, что пластина совершает плоскопараллельное движение. Краевыми эффектами здесь также пренебрегаем. Тогда математическая модель будет иметь вид:

– уравнение движения маятника [5]

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{rl^2}{I}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{(mg\ell_c + K)}{I}\alpha = \frac{F_{mp}\ell}{I}; \tag{1}$$

– уравнение движения жидкости

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}; \tag{2}$$

– начально-краевые условия для (1, 2)

$$d\alpha/dt\big|_{t=0} = 0,\ \alpha(0) = \alpha_0,\ V(z,0) = 0,\ V(0,t) = d\alpha/dt \cdot \ell,\ V(\infty,t) = 0; \tag{3}$$

где $F_{mp} = 2S\,\sigma_{zx}\big|_{z=0}$ – действующая на пластину со стороны жидкости сила трения; g – ускорение свободного падения; ℓ – расстояние от точки подвеса до центра тяжести маятника; ℓ_c – расстояние от точки подвеса до центра пластинки; m – масса маятника; r – коэффициент силы трения при колебаниях в отсутствии среды; V – компонента скорости пластины, направленная вдоль оси X; X и Z – оси декартовой системы координат, коллинеарная и ортогональная направлению колебаний пластины соответственно ($z=0$ на пластине); α_0 – начальное угловое отклонение от положения равновесия; ρ – плотность среды. Компонента (zx-я) тензора напряжений, являющаяся в общем случае неньютоновской среды функцией f второго инварианта D тензора скоростей деформации на пластине $\sigma_{zx} = \nu\rho D_{zx}\cdot f(D)$. Здесь $D_{zx} = {\partial V}/{\partial z}$ – zx-я компонента тензора скоростей деформации; ν – кинематическая вязкость среды; для рассматриваемых условий течения $D = |D_{zx}|$.

Для обеспечения прецизионности измерений желательно исключить из числа наблюдаемых параметров частоту собственных колебаний ω_0, недоступную прямым измерениям. Поэтому, рассматривая уравнение колебаний пластины в отсутствии среды и учитывая, что $\omega_0 = \left(\delta_0^2 + 4\pi^2\right)^{1/2}/\tau_0$, уравнение колебаний пластины в жидкости (1) запишем как

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{2\delta_0}{\tau_0}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\delta_0^2 + 4\pi^2}{\tau_0^2}\alpha = \frac{F_{mp}\ell}{I}. \tag{4}$$

Представим уравнение (4) в терминах линейного смещения пластинки из положения равновесия $x = \alpha\ell$ и введем безразмерные параметры

$$T = \frac{2\pi}{\tau_0}t,\ U = \frac{V}{d}\frac{\tau_0}{2\pi},\ d = \sqrt{\nu\frac{\tau_0}{2\pi}},\ \zeta = \frac{z}{d},\ \xi = \frac{x}{d},\ A = \frac{Sl^2 d\rho}{I},\ \psi_{\zeta\xi} = \frac{\partial U}{\partial \zeta},\ \Phi_{\text{тр}} = 2A\cdot\left(\psi_{\zeta\xi}\cdot\varphi(\psi)\right)\Big|_{\zeta=0}; \tag{5}$$

где d – толщина пограничного слоя; $\varphi(\psi)$ – некоторая функция от ψ (обезразмеренного значения D): для ньютоновских сред $\varphi(\psi) = 1$; для нелинейно вязких сред со степенным реологическим законом и для линейных вязкопластичных сред соответственно

$$\varphi(\psi) = \psi^{m-1}\cdot(2\pi/\tau_0)^{m-1}k/(\nu\rho); \tag{6}$$

$$\varphi(\psi) = (1 + Bm/\psi) \text{ – при } \psi > Bm \text{ и}$$

$$\psi_{\zeta\xi} = 0 \text{ – при } \psi < Bm, \tag{7}$$

где m и k – показатель и постоянная степенного реологического закона; $Bm = \sigma_0[\nu\rho(2\pi/\tau_0)]^{-1}$ – число Бингама, σ_0 – предел текучести;

для линейных вязкоупругих сред изосинхронный режим колебаний в отсутствии переходных процессов не нарушается, и их свойства (вязкость, время релаксации и пр.) можно описать в рамках комплексной вязкости, используя ньютоновскую модель поведения.

Система (2)–(4) в терминах параметров (5) имеет вид:

$$\frac{d^2\xi}{dT^2} + \frac{\delta_0}{\pi}\frac{d\xi}{dT} + \left(\left(\frac{\delta_0}{2\pi}\right)^2 + 1\right)\xi = \Phi_{\text{тр}}; \tag{8}$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial \psi_{\zeta\xi}}{\partial \zeta}\varphi(\psi); \tag{9}$$

$$d\xi/dT\big|_{T=0} = 0,\ \xi(0) = \xi_0,\ U(\zeta,0) = 0,\ U(0,T) = {d\xi}/{dT},\ U(\infty,T) = 0. \tag{10}$$

Легко заметить, что при данной постановке и допущениях задача эквивалентна задаче для вибрационного вискозиметра, совершающего затухающие колебания (за тем исключением, что в последнем случае $A = Sd\rho / m$, где m – масса подвесной системы). Поэтому для дальнейшего обсуждения возможностей маятникового вискозиметра следует обратиться к соответствующим работам по вибрационному методу (к примеру, [2]). Для сравнения заметим также, что для маятникового вискозиметра параметры колебаний в отсутствии среды равны

$$\tau_0^2 = \frac{4\pi^2 I^2}{I\left(mg\ell_c + K\right) - 0,25r^2l^4}, \ \delta_0 = \frac{1}{2}\frac{r\ell^2\tau_0}{I}; \tag{11}$$

для вибрационного вискозиметра –

$$\tau_0^2 = \frac{4\pi^2 m^2}{m\gamma - 0,25r^2}, \ \delta_0 = \frac{1}{2}\frac{r\tau_0}{m}, \tag{12}$$

где γ – жесткость упругого элемента.

Отдельно отметим, что помимо вектора состояния системы (величин U и ξ в (8, 9)) и пространственно-временных координат (T и ζ) в систему уравнений входит только один параметр – A, безразмерный комплекс, характеризующий свойства среды и условия эксперимента, объединяющий все параметры установки. Изменение A позволяет варьировать условия эксперимента и выбирать оптимальные, определяемые совокупностью причин, как-то: достаточным числом колебаний до момента, после которого уверенная регистрация α невозможна; значительным изменением периода и декремента затухания в процессе колебаний – для большей наблюдаемости неньютоновских эффектов; чувствительностью оценок реологических свойств среды к ошибкам в измеряемых в эксперименте параметрах и др.

Маятниковый метод математически подобен вибрационному для режима установившихся колебаний, но технически он реализуется иначе, в частности, обладает различными с вибрационным методом возможностями для изменения условий эксперимента, измерения наблюдаемых в опыте параметров, отклика на шум, организации переходных процессов и пр. В связи с этим экспериментатору при выявлении неньютоновских свойств высокотемпературных сред полезно иметь в распоряжении и такую экспериментальную базу для проверки согласованности получаемых данных этим методом и иными.

Литература

1. Елюхина И.В. Оценивание свойств неньютоновских сред крутильно-колебательным методом // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2004. – Вып. 4. – № 8(37). – С. 18–21.

2. Елюхина И.В. Вибрационный метод затухающих колебаний для измерения свойств ньютоновских и неньютоновских сред // Тр. XI Рос. конф. «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург, 2004. – Т. 2. – С. 223–227.

3. Вяткин Г.П., Елюхина И.В. Идентификация нелинейно вязких и вязкопластичных свойств вибрационным методом // Матер. 22 симп. по реологии. – М.: ИНХС РАН, 2004. – С. 29.

4. Елюхина И.В. К измерению вязкопластичных свойств раствора глицерина капиллярным методом // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, физика, химия». – 2005. – Вып. 5. – №2(42). – С. 110–111.

5. Росин Г.С. Маятниковый вискозиметр // Завод. лаб. – 1967. – Т. 33 . – №8. – С. 1027–1028.

6. Шпильрайн Э.Э., Фомин В.А., Сковородько С.Н., Сокол Г.Ф. Исследование вязкости жидких металлов. – М.: Наука, 1983. – 243 с.

Поступила в редакцию 19 марта 2005 г.