ФИЛЬТРАЦИЯ RAW-ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ МОДУЛЕЙ

В.А. Сурин, М.А. Ческидова

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация E-mail: surinva@susu.ru, cheskidovama@susu.ru

> Аннотация. Рассматриваются необработанные RAW-изображения, получаемые с фотоматрицы. Цель работы – адаптировать фильтр на основе обобщенного метода наименьших модулей (ОМНМ) для фильтрации RAWизображений с цифровых камер.

> Цифровые изображения, получаемые при оцифровке аналогового сигнала цифровой фотоматрицей, помимо полезного сигнала имеют шумовую составляющую. Кроме того, структура изображения, полученная напрямую с цифровой матрицы, сильно отличается от привычного RGB-изображения. Для получения RGB-изображения необходимо применить интерполяционный алгоритм, называемый демозаикой, которая вносит дополнительные искажения. Предлагается производить фильтрацию полученного изображения до применения алгоритма демозаики.

> RAW-изображения используют большее количество бит для описания яркости каждого пикселя, чем стандартные RGB-изображения, и имеют другую структуру. Для работы с такими изображениями требуется адаптация существующих цифровых фильтров. Для ОМНМ-фильтрации подобраны коэфициенты для параметров функции сглаживающего преобразования. Показаны преимущества фильтрации RAW-изображений, по сравнению со стандартными RGB-изображениями, а также сравнение ОМНМ с усредняющей и медианной фильтрацией. На основе полученных зависимостей решена практическая задача по повышению контрастности изображений стеклянных изоляторах на основе их RAW-снимков для последующего обнаружения дефектов в изоляторах.

> Ключевые слова: ОМНМ; обобщенный метод наименьших модулей; RAWизображения; фильтрация изображений; подавление шума; обнаружение дефектов в стеклянных изоляторах.

> > Восьмидесятилетнему юбилею ЮУрГУ посвящается

Введение

Важную роль в обработке и анализе цифровых изображений имеет задача повышения качества цифровых изображений. Существует большое количество алгоритмов, направленных на решение этой задачи [1]. При формировании цифрового изображения исходное аналоговое изображение сопровождается различными преобразованиями. Это и формирование пучка света оптикой, и фиксация фотонов света светочувствительной матрицей, и т.д. Основными факторами, оказывающими влияние на конечный результат, являются качество оптики, формирующее резкое изображение на светочувствительной матрице, и зашумление итогового изображения в процессе съемки. В таком случае основной задачей обработки изображения становится шумоподавление и восстановление контрастных границ объектов в изображении [2].

В ЭВМ изображения представляют собой матрицу чисел, кодирующую яркость и цвет, чаще всего в цветовой модели RGB [3]. Методы, разрабатываемые для борьбы с шумом, применяются, как правило, для фильтрации изображений в градациях серого или полноцветных RGB-изображений. Сигнал же, поступающий с цифровых матриц, имеет другую структуру и отличается от форматов хранения изображений в ЭВМ. Изображения, формирующиеся на цифровой фотоматрице, называют «сырыми» или RAW-изображениями. Цифровые фотоматрицы фиксируют только интенсивность света, то есть яркость, а цвет зависит от цветового фильтра, стоящего перед каждым светочувствительным элементом матрицы.

Математика

Большая часть производимых фотоматриц имеет байеровскую схему расположения цветных фильтров, другие типы схем встречаются реже. В результате получается мозаика из пикселей трех цветов, которые распознает человеческий глаз [4] (рис. 1)



Рис. 1. Порядок расположения цветовых фильтров

Пиксели в RAW-изображении кодируются одним числом. Количество бит, отведенное для кодирования числа, зависит от фотоматрицы и называется глубиной цвета. Глубина цвета RAW-изображений колеблется в пределах от 10 до 16 бит в отличие от стандартных изображений в RGB формате, где каждый цвет кодируется 8 битами. Это дает больше информации о изображении. Преобразование из RAW-изображений в привычное для нас изображение осуществляется различными алгоритмами демозаики, однако они же вносят дополнительные искажения в структуру шума в изображении [5], усложняя структуру шума и меняя плотность распределения.

Изначально источником шума является сам свет. Фотоны в пучке света распределены в соответствии со статистикой Пуассона [6], из чего следует, что в каждом отдельном цветовом канале можно ожидать гауссово распределение шума. После регистрации фотонов на светочувствительных элементах фотоматрицы и усиления полученного сигнала могут быть внесены и другие помехи, но распределение шума в сформированном RAW-изображении не должно нарушаться. Следующий этап – перевод RAW-изображения в стандартное цветное изображение с использованием алгоритма демозаики, который сильно влияет на распределение шума в изображении. В результирующем изображении гауссовость распределения шума не подтверждается [7].

Обычно применяются методы подавления шума к изображениям, уже прошедшим алгоритм демозаики. В данном случае предлагается проводить процедуру подавления шума в изображении до прохождения процедуры демозаики, то есть непосредственно в RAW-изображении, и только после переводить его в стандартное цветное RGB-изображение. Поскольку в исходном RAW-изображении пиксели кодируют только один цвет, стандартный подход к подавлению шумовой составляющей для таких изображений не применим. Необходимо разложить изображение на четыре отдельные матрицы, каждая из которых будет отвечать за свой цвет, после чего проводить фильтрацию каждой из них отдельно.

Предложено использовать фильтр на основе обобщенного метода наименьших модулей (ОМНМ) [8]:

$$\hat{y}_{ij} = \arg\min_{a} \sum_{(l,k) \in U_{ij}} \rho_{OMHM}(|y_{lk} - a|), \quad i = [1:n], j = [1:m],$$
(1)

где \hat{y}_{ij} — сглаженные с помощью ОМНМ-фильтра значения яркостей пикселей изображения размером *n* на *m* пикселей; U_{ij} — некоторая окрестность сглаживаемой точки y_{ij} ; *l* и *k* — координаты пикселя в области U_{ij} ; y_{lk} — фактические значения яркости пиксела; *a* — искомый сигнал.

ОМНМ-фильтр является эффективным инструментом для фильтрации цифровых контрастных изображений [9]. В качестве функции сглаживающего преобразования используется арктангенс

$$\rho_{OMHM}(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{|x|^{\alpha}}{\beta}\right),\tag{2}$$

где $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ – параметры, подбираемые на основе характеристик изображения и перепада, таких как: σ – среднеквадратическое отклонение (уровень) шума в выбранной области

Сурин В.А., Ческидова М.А.

изображения; A – нижняя граница уровня яркости перепада; B – верхняя граница уровня яркости перепада; h = B - A – разница между верхней и нижней границами яркости перепада, т. е. степени контрастности перепада (рис. 2, *a*).

Использование указанных параметров в функции потерь позволяет настраивать кривизну функции сглаживающего преобразования, и функция может иметь участки выпуклости и вогнутости (рис. 2, *b*), что позволит более точно настраивать фильтр на каждом локальном участке обрабатываемого изображения.



b) контрастный перепад с указанием переменных, используемых при поиске параметров функции потерь (2)

Правильность выбора параметров $\alpha = \alpha(\sigma, h, A)$ и $\beta = \beta(\sigma, h, A)$ будет напрямую влиять на эффективность сглаживания. В [10] был представлен алгоритм, позволивший подобрать функции для параметров к функции потерь (1) и для других функций. На основе данного алгоритма были найдены функции для коэффициентов и для 14-битных RAW-изображений с цифровой камеры Canon 80D. Найденные функции полностью актуальны для конкретной модели цифровой камеры, но стоит учитывать, что в рамках других серий камер того же производите или других производителей коэффициенты функций могут отличаться ввиду использования производителями различных технологий производства цифровых фотоматриц. Основным отличием стала большая глубина цвета, область допустимых значений для каждого цвета в данном случае будет ограничена значением от 0 (минимальная яркость) до 16 383 (максимальная яркость). Вследствие этого уровень шума σ будет существенно отличаться от стандартного RGB-изображения и возрастет пропорционально максимальной яркости, то есть уровень шума для 14-битного RAWизображения возрастет в 2¹⁴⁻⁸ = 64 раза в сравнении с 8-битным изображением. Для вариантов RAW-изображений с глубиной цвета 12 и 16 бит уровень шума будет увеличиваться соответствующим образом.

Поскольку фильтрация будет проходить над RAW-изображением, где распределение шума не было искажено алгоритмом демозаики и предполагается, что распределение шума будет больше похоже на гауссово, то предполагается высокая эффективность фильтров, хорошо работающих с гауссовым распределением, таких как усредняющий и медианный фильтры [1].

Оценкой эффективности фильтрации будет служить модуль разности яркостей пикселей между идеальным изображением и сглаженным – среднее линейное отклонение. Оценка рассчитывается следующим образом [10]:

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |\hat{y}_i - f_i|, \qquad (3)$$

где f_i , – идеальные (без шума) значения яркостей пикселей изображений, \hat{y}_i – значение яркости пикселей после фильтрации, n – число пикселей в изображении. Меньшее значение среднего линейного отклонения d будет указывать на более высокую эффективность сглаживания шумовой составляющей.

В результате фильтрации RAW-изображения ОМНМ-фильтром, конвертации в стандартное RGB-изображение и устранения цветовой составляющей шума [8] удалось достичь результат лучше, чем при фильтрации этого же изображения, преобразованного сразу в стандартное RGB-изображение. Оценка *d* на 9 % ниже в случае обработки RAW-изображения. Применение усред-

Математика

няющего фильтра для RAW-изображения не имеет смысла, так как результат оказался хуже, чем при фильтрации RGB-изображения. Медианный фильтр, как и ОМНМ-фильтр, дал положительный результат, и его оценка уменьшилась на 6 %. Однако преимущество ОМНМ-фильтра над медианным фильтром сохранилось и составило порядка 10,5 % по среднему линейному отклонению *d*. ОМНМ-фильтрация при обработке RAW-изображений сохраняет границу контраста лучше усредняющего и медианного фильтров, как и при фильтрации RGB-изображений [7].

Фильтрация RAW-изображения

RAW-изображение имеет глубину цвета, как правило, 14 бит, при этом каждый пиксел в нем может кодировать только один цвет. Обрабатывать пиксели разного цвета вместе неверно, поэтому исходное изображение разбивается на отдельные изображения, соответствующие разным цветам. В итоге получается одно изображение, составленное из пикселей красного цвета, одно – из пикселей синего цвета, два – из пикселей зеленого цвета (рис. 3). Каждое такое изображение будет иметь разрешение в 4 раза ниже исходного, пиксели в котором будут кодироваться числом от 0 до 16 383.





На вход фильтра подаются все полученные изображения, каждое из которых фильтруется отдельно. После фильтрации производится обратное преобразование, и пиксели из разделенных изображений становятся на свои места в объединённом изображении. Далее применяется алгоритм демозаики, на выходе которого получается стандартное RGB-изображение, где каждый пиксел закодирован набором из трех чисел от 0 до 255.

Сглаживание каждого разделённого изображения не будет отличаться от сглаживания изображения в градациях серого, за исключением глубины цвета в 14 бит на пиксель. Поэтому усредняющая и медианная фильтрация могут быть применены без модификации [1]. Использование весовых коэффициентов для усредняющего и медианного фильтра [4, 11] в данном случае положительного эффекта не имеет.

Для применения ОМНМ-фильтрации требовалось провести подбор функций для параметров α и β из функции потерь (2). Использовался алгоритм подбора параметров, описанный в [10], но с учетом максимальной допустимой яркости для 14-битной глубины цвета. В итоге не потребовалась кардинальная модификация функций подбора параметров, найденных в [10]. Необходимо ввести умножающий коэффициент k = 64 для функции β (для 12- и 16-битной глубины цвета k = 16 и k = 256 соответственно):

$$\alpha = \begin{cases} 0,7, & A = 0, \\ 0,7 \cdot \left(\frac{3\sigma - A}{3\sigma}\right) + 1,6 \cdot \left(1 - \frac{3\sigma - A}{3\sigma}\right), & 0 < A \le 3\sigma, \quad \beta = 10 \cdot k + \frac{\sigma \cdot h}{100 \cdot k}. \\ 1,6, & A > 3\sigma, \end{cases}$$
(4)

Тремя выбранными фильтрами было проведено подавление шума в RAW-изображении, снятое на камеру Canon 80D при высоком значении светочувствительности ISO. На рис. 4 представлена часть этого изображения.

Производилась фильтрация как RAW-изображения, так и конвертированного в RGBизображения с глубиной цвета 8 бит на канал. RGB-изображение переводилось в цветовую модель Lab [3] перед фильтрацией, так как обработка указанными фильтрами проводилась только в канале яркости и подавлялась яркостная составляющая шума. Цветовая составляющая шума подавлялась путем фильтрации цветовых каналов билатеральным фильтром. Оценка эффективности фильтрации вычислялась по формуле (3), при этом за эталон взято RGB-изображение, снятое при минимальном значении светочувствительности 100. Результаты для всех фильтров представлены в табл. 1. Результат сглаживания нескольких участков в приближении представлен на рис. 5. Усредняющий фильтр при обработке RAW-изображения не показал улучшения в сравнении с обработкой RGB-изображения. Медианный фильтр показал лучший результат при таком сценарии, среднее линейное отклонение уменьшилось примерно на 6 %, что можно считать хорошим результатом. ОМНМ-фильтр показал наибольшее улучшение, его эффективность при обработке RAW-изображения увеличилась на 9 %. В сравнении с медианным фильтром ОМНМ-фильтр оказался на 10,5 % эффективнее по среднему линейному отклонению.



Рис. 4. Исходное RAW-изображение

В дополнение к подавлению шума ОМНМ-фильтр позволяет сохранять контраст на перепаде яркости в изображении. Причем эффективность при обработке RAW-изображения оказалась выше. Для сравнения были выбраны варианты, показавшие наилучшие результаты в предыдущем тесте. Это участки после ОМНМ-фильтрации RGB-изображения и участки после медианной и ОМНМ-фильтрации RAW-изображения. Участки, на которых визуально продемонстрирован перепад яркости, показаны на рис. 6.



Рис. 5. Участок изображения а) исходного; после фильтрации RGB: b) усреднением; с) медианой; d) ОМНМ; после фильтрации RAW: e) усреднением; f) медианой; j) ОМНМ

•	Таблица 1
Оценка d для сглаженных RGB- и RAW-изображений фильтрами (меньше) – лучше)

Изображание	Фильтр			
изооражение	Усредняющий	Медианный	OMHM	
RGB	18,87	12,91	11,91	
RAW	20,34	12,1	10,83	

Визуально контраст на участках после ОМНМ-фильтрации RAW-изображения самый высокий. Контрастная граница четко просматривается. В численном выражении контраст можно по-

Математика

считать как разницу яркостей соседних пикселов на перепаде. Для каждого участка был взят единичный срез, на котором рассчитан контраст. Позиция срезов для каждого изображения идентична. Результаты расчета контраста на участках изображения представлены в табл. 2.



Рис. 6. Участки после фильтрации: а) RGB-изображения ОМНМ-фильтром; b) RAW-изображения медианным фильтром; с) RAW-изображения ОМНМ-фильтром

Таблица 2

Контраст для сглаженных участков изображений, представленных на рис. 6: 1 – верхний участок; 2 – нижний участок; (больше - лучше)

	RGB-изображение	RAW-изображение	
Участок	ОМНМ-фильтрация	Медианная фильтрация	ОМНМ- фильтрация
1	90	59	102
2	46	40	71

Наибольший контраст оказался на участках после фильтрации RAW-изображения OMHMфильтром, следовательно, для сохранения максимального контраста RAW-изображения стоит подвергать фильтрации до их преобразования в стандартное RGB-изображение с помощью методов демозаики. Такая фильтрация будет наиболее полезна в системах технического зрения, так как сохранение контраста на перепадах яркости имеет большое значение в данной области.

Примером реальной задачи в области технического зрения может служить задача выделения дефектов на изображениях стеклянных изоляторов. Снимки объектов из прозрачного материала часто имеют недостаточный контраст, а в случае с объектами сложной формы оптические искажения могут дополнительно размывать контрастные границы, что затрудняет их обнаружение. Применение ОМНМ-фильтрации позволит повысить контрастность на подобных снимках даже в том случае, если подавление шума выполнять не требуется.

На рис. 7 представлена часть изображения со стеклянным изолятором для высоковольтных линий. На изоляторе отмечено вкрапление постороннего объекта в стекло. Наличие этого дефекта негативно сказывается на диэлектрических свойствах изделия. Чем выше контраст подобных дефектов в изображении, тем проще их детектировать.



Рис. 7. Изображение стеклянного изолятора с отмеченным дефектом и участок с дефектом в приближении

Для повышения резкости были применены усредняющий, медианный и ОМНМ-фильтр как к RAW-изображению, так и к RGB-изображению, полученному из данного RAW. Результаты участков с дефектом на отфильтрованных изображениях представлены на рис. 8.



Рис. 8. Участки изображения с дефектом: а) исходное; b) RGB после обработки ОМНМ-фильтром; с) RAW после обработки ОМНМ-фильтром

Локальный контраст на изображении после ОМНМ-фильтрации повысился, что можно наблюдать на рис. 8. Если привести срез из 10 пикселей на границе контрастной области, то можно оценить в числовом формате на сколько повысился контраст при фильтрации RGB- и RAWизображения в сравнении с исходным изображением (табл. 3).



Таким образом, контраст объекта после ОМНМ-фильтрации оказался выше, чем на исходном изображении. Причем приоритет стоит отдавать фильтрации необработанных RAW-изображений при наличии такой возможности.

Заключение

В работе представлена задача фильтрации зашумленного RAW-изображения на основе обобщенного метода наименьших модулей. Формулы для подбора параметров функции сглаживающего преобразования адаптированы для глубины цвета 14 бит. Приведена сравнительная оценка эффективности сглаживания полученных изображений различными методами в сравнении с эталонным изображением. Показана большая эффективность ОМНМ-сглаживания при фильтрации RAW-изображения, чем того же изображения, переведенного в стандартное RGBизображение. Было показано что ОМНМ-фильтр при обработке RAW-изображений сохраняет границы контрастных областей лучше других методов. Это свойство можно эффективно использовать при решении практических задач в области компьютерного зрения. Такое свойство фильтра было использовано при решении задачи повышения контрастности дефекта на изображении стеклянного изолятора.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание на выполнение фундаментальных научных исследований № FENU-2023-0025 (2023025ГЗ)).

Литература

1. Гонсалес, Р.С. Цифровая обработка изображений / Р.С. Гонсалес, Р.Е. Вудс. – М.: Техно-сфера, 2012. – 1104 с.

2. Ярославский, Л.П. Введение в цифровую обработку изображений / Л.П. Ярославский. – М.: Советское радио, 1979. – 312 с.

3. CIE Recommendations on Uniform Color Spaces, Color Difference Equations, Psychometric Color Terms, Supplement 2 to CIE publication 15 (E1.3.1) 1971/(TC1.3). Central Bureau of the Commission Internationale de l'Éclairage (Vienna, Austria). – 1978.

4. Television noise reduction IC / G. de Haan, T.G. Kwaaitaal-Spassova, M.M. Larragy *et al.* // IEEE Transactions on Consumer Electronics. – 1998. – Vol. 44, no. 1. – pp. 143–154.

5. Kimmel, R. Demosaicing: Image Reconstruction from Color CCD Samples / R. Kimmel // IEEE transactions on image processing. – 1999. – Vol. 8, Iss. 9. – P. 1221–1229.

6. Никитин, В.В. Телевидение в системах физической защиты / В.В. Никитин, А.К. Цыцулин. – СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2001. – 132 с.

7. Сурин, В.А. Исследование свойств цифрового шума в контрастных изображениях / В.А. Сурин, А.Н. Тырсин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 8-2. – С. 93–96.

8. Surin, V.A. Nonlinear Filtering of Noisy Contrast Images Based on the Generalized Method of the Least Absolute Values / V.A. Surin, A.N. Tyrsin // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2018. – Vol. 5, no. 2. – P. 58–69.

9. Сурин, В.А. Математическая модель фильтрации на основе обобщенного метода наименьших модулей как инструментарий обработки и анализа контрастных изображений / В.А. Сурин, А.Н. Тырсин // Материалы Тринадцатой Международной конференции «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». – Томск, Томский государственный университет, 2020. – С. 55–56.

10. Сурин, В.А. Модель нелинейного фильтра для цифровой обработки контрастных изображений / В.А. Сурин, А.Н. Тырсин // Автометрия. – 2018. – Т. 54, № 2. – С. 54–62.

11. Weighted Median Filters: a Tutorial / L. Yin, R. Yang, M. Gabbouj, Y. Neuvo // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing. – 1996. – Vol. 43, Iss. 3. – P. 157–192.

Поступила в редакцию 14 октября 2023 г.

Сведения об авторах

Сурин Владимир Анатольевич – старший преподаватель, кафедра прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: surinva@susu.ru.

Ческидова Мария Александровна – преподаватель, кафедра прикладной математики и программирования, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: cheskidovama@susu.ru.

> Bulletin of the South Ural State University Series "Mathematics. Mechanics. Physics" 2023, vol. 15, no. 4, pp. 21–29

> > DOI: 10.14529/mmph230403

RAW IMAGE FILTERING BASED ON THE GENERALIZED METHOD OF LEAST MODULES

V.A. Surin, M.A. Cheskidova

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation E-mail: surinva@susu.ru, cheskidovama@susu.ru

Abstract. This article studies the filtering of RAW images obtained from a photo matrix. The article adapts a filter based on the generalized method of least modules (GMLM) for filtering RAW images

from digital cameras. Digital images obtained by digitizing an analog signal with a digital photo matrix have a noise component in addition to the useful signal. The image structure obtained directly from the digital matrix is very different from the usual RGB image. It is necessary to apply a demosaicing algorithm to obtain an RGB image, which introduces additional distortions. It is proposed to filter the resulting image before applying the demosaicing algorithm. RAW images use more bits to describe the brightness of each pixel than standard RGB images and have a different structure. The adaptation of existing digital filters is required to work with such images. For GMLM filtering, coefficients for the parameters of the smoothing transformation function are selected. The advantages of filtering RAW images in comparison with standard RGB images and a comparison of GMLM with averaging and median filtering are shown. Based on the obtained dependencies, the practical problem of increasing the contrast in images of glass insulators based on their RAW images for the subsequent detection of defects in insulators is solved.

Keywords: GMLM; generalized method of least modules; RAW image; image filtering; noise reduction; detection of defects in glass insulators.

References

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*. 4th edition. Pearson Education, Inc., New York, 2018, 1092 p.

2. Yaroslavsky L.P. *Vvedenie v cifrovuyu obrabotku izobrazhenij* (Introduction to Digital Image Processing). Moscow, Sovetskoe radio, 1979, 312 p. (in Russ.).

3. CIE Recommendations on Uniform Color Spaces, Color Difference Equations, Psychometric Color Terms, *Supplement 2 to CIE publication 15 (E1.3.1) 1971/(TC1.3)*. Central Bureau of the Commission Internationale de l'Éclairage (Vienna, Austria), 1978.

4. de Haan G., Kwaaitaal-Spassova T.G., Larragy M.M., Ojo O.A., Schutten R.J. Television Noise Reduction IC. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 1998, Vol. 44, no. 1, pp. 143–154. DOI: 10.1109/30.663741

5. Kimmel, R. Demosaicing: Image Reconstruction from Color CCD Samples. *IEEE transactions on image processing*, 1999, Vol. 8, Iss. 9, pp. 1221–1229. DOI: 10.1109/83.784434

6. Nikitin V.V., Tsytsulin A.K. Televidenie v sistemakh fizicheskoy zashchity (Television in Systems of Physical Protection). SPb.: SPbGETU "LETI" Publ., 2001, 132 p. (in Russ.).

7. Surin V.A., Tursin A.N. Research of Properties of Digital Noise in Contrast Images. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*, 2016, Vol. 59, no. 8-2, pp. 93–96. (in Russ.).

8. Surin V.A., Tyrsin A.N. Nonlinear Filtering of Noisy Contrast Images based on the Generalized Method of the Least Absolute Values. *Journal of Computational and Engineering Mathematics*, 2018, Vol. 5, no. 2, pp. 58–69. DOI: 10.14529/jcem180205

9. Surin V.A., Tyrsin A.N. Matematicheskaya model' fil'tratsii na osnove obobshchennogo metoda naimen'shikh moduley kak instrumentariy obrabotki i analiza kontrastnykh izobrazheniy (Mathematical Model of Filtering based on the Generalized Method of Least Modules as a Tool for Processing and Analyzing Contrast Images). *Proc. ICAM-2020*, 2020, pp. 55–56. (in Russ.)

10. Surin V.A., Tyrsin A.N. Nonlinear Filter Model for Digital Imaging of Contrast Images. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2018, Vol. 54, no. 2, pp. 155–161. DOI: 10.3103/S8756699018020061

11. Yin L., Yang R., Gabbouj M., Neuvo Y. Weighted Median Filters: a Tutorial. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 1996, Vol. 43, Iss. 3, pp. 157– 192. DOI: 10.1109/82.486465

Received October, 14, 2023

Information about the authors

Surin Vladimir Anatolevich is Senior Lecturer of the Department of Applied Mathematics and Programming, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: surinva@susu.ru.

Cheskidova Mariya Aleksandrovna is Lecturer of the Department of Applied Mathematics and Programming, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: cheskidovama@susu.ru.