

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЙ ПРИ СОВМЕСТНОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИИ ОБЪЕКТОВ ИЛИ СИСТЕМ С УЧЁТОМ СИНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

В.В. Меньших, В.А. Никитенко

Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Российская Федерация

E-mail: menshikh@list.ru

Аннотация. Разрабатывается модель координации действий объектов или систем в условиях их совместного взаимодействия, приводящего к возникновению синергетических эффектов на основе общей автоматной модели данных объектов или систем. Описание общей автоматной модели осуществляется на основе агрегирования отдельных составляющих, представляющих собой отдельные объекты или системы, которым также соответствуют автоматные модели. Как частный пример рассматривается описание действий силовых подразделений, которые участвуют в ликвидации чрезвычайных обстоятельств. На основе общей автоматной модели и описания действий подразделений разработан численный метод оптимизации последовательности действий, в основе которого лежит схема ветвей и границ, корректность которой подтверждается тем, что при взаимодействии отдельных объектов или систем могут возникать альтернативные действия и, следовательно, полный перебор является не целесообразным.

Ключевые слова: совместное функционирование объектов; автоматная модель; чрезвычайное обстоятельство; последовательность действий; синергетические эффекты; модель оптимизации, схема ветвей и границ; оценка частных решений.

Введение

При решении многих практических задач может возникать необходимость совместного использования нескольких однородных или разнородных объектов или систем. При этом действия одних объектов или систем и их последовательность могут существенно влиять на действия других [1]. Примером такой задачи является использование подразделений силовых ведомств при ликвидации чрезвычайных обстоятельств (ЧО) [2, 3].

При функционировании сразу нескольких взаимодействующих систем или объектов могут возникать ситуации конфликта, безразличия или содействия, приводящие к появлению как положительных, так и отрицательных синергетических эффектов [1]. В ряде случаев удаётся получить численные оценки этих эффектов. В частности, в [4] построена модель оценки влияния взаимодействия подразделений силовых ведомств при возникновении ЧО на величину предотвращённого ущерба. Указанная величина зависит от времени начала выполнения действия каждым подразделением и имеющегося ресурса.

В [5] показано, что процесс функционирования подразделений силовых ведомств при ликвидации ЧО является динамической системой и, следовательно, эффективным аппаратом моделирования действий таких подразделений является теория конечных автоматов [6]. В связи с необходимостью моделирования координации действия сразу нескольких подразделений следует использовать общую автоматную модель, агрегирующую отдельные модели функционирования всех взаимодействующих подразделений. Для этого могут использоваться операции последовательной и/или параллельной композиции автоматных моделей отдельных подразделений [7]. Численный метод агрегирования автоматных моделей с использованием алгебры символьных матриц описан в [8].

В связи с этим возникает задача координации действий объектов и систем в условиях их взаимодействия, приводящего к возникновению синергетических эффектов. Настоящая работа посвящена разработке численного метода решения данной задачи на примере моделирования действий подразделений силовых ведомств при ликвидации ЧО с использованием автоматных моделей.

Автоматные модели агрегирования совместных действий объектов или систем

Агрегируемые в процессе моделирования отдельные взаимодействующие объекты или системы будем называть составляющими. Рассмотрим автомат, описывающий действия отдельной b -й составляющей общей модели:

$$A_b = (X_b, Y_b, Q_b, F_b), \quad (1)$$

где X_b – входной алфавит, описывающий входные воздействия на объект (систему), Y_b – выходной алфавит, Q_b – множество состояний, в которые могут переходить составляющие общей модели в результате поступления входных символов из X_b , F_b – оператор, описывающий переходы из состояния в состояние и соответствующие им выходы в зависимости от поступающих входов, представляемый в следующем виде:

$$\left\{ F_b q_b^i = \left\{ q_b^{i_1} \left(x_b^{j_1} / y_b^{k_1} \right), \dots, q_b^{i_2} \left(x_b^{j_2} / y_b^{k_2} \right), \dots, q_b^{i_n} \left(x_b^{j_n} / y_b^{k_n} \right) \right\}, i = \overline{1, |Q_b|} \right\}.$$

Запись $q_b^{i_1} \left(x_b^{j_1} / y_b^{k_1} \right) \in F_b q_b^i$ означает, что если автомат находится в состоянии q_b^i и на вход поступил символ $x_b^{j_1}$, то автомат переходит в состояние $q_b^{i_1}$ и выходным символом является $y_b^{k_1}$.

Моделирующий совместное функционирование m объектов или систем автомат

$$A = (X, Y, Q, F) \quad (2)$$

представляет собой композицию m автоматов вида (1), численный метод его построения описан в [8]. Элементы автомата (2) определяются следующим образом:

X – входной алфавит, элементы которого $x^j \in X$ имеют вид $x^j = \left\{ x_{b_1}^{j_1}, \dots, x_{b_s}^{j_s} \right\}, s = |x^j| \leq n$,

где каждый $x_{b_l}^{j_l}$ представляет собой действие автомата A_{b_l} ;

Y – выходной алфавит, элементы которого $y^k \in Y$ имеют вид $y^k = \left\{ y_{b_1}^{k_1}, \dots, y_{b_s}^{k_s} \right\}, s = |y^k| \leq n$,

где каждый $y_{b_l}^{k_l}$ представляет собой результат выполнения действия автомата A_{b_l} ;

Q – множество состояний, элементы которого $q^i \in Q$ имеют вид $q^i = \left\{ q_{b_1}^{i_1}, \dots, q_{b_n}^{i_n} \right\}$, где $q_{A_{b_l}}^{i_l}$

состояние, в котором находится автомат A_{b_l} , при этом исключены недопустимые с точки зрения предметной области комбинации состояний;

F – оператор, описывающий переходы из состояния в состояние и соответствующие им выходы в зависимости от поступающих входов.

В автомате (2) могут возникать возможности альтернативного выбора комбинаций действий отдельных составляющих, и, следовательно, возникает задача оптимизации выбора комбинаций действий. Однако эта задача может быть решена только при конкретизации описаний результатов действий отдельных составляющих. Приведём такое описание применительно к действиям подразделений силовых ведомств при ликвидации ЧО [2, 4].

Описание результатов действий подразделений при ликвидации чрезвычайных обстоятельств

Общий предотвращенный ущерб на протяжении всего времени выполнения действий по ликвидации ЧО монотонно возрастает [2, 4, 9]. Действительно, чем дольше осуществляется ликвидация ЧО, тем большее количество людей можно эвакуировать из зоны ЧО и сохранить больший объём материальных ценностей. Вместе с тем, чем позже будет выполнено какое-либо конкретное действие по ликвидации ЧО, тем оно будет менее эффективным и, следовательно, приведёт к меньшему значению предотвращённого ущерба. Поэтому каждое действие каждого подразделения силовых ведомств характеризуется величиной предотвращенного ущерба в зоне ЧО в момент начала совершения этого действия.

Кроме того, предотвращенный ущерб зависит от момента начала действия, т. е. если подразделение находится в некотором состоянии q^i , то предотвращенный ущерб от совершения одного

и того же действия в моменты времени t^j и $t^j + \Delta t$ может быть различен [9]. Для пояснения рассмотрим пример эвакуации граждан и материальных ценностей из зоны ЧО: при первом и втором этапе эвакуации её объём может быть различен в силу изменения обстоятельств [4].

Для совершения каждого действия подразделения расходуют определённый ресурс, который для каждого подразделения описывается ограниченной функцией времени [4]. При переходах из состояния в состояние подразделения расходуют или восполняют определенное количество ресурсов. Время является ограниченным параметром.

Каждое действие подразделения в состоянии q_b^i при поступлении на вход x_b^j охарактеризуется тремя параметрами [4, 9]:

$p_b^k = \{p_{b1}^k, \dots, p_{bf_p}^k\}$ – предотвращенным ущербом (f_p – количество категорий предотвращенного ущерба);

$r_b^k = \{r_{b1}^k, \dots, r_{bf_r}^k\}$ – ресурсы (f_r – количество категорий ресурса);

t_b^k – время.

Таким образом, элементы $y_b^k \in Y_b$ представляют собой кортеж

$$y_b^k = \langle p_b^k, r_b^k, t_b^k \rangle. \quad (3)$$

В таком случае в автомате (2), моделирующем совместное функционирование подразделений, элемент $y^k \in Y$ имеет вид $y^k = \{y_{b1}^{k1}, \dots, y_{b_s}^{ks}\}$, $s = |y^k| \leq n$, где каждый $y_{b_i}^{ki}$ представляет собой кортеж вида (3).

Описанные свойства параметров выходных символов могут быть использованы для оптимизации последовательности действий подразделений при ликвидации ЧО.

Модель оптимизации последовательности действий подразделений при ликвидации чрезвычайных обстоятельств

Процесс ликвидации ЧО должен быть организован таким образом, чтобы максимизировать предотвращенный ущерб в зоне ЧО при ограничениях R и T – соответственно на выделенные ресурсы и отведённое время для ликвидации ЧО, что достигается оптимизацией последовательности действий подразделений, которая может быть описана как модель оптимизации выбора последовательности входных символов $X^* = (x^{*i_1}, \dots, x^{*i_n})$ автомата (2). При этом величина n априори неизвестна, так как времена перехода из одного состояния в другое в общем случае различаются.

Для поиска данной последовательности введем функции $p\left(q^{i_s}, x^{j_s}, \sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})\right)$ и $R\left(q^{i_s}, x^{j_s}, \sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})\right)$, где $\tau(q^{i_h}, x^{j_h})$ – время, необходимое для перехода из состояния q^{i_h} при входе x^{j_h} . Данные функции отображают величину предотвращенного ущерба и количество ресурсов соответственно от действий подразделений в соответствии с входным символом x^{j_s} при нахождении автомата (2) в состоянии q^{i_s} в момент времени $\sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})$. При этом $R(q^{i_s}, x^{j_s}, 0)$ – начальное количество ресурсов у подразделений.

В этом случае решаемая задача имеет вид нахождения

$$X^* = \underset{X}{\operatorname{Argmax}} \left(\sum_{s=1}^N p\left(q^{i_s}, x^{j_s}, \sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})\right) \right), \quad (4)$$

при ограничениях:

$$0 \leq R \left(q^{i_s}, x^{j_s}, \sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h}) \right) + r(q^{i_s}, x^{j_s}) \leq R, \quad (5)$$

$$\sum_{s=1}^n \tau(q^{i_s}, x^{j_s}) \leq T, \quad (6)$$

$$q^{i_{l+1}}(x^{j_l} / y^{k_l}) \in Fq^i, l=1, \dots, n-1. \quad (7)$$

Условия (5) и (6) описывают требования по выполнению ограничений на соответственно ресурс и время; в частности, в (5) $r(q^{i_s}, x^{j_s})$ – вектор значений изменения ресурсов при переходе из состояния q^{i_s} автомата (2) по входу x^{j_s} . Условие (7) определяет корректность последовательности смены состояний в автомате (2).

Описание численного метода

Нахождение точного решения задачи за приемлемое время не гарантировано в связи с её большой размерностью в практически интересных случаях. В связи с этим целесообразно применять итерационные методы, например, использующие схему ветвей и границ, позволяющую получать решение с помощью ограниченного перебора. Её преимуществом является получение приближённого решения на первой итерации, а дальнейшие итерации не ухудшают полученное решение. Следовательно, в случае ограничения по времени полученное на любой итерации решение можно использовать как решение всей задачи.

Задачи, решаемые с использованием схемы ветвей и границ, различаются тремя составляющими: способом построения дерева частичных решений, методом оценки частичных решений и обходом построенного дерева решений. В данной работе описываются только указанные составляющие, считая известной общую схему [8, 9].

Под частичными решениями будем понимать подмножества возможных решений, в которых фиксированы части последовательности действий, удовлетворяющие условию (7):

$$X^t = (x^{i_1}, \dots, x^{i_t}), \quad (8)$$

Указанные подмножества образуют дерево частичных решений, вершинами которого являются последовательности вида (8), а дуги направлены от X^t к X^{t+1} , причём принимается, что X^0 содержит все возможные последовательности.

Оценка частичных решений производится по формуле

$$\Phi(X^t) = \sum_{s=1}^t p \left(q^{i_s}, x^{j_s}, \sum_{h=0}^{s-1} \tau(q^{i_h}, x^{j_h}) \right) + \max_{x^j \in X} p \left(q^i, x^j, \sum_{h=0}^t \tau(q^{i_h}, x^{j_h}) \right) \left[\frac{T - \sum_{h=0}^t \tau(q^{i_h}, x^{j_h})}{\min_{x^j \in X} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})} \right],$$

где $\left[\frac{T - \sum_{h=0}^t \tau(q^{i_h}, x^{j_h})}{\min_{x^j \in X} \tau(q^{i_h}, x^{j_h})} \right]$ – максимальное количество итераций, которое может совершить автомат (2) за оставшееся время.

Оценки частичных решений должны обладать следующими свойствами: быть минимальными и монотонно не возрастать при спуске по дереву решений. Очевидно, этими свойствами обладает приведённая оценка в силу описанных свойств предотвращённого ущерба.

На первом шаге обхода дерева частичных решений производится поиск начального решения. Спуск по дереву осуществляется до тех пор, пока выполняются условия (5)–(7). Если условия (5), (6) или (7) не выполняются, то обход дерева решений по данной ветви не продолжается и происходит подъем на один уровень. Когда пройдена вся ветвь, также происходит подъем на один уровень. Окончание первого шага наступает, когда достигнута конечная вершина дерева решений или невозможно достичь конечной вершины, т. е. задача не имеет решения. В последнем случае следует пересмотреть ограничения (5) и (6).

После того как достигнута конечная вершина, соответствующее ей решение X^t представляет собой начальное решение и называется рекордом. Соответствующие ей оценки обозначим Φ^t .

Последующие шаги будут направлены на улучшение начального решения. Они повторяют первый шаг со следующими изменениями:

- 1) обход будет начинаться с вершины, находящейся на уровень выше начального решения;
- 2) к условию (5)–(7) добавляется условие

$$\Phi(X^t) > \Phi^t$$

При выполнении следующих шагов могут возникнуть следующие ситуации:

1) если $\Phi(X^t) > \Phi^t$ и выполняются условия (5)–(7), то соответствующая вершина становится рекордной, а ее оценка – новым временным рекордом;

2) если $\Phi(X^t) \leq \Phi^t$, то спуск по дереву решений прекращается и осуществляется подъем на один уровень.

Если на очередном шаге не удастся достичь конечной вершины, то выполнение алгоритма заканчивается и решением задачи (4)–(7) объявляется последний рекорд.

Заключение

Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации последовательности действий взаимодействующих объектов или систем в других предметных областях, если они могут быть представлены автоматными моделями и получено описание возникающих при совместном функционировании синергетических эффектов.

Литература

1. Новосельцев, В.И. Системный анализ: современные концепции / В.И. Новосельцев. – Воронеж: Издательство «Кварт», 2003. – 359 с.
2. Математическое моделирование действий органов внутренних дел в чрезвычайных обстоятельствах / В.В. Меньших, А.Ф. Самороковский, В.В. Горлов и др. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2016. – 186 с.
3. Меньших, В.В. Структурные модели взаимодействия подразделений силовых ведомств при возникновении чрезвычайных ситуаций техногенного характера / В.В. Меньших, А. В. Корчагин // Труды Академии управления МВД России. – 2015. – № 2(34). – С. 54–58.
4. Меньших, В.В. Учёт синергетических эффектов при композиции автоматных моделей действий подразделений силовых ведомств, участвующих в ликвидации чрезвычайных обстоятельств / В.В. Меньших, В.В. Горлов, В.А. Никитенко // Вестник Воронежского института МВД России. – 2023. – № 2. – С. 60–68.
5. Меньших, В.В. Обоснование выбора математического аппарата для моделирования действий органов внутренних дел при возникновении чрезвычайных обстоятельств / В.В. Меньших, В.В. Горлов, В.А. Никитенко // Вестник Воронежского института ФСИН России. – 2022. – № 4. – С. 135–141.
6. Калман, Р.Э. Очерки по математической теории систем / Р.Э. Калман, П.Л. Фалб, М.А. Арбиб. – М.: УРСС, 2004. – 398 с.
7. The Unknown Component Problem: Theory and Applications / T. Villa, N. Yevtushenko, R.K. Brayton *et al.* – New York: Springer, 2012. – 311 p.
8. Меньших, В.В. Численный метод агрегирования автоматных моделей с использованием алгебраических операций над автоматами / В.В. Меньших, В.А. Никитенко // Проблемы управления. – 2023. – № 6. – С. 66–75.
9. Меньших, В.В. Структурно-параметрическая модель ликвидации чрезвычайного обстоятельства / В.В. Меньших, В.А. Никитенко // Вестник Воронежского института МВД России. – 2022. – № 2. – С. 47–54.

Поступила в редакцию 20 января 2024 г.

Сведения об авторах

Меньших Валерий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики и моделирования систем, Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9235-4997>, e-mail: menshikh@list.ru.

Никитенко Виталий Алексеевич – преподаватель кафедры математики и моделирования систем, Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-1948-3817>, e-mail: vitalijnikitenko82043@gmail.com.

DOI: 10.14529/mmph240104

THE OPTIMIZATION OF ACTIONS IN THE JOINT OPERATION OF OBJECTS OR SYSTEMS, TAKING INTO ACCOUNT SYNERGETIC EFFECTS

V.V. Menshikh, V.A. Nikitenko

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Voronezh, Russian Federation

E-mail: menshikh@list.ru

Abstract. This article develops a model for coordinating the actions of objects or systems in joint interaction leading to synergetic effects based on a common automatic model of these objects or systems. The description of the general automaton model is carried out based on the aggregation of individual components representing separate objects or systems, which also correspond to automaton models. As a special example, the actions of law enforcement units that participate in emergency situations is considered. On the basis of a general automaton model and a description of the actions of units, a numerical method for optimizing the sequence of actions has been developed based on a scheme of branches and boundaries. The effectiveness is confirmed by the fact that alternative actions may occur during the interaction of individual objects or systems and, therefore, a complete search is not advisable.

Keywords: *the joint functioning of objects; automatic model; emergency; sequence of actions; synergetic effects; optimization model; scheme of branches and boundaries; the evaluation of partial solutions.*

References

1. Novosel'tsev V.I. *Sistemnyy analiz: sovremennye kontseptsii* (System Analysis: Modern Concepts), Voronezh: Izdatel'stvo "Kvarta" Publ., 2003, 359 p. (in Russ.).
2. Men'shikh V.V., Samorokovskiy A.F., Gorlov V.V. *Matematicheskoe modelirovanie deystviy organov vnutrennikh del v chrezvychaynykh obstoyatel'stvakh* (Mathematical Modeling of Police Actions in Emergency Situations). Voronezh: Voronezhskiy institut MVD Rossii Publ., 2016, 187 p. (in Russ.).
3. Menshikh V.V., Korchagin A.V. *Strukturnye modeli vzaimodeystviya podrazdeleniy silovykh vedomstv pri vozniknovenii chrezvychaynykh situatsiy tekhnogennogo kharaktera* (Structural Models of Interaction the Power Departments Divisions in Emergencies Manmade). *Trudy Akademii upravleniya MVD Rossii*, 2015, no. 2(34), pp. 54–58.
4. Men'shikh V.V., Gorlov V.V., Nikitenko V.A. *Uchet sinergeticheskikh effektov pri kompozitsii avtomatnykh modeley deystviy podrazdeleniy silovykh vedomstv, uchastvuyushchikh v likvidatsii chrezvychaynykh obstoyatel'stv* (Consideration of Synergetic Effects in the Composition of Automatic Models of Actions of Law Enforcement Agencies Involved in the Elimination of Emergencies). *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii*, 2023, no. 2, pp. 60–68. (in Russ.).
5. Menshikh V.V., Gorlov V.V., Nikitenko V.A. *Obosnovanie vybora matematicheskogo apparata dlya modelirovaniya deystviy organov vnutrennikh del pri vozniknovenii chrezvychaynykh obstoyatel'stv* (Justification of the Choice of Mathematical Apparatus for Modeling the Actions of Inter-

nal Affairs bodies in the Event of Emergency Circumstances). *Vestnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii*, 2022, no. 4, pp. 135–141. (in Russ.).

6. Kálmán R., Falb P., Arbib M. *Topics in Mathematical System Theory*. New York, McGraw-Hill, 1969, 358 p.

7. Villa T., Yevtushenko N., Brayton R.K., Mishchenko A., Petrenko A., Sangiovanni Vincentelli A.L. *The Unknown Component Problem: Theory and Applications*. New York: Springer, 2012, 311 p. DOI: 10.1007/978-0-387-68759-9

8. Men'shikh V.V., Nikitenko V.A. Chislennyy metod agregirovaniya avtomatnykh modeley s ispol'zovaniem algebraicheskikh operatsiy nad avtomatami (A numerical Method for Aggregating Automaton Models using Algebraic Operations on Automata). *Control Sciences*, 2023, no. 6, pp. 66–75. (in Russ.). DOI: 10.25728/pu.2023.6.6

9. Menshikh V.V., Nikitenko V.A. Structural-Parametric Model of Emergency Response (Strukturno-parametricheskaya model' likvidatsii chrezvychaynogo obstoyatel'stva). *Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii*, 2022, no. 2, pp. 47–54. (in Russ.).

Received January 20, 2024

Information about the authors

Menshikh Valery Vladimirovich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Professor of the Mathematical and Modeling System Department, Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9235-4997>, e-mail: menshikh@list.ru.

Nikitenko Vitaly Alekseevich is Assistant of the Mathematical and Modeling System Department, Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Voronezh, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-1948-3817>, e-mail: vitalijnikitenko82043@gmail.com.