

# МОДИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ДАННЫХ С УПОРЯДОЧЕННЫМ АРГУМЕНТОМ

**А.А. Парамонов<sup>1</sup>, А.В. Калач<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Воронежский институт ФСИИ России, г. Воронеж, Российская Федерация

E-mail: paramonov\_a\_a99@mail.ru

**Аннотация.** Осуществлена модификация математического аппарата почти периодического анализа на основе сдвиговых функций для решения задачи выявления характерных почти периодов с использованием векторных вычислений. Представлен процесс преобразования изображения из декартовой системы координат в полярную, что позволяет проводить структурный почти периодический анализ с использованием векторного представления вычислений параметров обобщённой сдвиговой функции: на первом этапе происходит определение 4 узлов прямоугольной сетки, для каждого узла полярной сетки; на втором – интерполяция значений яркости для полярной сетки узлов из прямоугольной. Таким образом, изображение из декартовых координат преобразовывается в полярные и подвергается в дальнейшем почти периодическому анализу. Механизм оценки набора почти периодов в эмпирических данных с упорядоченным аргументом, представленных нелинейными колебаниями с трендом, состоит в исследовании результатов согласования параметров сдвига по аргументу  $\Delta t$  и параметра  $\tau$  – почти периода в обобщённой сдвиговой функции. Внутренние слагаемые обобщённой сдвиговой функции являются результатом исключения тренда, в статье рассматривается случай исключения тренда на основе геометрической прогрессии. В результате для расчёта получаемых почти периодов по срезам изображений предлагается модифицированный метод вычислений результатов обобщённой сдвиговой функции на основе векторных вычислений. Такой метод расчёта позволяет на качественном уровне и с приемлемой скоростью обработки данных получать результаты анализа центральных структур на изображениях.

*Ключевые слова:* методы анализа данных; данные с упорядоченным аргументом; тренд; нелинейные колебания; почти период; анализ изображений; чрезвычайные ситуации; тайфуны; преобразование координат.

## Введение

В настоящее время в области прикладной математики исследуется применение почти периодических функций для обработки данных, которые представляются в виде дискретной функции с упорядоченным аргументом, в качестве которого может выступать, например, время или пространственная характеристика. Проведены исследования теоретических свойств почти периодических функций. В работах рассматривались вопросы, связанные с изучением почти периодических функций в различных метрических пространствах, а также исследована сходимость рядов Фурье почти периодических функций [1–4].

В работах [5–7] показаны возможности почти периодических функций для обработки результатов измерений в областях химии, физики и биологии. Общая концепция обработки эмпирических результатов измерений с упорядоченным аргументом представлена в работах [8, 9]. Однако в представленных исследованиях анализировались одномерные ряды с упорядоченным аргументом, где динамика процесса протекала только вдоль, например, временной оси.

Для изучения возможностей обработки и анализа пространственно-временных данных представлен обзор имеющихся моделей и методов, позволяющих работать с представленным форматом данных. По результатам исследований автор приходит к выводу о необходимости создания и применения новых моделей и методов для поиска взаимосвязей между многопараметрическими характеристиками, изменяющимися во времени и в пространстве [10].

В качестве данных с пространственно-временными характеристиками рассмотрены фото- и видеоряды динамики тропических циклонов, применение к которым почти периодического анализа дало качественные результаты задачи мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций в области техносферной безопасности [11–13].

В исследовании приведены особенности математического аппарата почти периодического анализа для обработки и анализа динамики тропических циклонов по спутниковым изображениям.

### Основная часть

В данной работе рассматривается математический аппарат почти периодического анализа для обработки и анализа изображений динамики тропических циклонов.

Обрабатываемые изображения представляют собой матрицу пикселей, которые принимают значения от 0 до 255. Размер исходного изображения составляет  $500 \times 500$  пикселей. Особенности применения почти периодического анализа к центрическим структурам на изображениях подробно описаны в работе [13].

Особенностью применения почти периодического анализа к таким данным является преобразование исходных данных путём преобразования изображения из декартовой системы координат в полярную систему координат согласно выражениям

$$\rho(x, y) = \sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2}, \quad \theta(x, y) = \arctan \frac{y_c - y}{x_c - x}, \quad (1)$$

где  $x_c, y_c$  – декартовы координаты центра преобразования;  $x, y$  – преобразуемые декартовы координаты пикселя;  $\rho, \theta$  – длина радиус-вектора и угла в полярных координатах.

Для применения такого численного преобразования стоит учесть ряд особенностей, связанных со структурой представления изображения. В качестве исходных данных имеем сетку узлов значений функции яркости, которые представляются пикселями изображения. Для перехода в полярные координаты возможно выбрать произвольную точку вне узлов и построить радиус-вектор к любой точке, что позволит определить и длину, и угол этого радиус-вектора. Но при наложении сети полярных координат на сетку функции яркости в узлах изображения получается неравномерная картинка – многие узлы прямоугольной сетки не попадут в узлы равномерных полярных координат (рис. 1).

Тогда для перехода в полярные координаты сначала необходимо создать сетку полярных координат, то есть определить радиус и количество угловой насечки, затем рассчитать значения функции яркости в новой позиции, для этого необходимо сделать несколько шагов.

Шаг 1. Определяются 4 узла прямоугольной сетки, которые «обрамляют» узел полярной сетки, иногда это может быть 2 узла, если радиус-вектор лёг ровно по горизонтали или вертикали, а иногда и 1 узел – когда идёт «чистое» совпадение. Пример возможного расположения узлов прямоугольной сетки относительно узла сетки полярных координат представлен на рис. 2.

Шаг 2. Проводится процесс интерполирования полученных значений. Значение яркости функции в каждом узле будем соотносить с буквой узла (см. рис. 2) – то есть яркость в пикселе А равна  $f_k$ . Координаты красной точки назовём  $x_k, y_k$ . Спроецируем положение красного узла на отрезки АВ и CD (рис. 3).

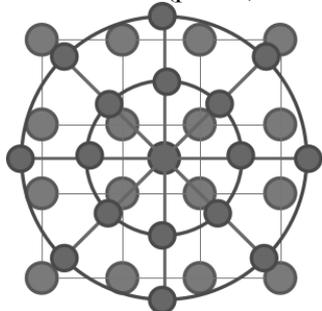


Рис. 1. Наложение сетки значений функции яркости в узлах изображения и сетки полярных координат

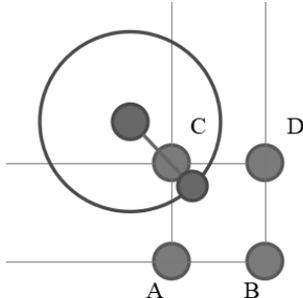


Рис. 2. Пример возможного расположения узлов прямоугольной сетки относительно узла сетки полярных координат

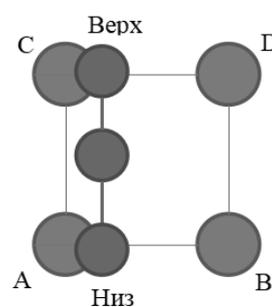


Рис. 3. Проекция положения узла полярных координат на декартовы

Проводим интерполяцию внутри каждого отрезка и определяем значение в верхнем и нижнем красных узлах:

$$f_{\text{верх}} = f_C + (f_D - f_C) \cdot \Delta x, \quad f_{\text{низ}} = f_A + (f_B - f_A) \cdot \Delta x. \quad (2)$$

Стоит отметить, что  $\Delta x = x_k - x_C = x_k - x_A$ , поскольку координаты точек  $A$  и  $C$  совпадают. Проводя интерполяцию между двумя этими значениями (2) уже по оси  $y$ , получаем выражение

$$f_k = f_{\text{низ}} + (f_{\text{верх}} - f_{\text{низ}}) \cdot \Delta y. \quad (3)$$

На основе описанных преобразований становится возможным перевести изображение из декартовых координат в полярные для дальнейшего применения к полученным данным почти периодического анализа.

После предобработки данные изображения анализируются по срезам вдоль полярных углов, такой вектор содержит значения пикселей по радиус-векторам при фиксированном угле. Каждый такой вектор поочередно обрабатывается обобщённой сдвиговой функцией, которая лежит в основе почти периодического анализа.

Особенности выявления почти периодов из дискретных данных на основе сдвиговых функций описаны в работах [8–9].

Сдвиговая функция, применяемая для обработки дискретного ряда данных, описывается выражением следующего вида:

$$a(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} |f(t + \tau) - f(t)|, \quad (4)$$

где  $N$  – общее число отсчётов функции  $f(t)$ ;  $t$  – упорядоченный аргумент дискретной функции  $f(t)$ ;  $\tau$  – проверяемые значения почти периодов.

Для выявления почти периодов необходимо учитывать форму анализируемых колебаний, для этого вводится понятие обобщённой сдвиговой функции. Пример обобщённой сдвиговой функции с учётом геометрического способа исключения тренда представлен формулой

$$a(\tau, \Delta t) = \frac{1}{N - \tau - 2\Delta t} \sum_{t=1}^{N-\tau-2\Delta t} \left| \ln \left( \frac{y_{t-\Delta t+\tau} \cdot y_{t+\Delta t+\tau}}{y_{t+\tau}^2} \right) - \ln \left( \frac{y_{t-\Delta t} \cdot y_{t+\Delta t}}{y_t^2} \right) \right|, \quad (5)$$

где  $\tau$  – значения почти периодов;  $\Delta t$  – значения сдвига по аргументу;  $N$  – количество отсчётов функции.

При обработке временных рядов небольших размерностей было достаточно использования численного итерационного алгоритма вычисления обобщённой сдвиговой функции, где каждое значение массива  $a(\tau, \Delta t)$  рассчитывалось в ходе отдельной итерации циклов. В контексте обработки больших данных, а также медиаданных встала необходимость усовершенствования алгоритмов по вычислению обобщённой сдвиговой функции.

Первой предложенной модификацией стал алгоритм исключения тренда из данных. Проведение операции по исключению тренда можно проводить, вычисляя сразу целый вектор колебаний для фиксированного значения сдвига  $\Delta t$ :

$$P_{\Delta t} = \ln \left( \frac{y_{t-\Delta t} \cdot y_{t+\Delta t}}{y_t^2} \right), \quad (6)$$

где  $P_{\Delta t}$  – вектор значений колебаний, полученный по результатам исключения тренда на основе теории пропорций, размерностью  $N-2\Delta t$ ;  $y_t$  – вектор значений  $y_t$ ;  $y_{t-\Delta t}$  – вектор значений  $y_{t-\Delta t}$ ;  $y_{t+\Delta t}$  – вектор значений  $y_{t+\Delta t}$ .

Тогда расчёт сдвиговой функции (4) для фиксированного значения  $\Delta t$  также можно представить в векторном виде:

$$a(\tau)_{\Delta t} = \frac{1}{N - \tau - 2\Delta t} |P_{\Delta t+\tau} - P_{\Delta t}|, \quad (7)$$

где  $a(\tau)_{\Delta t}$  – вектор сдвиговой функции для вектора колебаний со сдвигом по аргументу  $\Delta t$ ;  $P_{\Delta t+\tau}$  – вектор исключенного тренда при значении  $\Delta t$ , смещённый на  $\tau$ ;  $P_{\Delta t}$  – вектор исключенного тренда при значении  $\Delta t$ .

В (7) операция модуля является перегруженной, то есть результат модуля разности векторов  $P_{\Delta t+\tau}$  и  $P_{\Delta t}$  представляет собой вектор абсолютных величин.

В результате таких преобразований, получаем, что набор векторов вычисленных сдвиговых функций  $a(\tau)_{\Delta t}$  есть результат обобщённой сдвиговой функции (5).

### Заключение

Таким образом, проведенные математические преобразования с алгоритмами анализа пространственно-временных характеристик тропических циклонов позволили модифицировать вычисления, осуществляемые почти периодическим анализом данных с упорядоченным аргументом на основе сдвиговых функций, что позволило на качественном уровне и с приемлемой скоростью обработки данных получать результаты анализа центральных структур, присущих опасным природным явлениям, по спутниковым изображениям.

### Литература

1. Талбаков, Ф.М. О приближении равномерных почти-периодических функций некоторыми суммами и интегралами / Ф.М. Талбаков // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. – 2024. – № 2. – С. 23–32.
2. Талбаков, Ф.М. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций / Ф.М. Талбаков // Endless Light in Science. – 2022. – № 3-3. – С. 93–98.
3. Талбаков, Ф.М. Об абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций в равномерной метрике / Ф.М. Талбаков // Известия высших учебных заведений. Математика. – 2023. – № 4. – С. 65–75.
4. Баскаков, А.Г. Гармонический анализ периодических и почти периодических на бесконечности функций из однородных пространств и гармоничных распределений / А.Г. Баскаков, В.Е. Струков, И.И. Струкова // Математический сборник. – 2019. – Т. 210, № 10. – С. 37–90.
5. Моделирование критических периодов развития вьюна *Misgurnus fossilis* по кинетике изменения окислительно-восстановительного потенциала среды инкубации на основе пропорции Кирквуда / В.И. Кузьмин, А.Ф. Гадзаов, А.Б. Бурлаков и др. // Технологии живых систем. – 2018. – Т. 15, № 2. – С. 30–39.
6. Кузьмин, В.И. Ритмы разбавления водных растворов / В.И. Кузьмин, А.Ф. Гадзаов, Д.Л. Тытик // Физика водных растворов: Сборник трудов третьей всероссийской конференции, Москва, 14–15 декабря 2020 года. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «МЕСОЛ», 2020. – С. 30.
7. Кузьмин, В.И. Методы разделения быстрых и медленных движений атомов как основа анализа динамической структуры наночастиц / В.И. Кузьмин, А.Ф. Гадзаов, Д.Л. Тытик и др. // Российские нанотехнологии. – 2010. – Т. 5, № 11-12. – С. 92–97.
8. Кузьмин, В.И. Методы определения почти-периодов в эмпирических данных / В.И. Кузьмин, А.Ф. Гадзаов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т. 14, № 4. – С. 24–28.
9. Кузьмин, В.И. Почти-периодические функции в методах обработки результатов измерений / В.И. Кузьмин, А.Ф. Гадзаов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2015. – Т. 20, № 2. – С. 56–61.
10. Крынецкий, Б.А. Анализ моделей периодических структур пространственно-временных процессов / Б.А. Крынецкий // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 04–06 декабря 2023 года. – Воронеж: Общество с ограниченной ответственностью «Вэлборн», Издательство «Научно-исследовательские публикации», 2024. – С. 497–501.
11. Парамонов, А.А. О возможностях применения метода почти-периодического анализа для обработки изображений / А.А. Парамонов, А.В. Калач // Моделирование систем и процессов. – 2024 – Т. 17, № 3. – С. 44–52.
12. Парамонов, А.А. Выявление почти-периодических характеристик спутниковых изображений тайфунов в аспекте решения задач техносферной безопасности / А.А. Парамонов // Техносферная безопасность. – 2024. – Т. 44, № 3. – С. 71–76.
13. Парамонов, А.А. Моделирование чрезвычайных ситуаций с применением почти-периодического анализа изображений структуры тайфунов / А.А. Парамонов, А.В. Калач // Вест-

### Сведения об авторах

Парамонов Александр Александрович – аспирант, старший преподаватель кафедры прикладной математики, Институт информационных технологий РТУ МИРЭА, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: paramonov\_a\_a99@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8504-2108>.

Калач Андрей Владимирович – доктор химических наук, профессор, начальник кафедры безопасности информации и защиты сведений, составляющих государственную тайну, Воронежский институт ФСИН России, г. Воронеж, Российская Федерация; Институт информационных технологий РТУ МИРЭА, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: a\_kalach@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8926-3151>.

## MODIFICATION OF THE MATHEMATICAL APPARATUS OF ALMOST PERIODIC ANALYSIS FOR PROCESSING SPATIO-TEMPORAL DATA WITH AN ORDERED ARGUMENT

**A.A. Paramonov<sup>1</sup>, A.V. Kalach<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup> *Institute of Information Technologies RTU MIREA, Moscow, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Voronezh Institute of the Federal Penitentiary Service of Russia, Voronezh, Russian Federation*

*E-mail: paramonov\_a\_a99@mail.ru*

**Abstract.** This paper discusses the mathematical apparatus of almost periodic analysis based on shift functions to solve the problem of identifying characteristic almost periods using vector computation.

A process for converting an image from a Cartesian coordinate system to a polar coordinate system is presented, which allows structural almost periodic analysis using vector representation of the computation of the generalized shift function underlying almost periodic analysis. The process consists of two steps: the first step involves the determination of four rectangular grid nodes, for each polar grid node; and the second step interpolates the brightness values for the polar grid nodes from the rectangular grid. Thus, the image in Cartesian coordinates is converted to polar coordinates for further analysis.

The mechanism for estimating a set of nearly periods in empirical data with ordered argument, represented by nonlinear oscillations with trend, is to investigate the results of matching the shift parameters on the argument  $\Delta t$  and the parameter  $\tau$  - the nearly period in the generalized shift function. The inner summands of the generalized shift function are the result of trend exclusion. The paper considers the case of trend exclusion based on geometric progression.

As a result, a modified method of calculating the results of the generalized shift function based on vector calculations is proposed in order to calculate the resulting near-periods from image slices. Such calculation method allows obtaining the results of almost periodic analysis of centric structures in images at a qualitative level and with an acceptable speed of data processing.

**Keywords:** *Data analysis methods; data with ordered argument; trend; nonlinear fluctuations; almost period; image analysis; emergencies; typhoons; coordinate transformation.*

### References

1. Talbakov F.M. About Approximation of Uniform Almost-Periodic Functions by some Sums and Integrals. *Bulletin of the Tajik National University. Series of Natural Sciences*, 2024, no 2, pp. 23–32.
2. Talbakov F.M. About Absolute Convergence of Fourier Series of Almost-Periodic Functions. *Endless Light in Science*, 2022, no 3-3, pp. 93–98. DOI: 10.24412/2709-1201-2022-2022-93-98.

3. Talbakov F.M. On Absolute Convergence of Fourier Double Series of Almost-Periodic Functions in Uniform Metric. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Matematika*, 2023, no 4, pp. 65–75. DOI: 10.26907/0021-3446-2023-4-65-75.

4. Baskakov A.G., Strukov V.E., Strukova I.I. Harmonic Analysis of Periodic and Almost Periodic at Infinity Functions from Homogeneous Spaces and Harmonic Distributions. *Mathematical Collection*, 2019, Vol. 210, no 10, pp. 37–90. DOI: 10.4213/sm9147.

5. Kuzmin V.I., Gadzaov A.F., Burlakov A.B., Tytik D.L., Kasatkin V.E., Busev S.A. Modeling of Critical Periods of Development of Loach *Misgurnus Fossilis* on Kinetics of Changes in Redox Potential Medium Incubation Based on the Proportions of Kirkwood. *Technologies of Living Systems*, 2018, Vol. 15, no. 2, pp. 30–39.

6. Kuzmin V.I., Gadzaov A.F., Tytik D.L. Rhythms of Dilution of Aqueous Solutions. *Fizika vodnykh rastvorov (Physics of aqueous solutions): Proc. Third All-Russian Conference, Moscow, December 14–15, 2020*, Moscow: Limited Liability Company “MESOL”, 2020, pp. 30. (in Russ.).

7. Kuzmin V.I., Gadzaov A.F., Tytik D.L., Belashchenko D.K., Sirenko A.N. Methods of Separation of Fast Particles. N. Methods of Separation of Fast and Slow Atomic Motions as a Basis for Analyzing the Dynamic Structure of Nanoparticles. *Russian Nanotechnologies*, 2010, Vol. 5, no. 11–12, pp. 92–97.

8. Kuzmin V.I., Gadzaov A.F. Methods of Determination of Almost-Periods in Empirical Data. *Electromagnetic waves and electronic systems*, 2009, Vol. 14, no 4, pp. 24–28.

9. Kuzmin V.I., Gadzaov A.F. Almost-Periodic Functions in the Methods of Measurement Results Processing. *Electromagnetic waves and electronic systems*, 2015, Vol. 20, no 2, pp. 56–61.

10. Krynetsky B.A. Analysis of Models of Periodic Structures of Spatial and Temporal Processes. *Aktual'nye problemy prikladnoi matematiki, informatiki i mekhaniki (Actual Problems of Applied Mathematics, Computer Science and Mechanics): Proc. Int. Sci. Conference, Voronezh, December 4–6, 2023*. Voronezh: Limited Liability Company “Welborn”, Publishing House “Research Publications”, 2024, pp. 497–501. (in Russ.).

11. Paramonov A.A., Kalach A.V. On the Possibilities of Application of the Almost-Periodic Analysis Method for Image Processing. *Modeling of Systems and Processes*, 2024, Vol. 17, no 3, pp. 44–52. DOI: 10.12737/2219-0767-2024-42-50.

12. Paramonov A.A. Detection of Almost-Periodic Characteristics of Satellite Images of Typhoons in the Aspect of Solving Problems of Technosphere Safety. *Technosphere Safety*, 2024, Vol. 44, no. 3, pp. 71–76.

13. Paramonov A.A., Kalach A.V. Modeling of Emergency Situations with the Use of Almost-Periodic Analysis of Images of the Typhoon Structure. *Bulletin of the South Ural State University. Series “Mathematics. Mechanics. Physics”*, 2024, Vol. 16, no 4, pp. 67–74. DOI: 10.14529/mmph240408.

*Received February 20, 2025*

### Information about the authors

Paramonov Aleksandr Aleksandrovich is Post-graduate Student, Senior Lecturer, Department of Applied Mathematics, Institute of Information Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, e-mail: paramonov\_a\_a99@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8504-2108>.

Kalach Andrey Vladimirovich is Dr. Sc. (Chemical), Professor, Head of the Department of Information Security and Protection of State Secret Information, Voronezh Institute of the Federal Penitentiary Service of Russia, Voronezh, Russian Federation; Institute of Information Technologies, RTU MIREA, Moscow, Russian Federation, e-mail: a\_kalach@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8926-3151>.