ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ КОНСТАНТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО МЕХАНИЧЕСКОМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ

Ю.М. Ковалев¹, М.А. Лебедев², В.П. Маташ², Е.В. Помыкалов¹, А.П. Яловец¹ ¹ Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация ² ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академ. Е.И. Забабахина», г. Снежинск, Российская Федерация *E-mail: pomykalovev@susu.ru*

> Аннотация. Статья посвящена проблеме разработки математической модели для численного анализа возможных аварийных ситуаций при обращении с энергетическими материалами (ЭМ), связанными с их высокой чувствительностью к механическим и тепловым нагрузкам. При построении математической модели и проведении расчетов использовались динамические и термодинамические характеристики материала, полученные из эксперимента по механическому воздействию металлического ударника на ЭМ, что позволило применять для описания процесса деформирования ЭМ модель упруго-пластической гомогенной среды. В статье представлена постановка задачи, соответствующая экспериментам по воздействию ударника на ЭМ, и описана система дифференциальных уравнений механики сплошных сред (МСС) в переменных Лагранжа. Для моделирования пластических течений использовалась модель Прандтля-Рейса, а также уравнения состояния материала и граничные условия, учитывающие механическое и тепловое взаимодействие ударника с ЭМ. На основе экспериментальных данных по ударному воздействию металлического ударника на октогеносодержащий ЭМ проведено численное моделирование упругопластического течения ЭМ, позволившее определить упругие константы данного материала. Результаты расчетов по динамике проникновения ударника в ЭМ показали хорошее совпадение с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность предложенной в работе математической молели.

> Ключевые слова: ударное воздействие; энергетический материал; модель Прандтля–Рейса; пуансон; упругие константы.

Введение

Одна из ключевых проблем использования энергетических материалов (ЭМ) – это обеспечение безопасности при их хранении и эксплуатации с целью исключения аварийных ситуаций [1– 3] в случае воздействия на них механических и тепловых нагрузок.

Проблемы обеспечения безопасности применения ЭМ усугубляются тем, что основным направлением в развитии ЭМ в настоящее время стало повышение мощности зарядов, которая достигается за счет увеличения энергоемкости и плотности материала. Однако чем мощнее ЭМ, тем более опасными они оказываются в производстве и применении. С ростом мощности возрастает их чувствительность к механическим и тепловым воздействиям, что особенно критично в условиях механических нагрузок.

В настоящее время существуют различные методы оценки чувствительности ЭМ [4–7] на основе расчетно-теоретических исследований поведения ЭМ при механических воздействиях, но они не являются универсальными. Это связано с тем, что различные способы механических и тепловых нагрузок ЭМ могут вызвать различные механизмы инициирования взрывчатых превращений. Одним из таких механизмов может являться формирование разогретого тонкого слоя ЭМ в зоне сдвига, который образуется на границе контакта ЭМ с инертным материалом. Следовательно, разработка математической модели деформирования термопластичных материалов становится еще более актуальной, так как она позволит более точно прогнозировать поведение ЭМ в экстремальных условиях и снизить риски аварий.

Следует отметить, что рассматриваемые энергетические материалы являются многофазными (гетерогенными), что значительно усложняет математическое моделирование реальных гетеро-

генных смесей по сравнению с однофазными средами по, как минимум, двум причинам. Вопервых, осложняется описание процессов в отдельных фазах, имеющих место и в однофазных средах. Во-вторых, в многофазных средах проявляются эффекты структуры фазы, эффекты межфазного взаимодействия, и в результате – число возможных процессов, которые должны быть отражены в уравнениях, многократно расширяется.

В эксперименте невозможно разделить измерения параметров отдельных фаз. Поэтому целесообразно при построении математических моделей и проведении расчетов использовать некоторые динамические и термодинамические характеристики материала, полученные из эксперимента, что позволит применять для описания процесса деформирования ВВ модель гомогенной среды.

Целью данной работы является разработка математической модели в приближении гомогенной среды, которая позволит описать упруго-пластические течения и определить упругие константы ЭМ по результатам экспериментов.

Математическая модель воздействия ударника на энергетический материал

Сформулируем задачу, соответствующую экспериментам по воздействию ударника на ЭМ. Стальной цилиндрический ударник, правый торец которого представляет собой полусферу радиуса R_H , движется со скоростью $\vec{V}(V_r = 0, V_z = V)$ и сталкивается с энергетическим материалом, заключенным в цилиндрическую капсулу (рис. 1). Масса ударника равна M. Воздействие ударника на материал приводит к его деформированию (деформацией ударника пренебрегаем) и, следовательно, к изменению термодинамического состояния. При этом кинетическая энергия ударника расходуется на деформацию материала и работу силы трения, поэтому с течением времени скорость ударника уменьшается вплоть до остановки, а запасенная упругая энергия в материале вызывает обратное движение ударника. В эксперименте ударник и образец были располо-

жены вертикально, но вклад потенциальной энергии в полную энергию ударника намного меньше, чем вклад кинетической энергии, что позволяет перевести постановку задачи в горизонтальное положение. Таким образом учитывается только значимая составляющая энергии, а именно кинетическая энергия ударника.



Рис. 1. Схема эксперимента по воздействию ударника на материал

Система дифференциальных уравнений механики сплошных сред (МСС), описывающая упруго-пластические течения конденсированных сред в переменных Лагранжа в цилиндрической системе координат, имеет вид:

$$\dot{\rho} = -\rho \frac{\dot{V}}{V}; \quad \dot{V} = V \left(\upsilon_{rr} + \upsilon_{\varphi\varphi} + \upsilon_{zz} \right);$$

$$\rho \dot{\upsilon}_{r} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r}; \quad \rho \dot{\upsilon}_{z} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial S_{zr}}{\partial r} + \frac{S_{zr}}{r};$$

$$\rho \dot{U} = -P \frac{\dot{V}}{V} + \left(S_{rr} \upsilon_{rr} + S_{\varphi\varphi} \upsilon_{\varphi\varphi} + S_{zz} \upsilon_{zz} + 2S_{rz} \upsilon_{rz} \right) - \left(\nabla \vec{q} \right); \quad (1)$$

$$\vec{q} = -\aleph \nabla T; \quad \dot{S}_{rr}^{0} = 2\mu \left(\upsilon_{rr} - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \right);$$

$$\dot{S}_{zz}^{0} = 2\mu \left(\upsilon_{zz} - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \right); \quad \dot{S}_{\varphi\varphi}^{0} = -\dot{S}_{rr}^{0} - \dot{S}_{zz}^{0}; \quad \dot{S}_{rz}^{0} = 2\mu \upsilon_{rz}.$$

Здесь ρ, υ_i – массовые плотность и скорость, υ_{ik} – тензор скоростей деформаций, V – объём, σ_{ik} – тензор напряжений, P, S_{ik} – шаровая часть и девиатор тензора напряжений, U – удельная внутренняя энергия, T – температура, $\vec{q} = -\aleph \nabla T$ – тепловой поток, описываемый законом Фурье, \aleph – коэффициент теплопроводности.

Механика

Для описания пластических течений применялась модель Прандтля–Рейса [8, 9], в которой явно фигурирует тензор скоростей пластических деформаций:

$$\dot{S}_{ik} = 2\mu \left(\hat{\upsilon}_{ik} - \dot{u}_{ik}^p \right), \tag{2}$$

где $\hat{\upsilon}_{ik} = \upsilon_{ik} - \upsilon_{ll}\delta_{ik}/3$, \dot{u}_{ik}^p – тензор скоростей пластических деформации, который связан с напряжениями уравнениями Мизеса $\dot{u}_{ik}^p = S_{ik}/\lambda$, λ – модуль пластичности, μ – модуль сдвига. Выражение (2) отражает тот факт, что за упругие напряжения отвечают только упругие деформации.

Модуль пластичности находится из выражения

$$1/\lambda = \frac{3}{2} \frac{S_{ik} \hat{\upsilon}_{ik}}{Y_0^2}$$

Из уравнений Мизеса и (2) следует уравнение для тензора девиатора напряжений:

$$S_{ik} + S_{ik} / \tau^p = 2\mu \hat{\nu}_{ik}, \tag{3}$$

где $\tau^{p} = \lambda/2\mu$ – время релаксации упругих напряжений за счет пластических течений (максвелловское время релаксации).

Данная система дополняется уравнениями состояния материала [10, 11] и граничными условиями, которые учитывают взаимодействие ударника с материалом. Для решения системы уравнений (1) применялся метод решения системы уравнений механики сплошной среды, описанный в [12].

Режим взаимодействия ударника с материалом задается следующим образом. Положим, что ударник меняет только направление скорости движения материала без изменения его модуля, что соответствует абсолютно упругому взаимодействию.

Пусть найденная из уравнений МСС (1) скорость материала вблизи поверхности ударника равна $\vec{v}(v_r, v_z)$. При контакте с ударником направление вектора скорости изменяется $\vec{v}'(v'_r, v'_z)$, но v' = v. Новое направление вектора скорости \vec{v}' находится из условия непроницаемости на поверхности ударника:

$$u_n' = \left(\vec{u}'\vec{n}\right) = 0, \tag{4}$$

где $\vec{u}' = \vec{v}' - \vec{V}$ – вектор относительной скорости, $\vec{n}(n_r = \sin \alpha, n_z = \cos \alpha)$ – нормаль к поверхности ударника.

Таким образом, сохранение модуля скорости вещества при взаимодействии с ударником и условие непроницаемости (4) позволяют записать систему уравнений:

$$\nu_r' \sin \alpha + \nu_z' \cos \alpha = V \cos \alpha;$$

$$\nu_r'^2 + \nu_z'^2 = \nu^2.$$
(3)

Решение системы (5) позволяет вычислить $\vec{v}'(v'_r, v'_z)$, а также тангенциальную компоненту скорости $u'_{\tau} = (\vec{u}'\vec{\tau})$:

$$\upsilon_r' = V_n \sin \alpha + \cos \alpha \sqrt{\upsilon^2 - V_n^2}; \ \upsilon_z' = V_n \cos \alpha - \sin \alpha \sqrt{\upsilon^2 - V_n^2}; \ u_\tau' = \sqrt{\upsilon^2 - V_n^2} + V \sin \alpha, \tag{6}$$

где $V_n = V \cos \alpha$, $\vec{\tau} (\tau_r = \cos \alpha, \tau_z = -\sin \alpha)$ – тангенциальный орт.

В случае, когда скорость материала мала, то есть $\upsilon < V_n$, он увлекается ударником. В этом случае полагается $\upsilon = V_n$.

Выражения (6) представляют собой граничные условия на поверхности ударника.

За время Δt движущаяся с относительной скоростью u'_{τ} точка поверхности материала пройдет по поверхности ударника путь $\Delta l = u_{\tau} \Delta t$ и окажется в точке, радиус-вектор которой будет иметь с осью 0z угол $\alpha + \Delta \alpha$, где $\Delta \alpha = \Delta l / R_H$.

Таким образом, в момент времени $t + \Delta t$ новые координаты рассматриваемой точки поверхности материала будут равны $r = R_H \sin(\alpha + \Delta \alpha); z = R_H \cos(\alpha + \Delta \alpha)$, а направление относительной скорости будет определяться новым тангенциальным вектором $\vec{\tau}(\tau_r = \cos(\alpha + \Delta \alpha), \tau_z = -\sin(\alpha + \Delta \alpha))$. Компоненты скорости материала на поверхности ударни-ка определяются по формулам (6) с углом $\alpha + \Delta \alpha$.

При скольжении образца по поверхности подложки в результате работы силы трения их контактная граница разогревается.

По абсолютной величине сила трения, действующая на единицу контактной поверхности, имеет вид

$$F_f = k_f \Sigma_n, \ \Sigma_n = \Sigma_i n_i = \sigma_{ik} n_{ik} n_k \,, \tag{7}$$

где k_f – коэффициент сухого трения, где $\Sigma_n > 0$ – сила реакции подложки на единицу площади. Сила трения направлена вдоль контактной поверхности против тангенциальной составляющей вектора скорости образца v_r .

Работа силы трения приводит к нагреванию трущихся поверхностей. Тепловой поток, возникающий за счет работы силы сухого трения, имеет вид

$$q_f = \left(F_f \upsilon_\tau\right) = \begin{cases} k_f \Sigma_n \upsilon_\tau, \Sigma_n > 0; \\ 0, \Sigma_n \le 0. \end{cases}$$
(8)

Генерируемое на контактной границе тепло распространяется в объемы подложки и образца. Поскольку в общем случае материалы подложки и образца разные, то будут различными и тепловые потоки.

Пусть материал подложки имеет массовую плотность ρ_1 , удельную теплоемкость C_1 , коэффициент теплопроводности \aleph_1 , а материал образца – соответственно ρ_2 , C_2 , \aleph_2 . Соответственно потоки тепла в подложку и образец обозначим через q_1 и q_2 , причем $q_f = q_1 + q_2$. Будем искать потоки q_1 и q_2 .

Воспользуемся выражением для температуры поверхности тела под воздействием заданного теплового потока [13]:

$$T_{1}(t) = \frac{\chi_{1}}{\aleph_{1}\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \frac{q_{1}(t')}{\sqrt{\chi_{1}(t-t')}} dt' + T_{0}; \quad T_{2}(t) = \frac{\chi_{2}}{\aleph_{2}\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \frac{q_{2}(t')}{\sqrt{\chi_{2}(t-t')}} dt' + T_{0}, \tag{9}$$

где T_0 – начальная температура среды, \aleph_1, χ_1 и \aleph_2, χ_2 – коэффициенты теплопроводности и температуропроводности сред. Представим $q_2 = \beta q_f$, $q_1 = (1 - \beta)q_f$, где β – доля распространяющегося в образец теплового потока. Из условия равенства температур на контактной поверхности $T_1(t) = T_2(t)$ из выражений (9) следует

$$\beta = \left(1 + \sqrt{\frac{\rho_1 C_1 \aleph_1}{\rho_2 C_2 \aleph_2}}\right)^{-1}.$$
(10)

В литературе формула (10) известна как формула Шарона. Она справедлива при описании нагрева поверхностей при сплошном фрикционном контакте [14].

Температуру контактной поверхности трущихся материалов с найденной величиной β (10) можно найти из любого выражения из (9).

Движение ударника в данном случае является одномерным и определяется упругой силой, действующей на погруженную в материал поверхность ударника $F_z = 2\pi \int_0^{r_c} \Sigma_z(r) r dr$, $\Sigma_z = \sigma_{zz} n_z + \sigma_{zr} n_r$ – поверхностная сила, σ_{ik} – компоненты тензора напряжений, $\vec{n}(n_r = \sin(\alpha), n_z = \cos(\alpha))$ – нормаль к поверхности ударника, r_c – координата границы контакта материала с ударником, а также силой трения. Поскольку вектор силы трения направлен по касательной к поверхности ударника, то наиболее просто учесть влияние силы трения на движение ударника можно путем вычитания из кинетической энергии ударника работы силы трения. Таким образом, уравнение движения ударника с учетом упругой силы имеет вид:

$$M\dot{V} = F_z(t). \tag{11}$$

Полагая, что на некотором малом временном интервале движение ударника происходит с постоянным ускорением, нетрудно из (11) записать выражения для скорости ударника в момент $t + \Delta t$:

$$V(t+\Delta t) = V(t) + \frac{F_z}{M} \Delta t.$$

Работа силы трения (8), совершаемая за время Δt на всей контактной поверхности ударника, приводит к убыли кинетической энергии ударника. Исходя из сказанного, можно записать выражение для скорости ударника с учетом работы силы трения в виде:

$$V(t + \Delta t) = \sqrt{\left(V(t) + \frac{F_r}{M}\Delta t\right)^2 - \frac{4\pi}{M}\Delta t \int_0^{r_c} q_f r dr}.$$
(12)

Пространственное положение ударника полностью описывается координатой центра сферической поверхности *z_c*. Изменение этой координаты находится из выражения

$$z_c(t + \Delta t) = z_c(t) + 0.5(V(t + \Delta t) + V(t))\Delta t.$$

Таким образом, кинетическая энергия ударника идет на изменение внутренней энергии материала и работу силы трения, что приводит в конечном итоге к остановке ударника. С этого момента запасенная упругая энергия в материале приводит к его разгрузке и часть этой энергии идет на движение ударника в обратном направлении. В этом сила трения будет увлекать ударник, то есть в выражении (12) последний член под корнем будет со знаком плюс.

Определение упругих констант энергетического материала

Большинство изделий, содержащих бризантные ЭМ, имеют различную структуру, и подобрать упругие константы, которые адекватно описывают поведение образца при механических нагрузках, проблематично. В данной работе для определения констант используются данные о распределении глубин отпечатка ударника на поверхности энергетического материала, полученные в ходе эксперимента [15] совместно с численным моделированием. Постановка эксперимента представлена ранее на рис.1. Экспериментальные данные содержат информацию о глубине внедрения ударника (пуансона), скорости ударника и реакции образца ЭМ. В таблице представлены данные серии экспериментов по ударному воздействию на октогенсодержащий ЭМ.

№ опыта	Максимальная глубина про-	Скорость проникновения	Результат
	никновения пуансона в обра-	пуансона в образец, м/с	
	зец, мм		
1	3,3	13,26	взрыв отсутствует
2	4,83	27,5	взрыв
3	5,31	29,7	взрыв
4	5,40	26,9	взрыв
5	3,08	11,18	взрыв отсутствует

Данные серии экспериментов по ударному воздействию на октогенсодержащий ЭМ

На рис. 2 представлены динамики погружения пуансона в ЭМ для экспериментов № 1 и 5, эксперименты были выбраны таким образом, что в них отсутствует взрыв, что позволяет определить упругие константы ЭМ.

Как видно из рис. 2 эксперимента № 5 на момент времени ~0,45 мс происходит повторное погружение пуансона. Данный эффект связан с тем, что ударник сообщает повторный импульс пуансону и происходит повторное погружение в ЭМ. Так как для эксперимента № 1 отличительной особенностью является отсутствие взрыва и повторных ударов, таким образом, на основании данного эксперимента проводилось определение упругих констант образца ЭМ с помощью численного моделирования.



Рис. 2. Динамика погружения пуансона, полученная в ходе экспериментов



На рис. З представлены графики зависимости глубины погружения от времени нагружения для скорости пуансона из эксперимента № 1. Моментом окончания расчета является время отрыва пуансона от образца ЭМ. Момент времени был выбран так, что отразившийся от поверхности ЭМ ударник обеспечил релаксацию упругих напряжений в ЭМ. В этом случае геометрия отпечатка оставалась в дальнейшем неизменной. В литературе коэффициент трения ЭМ варьируется от 0,2 до 0,4 [16]. Поэтому расчеты проводились при осредненном значении коэффициента трения $k_f = 0,3$.

Анализ полученных профилей и экспериментальных данных показал, что «кратер», полученный в ходе численного моделирования с упругими константами Y = 0,0845 ГПа и $\mu = 18$ ГПа, наиболее близок к геометрии поверхности ЭМ после взаимодействия с ударником. Также угол наклона прямой соответствующей остаточной скорости совпадает с экспериментом.

Таким образом, результаты расчетов глубины внедрения пуансона при скорости ударника 13,26 м/с не противоречит данным, полученным в эксперименте, что подтверждает адекватность найденных упругих констант образца ЭМ.

Выводы

По результатам, представленным в работе, можно сделать следующие выводы:

1. Предложенная математическая модель, основанная на системе уравнений механики сплошных сред и включающая модель Прандтля–Рейса для описания пластических деформаций, продемонстрировала высокую точность в описании экспериментальных данных.

2. На основе анализа экспериментальных данных по динамике погружения пуансона в октогенсодержащий ЭМ были определены упругие константы материала: модуль Юнга Y = 0,0845 ГПа и модуль сдвига $\mu = 18$ ГПа. Эти значения хорошо согласуются с экспериментальными результатами, что подтверждает адекватность предложенной модели.

3. Предложенная в работе математическая модель может быть использована для анализа других типов ЭМ и оптимизации их состава с целью снижения чувствительности к внешним воздействиям.

Литература

1. Кондриков, Б.Н. Технологическая безопасность на стыке веков / Б.Н. Кондриков. – Москва: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2006. – 112 с.

2. Doherty, R. Insensitive Munition – Coming of Age / R. Doherty, D. Watt // 35th International Annual Conference of ICT on June 29 – July 2, 2004 in Karlsruhe, Germany. – 2004. – P. 1–12.

3. Жилин, В.Ф. Малочувствительные взрывчатые вещества / В.Ф. Жилин, В.Л. Збарский, Н.В. Юдин. – Москва: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2008. – 160 с.

4. Chidester, S.K. A Frictional Work Predictive Method for the Initiation of Solid High Explosives from Low-Pressure Impacts / S.K. Chidester, L.G. Green, C.G. Lee // Lawrence Livermore National Lab., CA (United States). – 1993. – 13 p.

5. Taylor, G. The Use of Flat-Ended Projectiles for Determining Dynamic Yield Stress I. Theoretical considerations / G. Taylor // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1948. – Vol. 194, no. 1038. – P. 289–299.

6. The Use of Impact Techniques to Characterize the High Rate Mechanical Properties of Plastic Bonded Explosives / F.R. Christopher, J.C. Foster, L.L. Wilson, H.L. Gilland // Proc. 11th International Detonation Symposium. – 1998. – P. 286.

7. Dobratz, B.M. LLNL Explosives Handbook / B.M. Dobratz, P.C. Crawford. – Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1985. – (Report UCRL-52997 Change 2).

8. Рейс, А. Учет упругой деформации в теории пластичности / А. Рейс // Теория пластичности. – Москва : Изд-во иностр. лит., 1948. – 260 с.

9. Klinacheva, N. L. Modelling of Shock Wave Experiments on Two-Fold Compression of Polymethyl Methacrylate / N. L. Klinacheva, E. S. Shestakovskaya, A. P. Yalovets // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2022. – Vol. 9, no. 2. – P. 26–38.

10. Ковалев, Ю.М. Уравнения состояния для описания изотермического сжатия некоторых молекулярных кристаллов нитросоединений // Инженерно-физический журнал. – 2020. – Т. 93, № 1. – С. 229–239.

11. Ковалев, Ю.М. Уравнения состояния для расчета давлений ударно-волнового сжатия пентаэритриттетранитрата (ТЭНа) / Ю.М. Ковалев, Е.В. Помыкалов // Инженерно-физический журнал. – 2023. – Т. 96, № 4. – С. 1053–1061.

12. Яловец, А.П. Расчет течений среды при воздействии интенсивных потоков заряженных частиц // ПМТФ. – 1997. – № 1. – С. 151–166.

13. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т.VI. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 216 с.

14. Амосов, А.П. Теория воспламенения взрывчатых вещесгв при механических воздействиях / А. П. Амосов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 1996. – № 4. – С. 208-235.

15. Помыкалов, Е.В. Определение упругих констант энергетического материала на основании экспериментальных данных / Е.В. Помыкалов, Ю.М. Ковалев, А.П. Яловец // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2024 по направлению «Инновационные ядерные технологии»: Сборник научных трудов всероссийской научно-практической конференции, Снежинск, 31 января 2024 года. – Москва: Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 2025. – С. 110–113

16. Green, L. Mechanical and frictional behavior of skid test hemispherical billets / L. Green, A. Weston, J. Van Velkinburg // Lawrence Livermore Laboratory, California University, Livermore, 1971, Report No. UCRL51085.

Поступила в редакцию 2 апреля 2025 г.

Сведения об авторах

Ковалев Юрий Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра вычислительной механики, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: yum_kov@mail.ru.

Лебедев Максим Александрович – научный сотрудник, заведующий отделом, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забабахина, г. Снежинск, Российская Федерация.

Маташ Владимир Петрович – кандидат технических наук, заведующий отделом, Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической

Ковалев Ю.М., Лебедев М.А., Маташ В.П., Помыкалов Е.В., Яловец А.П. Определение упругих констант энергетических материалов на основе экспериментальных данных...

физики имени академика Е.И. Забабахина, г. Снежинск, Российская Федерация, e-mail: s.m.ulyanov@vniitf.ru.

Помыкалов Евгений Валерьевич – аспирант, кафедра вычислительной механики, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: pomykalovev@susu.ru.

Яловец Александр Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра вычислительной механики, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация.

> Bulletin of the South Ural State University Series "Mathematics. Mechanics. Physics" 2025, vol. 17, no. 2, pp. 60–68

> > DOI: 10.14529/mmph250207

DETERMINATION OF ELASTIC CONSTANTS OF ENERGETIC MATERIALS BASED ON EXPERIMENTAL DATA ON MECHANICAL IMPACT

Yu.M. Kovalev¹, M.A. Lebedev², V.P. Matash², E.V. Pomykalov¹, A.P. Yalovets¹

¹ South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

² Federal State Unitary Enterprise "Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All-Russia Research Institute of Technical Physics", Snezhinsk, Russian Federation E-mail: pomykalovev@susu.ru

Abstract. The article addresses the problem of developing a mathematical model for the numerical analysis of potential emergency situations involving energetic materials (EMs), which are highly sensitive to mechanical and thermal loads. The mathematical model and calculations are based on dynamic and thermodynamic material properties obtained from experiments involving mechanical impact by a metallic striker on an EM. This allows the use of an elastic-plastic homogeneous medium model to describe the deformation process of the EM. The article presents the problem formulation corresponding to experiments on striker impact on the EM and describes the system of continuum mechanics differential equations in Lagrangian variables. The Prandtl–Reuss model is used to simulate plastic flow, along with material state equations and boundary conditions accounting for the mechanical and thermal interaction between the striker and the EM. Based on experimental data from the impact of a metallic striker on an octogen-containing EM, numerical modeling of the elastic-plastic flow of the EM is performed, enabling the determination of the material's elastic constants. The calculated results on the dynamics of striker penetration into the EM have shown good agreement with experimental data, confirming the adequacy of the proposed mathematical model.

Keywords: Impact loading; energetic material; Prandtl-Reuss model; striker; elastic constants.

References

1. Kondrikov, B.N. *Tekhnologicheskaya bezopasnost' na styke vekov* (Technological Security at the Turn of the Century). Moscow, RKhTU im. D.I. Mendeleeva Publ., 2006, 112 p.

2. Doherty R., Watt D. Insensitive Munition – Coming of Age. Proc. 35th International Annual Conference of ICT on June 29 - July 2, 2004 in Karlsruhe, Germany, 2004, pp. 1–12.

3. Zhilin V.F., Zbarskiy V.L., Yudin N.V. *Malochuvstvitel'nye vzryvchatye veshchestva* (Low-sensitivity explosives). Moscow, RKhTU im. D.I. Mendeleeva Publ., 2008, 160 p.

4. Chidester S.K., Green L.G., Lee C.G. A Frictional Work Predictive Method for the Initiation of Solid High Explosives from Low-Pressure Impacts. Lawrence Livermore National Lab., CA (United States), 1993, 13 p.

5. Taylor, G. The Use of Flat-Ended Projectiles for Determining Dynamic Yield Stress I. Theoretical Considerations. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1948, Vol. 194, no. 1038, P. 289–299. DOI: 10.1098/rspa.1948.0081.

6. Christopher F.R., Foster J.C., Wilson L.L., Gilland H.L. The Use of Impact Techniques to Characterize the High Rate Mechanical Properties of Plastic Bonded Explosives. *Proc. 11th International Detonation Symposium*, J.M. Short and J.E. Kennedy, eds., 1998, p. 286.

Механика

7. Dobratz B.M., Crawford P.C. *LLNL Explosives Handbook.* – Livermore, CA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1985, Report UCRL-52997 Change 2.

8. Reys A. Uchet uprugoy deformatsii v teorii plastichnosti (Consideration of Elastic Deformation in the Theory of Plasticity). *Teoriya plastichnosti* (Theory of plasticity). Moscow, Izd-vo inostr. lit. Publ., 1948, 260 p. (in Russ.).

9. Klinacheva N.L., Shestakovskaya E.S., Yalovets A.P. Modelling of Shock Wave Experiments on Two-Fold Compression of Polymethyl Methacrylate. *Journal of Computational and Engineering Mathematics*, 2022, Vol. 9, no. 2, pp. 26–38.

10. Kovalev Yu.M. Uravneniya sostoyaniya dlya opisaniya izotermicheskogo szhatiya nekotorykh molekulyarnykh kristallov nitrosoedineniy (Equations of State for Describing the Isothermal Compression of some Molecular Crystals of Nitro compounds). *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 2020, Vol. 93, no. 1, pp. 229–239. (in Russ.).

11. Kovalev Yu.M., Pomykalov E.V. Uravneniya sostoyaniya dlya rascheta davleniy udarnovolnovogo szhatiya pentaeritrittetranitrata (TENa) (Equations of State for Calculating the Pressures of Shock Wave Compression of Pentaerythritol Tetranitrate (TENa)). *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 2023, Vol. 96, no. 4, pp. 1053–1061. (in Russ.).

12. Yalovets A.P. Raschet techeniy sredy pri vozdeystvii intensivnykh potokov zaryazhennykh chastits (Calculation of Medium Flows under the Influence of Intense Streams of Charged Particles). *PMTF*, 1997, no. 1, pp. 151–166. (in Russ.).

13. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Teoreticheskaya fizika*. *T.VI. Gidrodinamika* (Theoretical Physics. Vol. VI. Hydrodynamics). Moscow, Nauka Publ., 1988, 216 p. (in Russ.).

14. Amosov A. P. Theory of Ignition of Explosives under Mechanical Influences. *Bulletin of the Samara State Technical University. Series: Physical and Mathematical Sciences*, 1996, no. 4, pp. 208–235.

15. Pomykalov E.V., Kovalev Yu.M., Yalovets A.P. Opredelenie uprugikh konstant energeticheskogo materiala na osnovanii eksperimental'nykh dannykh (Determination of Elastic Constants of an Energy Material based on Experimental Data). *Nauchnaya sessiya NIYaU MIFI-2024 po napravleniyu «Innovatsionnye yadernye tekhnologii»: Sbornik nauchnykh trudov vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, Snezhinsk, 31 yanvarya 2024 goda* (Scientific session of the National Research Nuclear University MEPhI-2024 in the field of "Innovative nuclear technologies": Collection of scientific papers of the All-Russian Scientific and practical conference, Snezhinsk, January 31, 2024). Moscow, Natsional'nyy issledovatel'skiy yadernyy universitet MIFI Publ., 2025, pp. 110–113. (in Russ.).

16. Green L., Weston A., Van Velkinburg J. *Mechanical and Frictional Behavior of Skid Test Hemispherical Billets*. Lawrence Livermore Laboratory, California University, Livermore, 1971, Report No. UCRL51085.

Received April 2, 2025

Information about the authors

Kovalev Yuri Mikhailovich is Dr. Sc. (Physical and Mathematical), Professor, Department of Computational Mechanics, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: yum_kov@mail.ru.

Lebedev Maksim Aleksandrovich is Scientist, Department Head, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All Research Institute of Technical Physics, Snezhinsk, Russian Federation. ORCID iD: https://orcid.org/0009-0002-0226-1901.

Matash Vladimir Petrovich is Cand. Sc. (Engineering), Head of Department, Russian Federal Nuclear Center – Zababakhin All Research Institute of Technical Physics, Snezhinsk, Russian Federation, e-mail: s.m.ulyanov@vniitf.ru. ORCID iD: https://orcid.org/0009-0004-1908-2410.

Pomykalov Evgeny Valeryevich is Post-graduate Student, Department of Computational Mechanics, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: pomykalovev@susu.ru.

Yalovets Alexander Pavlovich is Dr. Sc. (Physical and Mathematical), Professor, Department of Computational Mechanics, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation.