

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ХОНГА–ОУ–МАНДЕЛЯ

Д.А. Куц¹, М.С. Подошведов¹, А.Г. Воронцов¹, С.П. Кулик^{1,2},
С.А. Подошведов¹

¹ Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

E-mail: kutcda@susu.ru

Аннотация. В работе рассматривается оценка ошибки измерения времени задержки между прибытиями на светоделитель двух идущих по разным каналам фотонов в оптической системе, построенной на базе интерферометра Хонга-Оу-Манделя (ХОМ). Источником двухфотонного света выступает излучение спонтанного параметрического рассеяния (СПР) света второго типа. Задержка фотона в одном из каналов ХОМ-интерферометра может вводиться путем изменения оптического пути вследствие действия различных факторов: механический сдвиг частей интерферометра, изменение показателя преломления среды при изменении температуры, электрического поля и т. п. Выходные порты светоделителя в рассматриваемой схеме подключены к однофотонным детекторам, которые при регистрации фотонов отправляют сигналы на счетчик совпадений. Оценка времени задержки происходит на основе данных с датчика совпадений. Величина абсолютной погрешности оценки времени задержки в данной работе выражена через ширину спектра бифотонов, величину видности, которая рассчитывается на основе максимального и минимального значения с датчика совпадений, а также величину оцениваемого времени задержки. На основе разработанного метода получены численные значения оценки ошибки временной задержки. Было обнаружено, что при фиксированной ширине бифотонного поля соответствующее минимальному значению абсолютной погрешности время задержки с уменьшением видности приближается к точке перегиба кривой зависимости числа совпадений от времени задержки. Это следует учитывать при проектировании измерительных устройств на основе интерферометра Хонга-Оу-Манделя.

Ключевые слова: эффект Хонга-Оу-Манделя; интерферометр Хонга-Оу-Манделя; спонтанное параметрическое рассеяние света; оценка параметра; формула распространения ошибки.

Введение

Эффект Хонга-Оу-Манделя – один из базовых эффектов квантовой оптики – заключается в том, что если на светоделитель по разным входным каналам одновременно поступает по одному фотону, которые не будут различаться по частоте, времени прихода и направлению поляризации, то на выходе из светоделителя фотоны сгруппируются: два фотона будут наблюдаться только либо в одном, либо в другом из выходов [1]. Этот эффект также получил название «антикорреляция фотонов», и данный эффект объясняется интерференцией двухфотонного излучения четвертого по полю порядка¹. Если же параметры фотонов различаются существенно (по сравнению с обратной шириной спектра), то сигнал, вызванный регистрацией одиночных фотонов, будет наблюдаться также и в обоих выходах одновременно. На рис. 1, а приведена типичная схема интерферометра Хонга-Оу-Манделя (ХОМ): пары фотонов (сигнальный и холостой), образующиеся в ходе спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) на нелинейном кристалле, направляются на разные входы светоделителя, а затем – в однофотонные детекторы, с которых в счет-

¹ Обращаем внимание, что эффект антикорреляции имеет и классическую интерпретацию в терминах корреляционных функций. Однако, в отличие от описания с помощью фоковских состояний, видность в классическом случае не превышает 50 % (Клышко Д.Н. Квантовая оптика: квантовые, классические и метафизические аспекты. УФН, 1994, Т.164, вып.11, С. 1187–1214.)

чик совпадений направляются сигналы о регистрации фотонов. Типичный вид сигнала с датчика совпадений $R_c(\tau)$ приведен на рис. 1, б: в случае $\tau = 0$ наблюдается минимум [1], вызванный эффектом антикорреляции фотонов. Зависимость $R_c(\tau)$ характеризуют с помощью величины видности $\alpha = (R_c^{\max} - R_c^{\min}) / (R_c^{\max} + R_c^{\min})$. В случае полной неразличимости фотонов в холостом и сигнальном канале видность α равна 1.

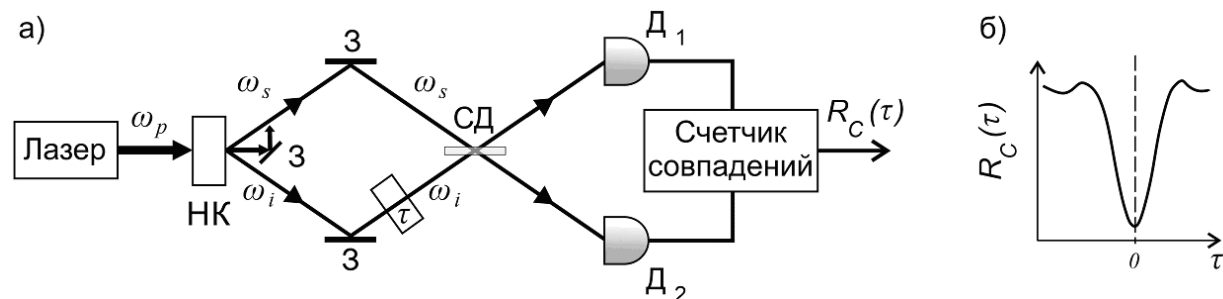


Рис. 1. а) Оптическая схема ХОМ интерферометра: ω_p – частота фотона накачки; НК – нелинейный кристалл; З – зеркало; ω_i , ω_s – частоты холостого и сигнального фотонов; τ – временная задержка; СД – светоделитель; Д1, Д2 – детекторы; $R_c(\tau)$ – сигнал с датчика совпадений; б) Типичный вид зависимости сигнала с датчика совпадений от величины времени задержки τ

Изменение величины τ вследствие действия каких-либо факторов приводит к изменению сигнала с датчика совпадений: данное обстоятельство можно использовать в метрологии для построения измерительных приборов, основанных на оценке величины τ на основе данных с датчика совпадений [2].

Отметим, что данный подход обладает рядом преимуществ. В отличие от классической интерферометрии, ХОМ-интерференция не зависит от изменения оптической фазы: ХОМ-интерферометр сохраняет свою способность измерять временные задержки, даже когда флуктуации разности хода составляют порядка длины волны и более. Типичные фазозависимые методы чувствительны к фазовым флуктуациям, тогда как ХОМ-интерферометрия невосприимчива к изменениям относительной фазы между двумя фотонами. Датчик на основе ХОМ-эффекта не требует потенциально непрактичных и/или сложных систем стабилизации, как это обычно требуется в классической интерферометрии. Эти особенности ХОМ-эффекта привели к предложениям для датчиков задержки времени со сверхвысоким временным разрешением [3].

Данная работа посвящена изучению абсолютной погрешности измерения времени задержки на основе ХОМ-интерферометра с входным бифотонным состоянием света. Учет коррелированных членов с большим числом фотонов [4] может внести дополнительные изменения в оценку погрешности временной задержки. Также на точность оценки временной задержки может оказывать влияние возможная запутанность генерируемых фотонов с фотонами накачки [5] в случае достаточно большой входной интенсивности света.

Оценка точности временной задержки

Бифотонное состояние неколлинеарного невырожденного по частоте светового поля в фиксированных поляризационно-пространственных модах синхронизмом типа II в частотном представлении описывается следующей волновой функцией [6]:

$$|\Psi\rangle = \iint d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) a_1^+(\omega_s) a_2^+(\omega_i) |00\rangle, \quad (1)$$

где нижние индексы отвечают за сигнальную (s) и холостую (i) компоненты, выражения $a_1^+(\omega_s)$ и $a_2^+(\omega_i)$ описывают действие операторов рождения на соответствующих частотах на вакуумное состояние. Отметим, что спектральная амплитуда $f(\omega_s, \omega_i)$ является нормированной функцией, то есть подчиняется условию нормировки $\iint |f(\omega_s, \omega_i)|^2 d\omega_s d\omega_i = 1$.

Холостой фотон испытывает временную задержку τ , что в спектральном разложении приводит к появлению фазового множителя $\exp(i\omega_i\tau)$ в волновой функции бифотона. В данном случае временная задержка τ отсчитывается от минимума функции, показанной на рис. 1, б ($\tau = 0$ соответствует минимуму). Дальнейшая эволюция бифотона связана со смешением фотонов на равно-

весном светоделителе, что ведет к появлению состояния, уже напрямую связанного с ХОМ-эффектом

$$|\Psi(\tau)\rangle = \frac{1}{2} \iint d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \exp(i\omega_i \tau) (a_1^+(\omega_s) a_2^+(\omega_i) - a_1^+(\omega_i) a_2^+(\omega_s)) |00\rangle, \quad (2)$$

которое может быть переписано в эквивалентной, но более компактной форме

$$|\Psi(\tau)\rangle = \frac{1}{2} \iint d\omega_s d\omega_i (f(\omega_s, \omega_i) \exp(i\omega_i \tau) - f(\omega_i, \omega_s) \exp(i\omega_s \tau)) a_1^+(\omega_s) a_2^+(\omega_i) |00\rangle. \quad (3)$$

В данном измерении число совпадающих фотоотсчетов

$$S = \iint d\omega_1 d\omega_2 |\omega_1\rangle |\omega_2\rangle \langle \omega_1| \langle \omega_2|, \quad (4)$$

является наблюдаемой величиной, среднее значение $\langle S \rangle$ которой зависит от τ . Измерение оператора совпадений (4) позволяет оценить значение переменной τ . Точность этого измерения можно оценить с помощью формулы распространения ошибки [7]:

$$\delta\tau = \frac{\Delta S}{\left| \frac{d\langle S \rangle}{d\tau} \right|}, \quad (5)$$

где числитель $\Delta S = \sqrt{\langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2}$ – среднеквадратичное отклонение в совпадениях фотоотсчетов, а знаменатель – величина, определяющая чувствительность среднего значения оператора S по отношению к переменной τ .

В реальном эксперименте присутствуют факторы, которые могут ухудшить видность интерференционной картины. В нашем рассмотрении вклад несовершенства настройки оптической схемы может быть промодулирован посредством рассмотрения уже несбалансированного светоделителя, на котором смешиваются фотоны, что позволяет рассчитать среднее значение оператора (4) как

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} (1 - \alpha \iint d\omega_1 d\omega_2 |f(\omega_1, \omega_2)|^2 \cos((\omega_1 - \omega_2)\tau)), \quad (6)$$

где α – видность интерференционной картины, и здесь мы также приняли во внимание симметричность амплитуды бифотона к перестановке частот, то есть выполнение условия $f(\omega_1, \omega_2) = f(\omega_2, \omega_1)$. Если аппроксимировать спектральную амплитуду бифотонного поля бигaussовской функцией

$$f(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{\frac{2}{\pi \delta \omega \Delta \omega}} \exp\left(-\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(\Delta \omega)^2}\right) \exp\left(-\frac{(\omega_1 + \omega_2 - \omega_0)^2}{2(\delta \omega)^2}\right), \quad (7)$$

то среднее значение оператора (6) преобразуется в финальное выражение

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \left(1 - \exp\left(-\frac{(\Delta \omega)^2 \tau^2}{4}\right) \right), \quad (8)$$

где $\Delta \omega$ – ширина спектра бифотонного поля, $\delta \omega$ – ширина условного частотного распределения, связанная с шириной спектра накачки, несущая частота которой ω_0 . Если мы воспользуемся соотношением $\langle S^2 \rangle = \langle S \rangle^2$, то по формуле распространения ошибки в уравнении (5) получим оценку ошибки неизвестной временной задержки

$$\delta\tau = \frac{\sqrt{\langle S \rangle (1 - \langle S \rangle)}}{\left| \frac{d\langle S \rangle}{d\tau} \right|} = 2 \frac{\sqrt{1 - \alpha^2 \exp\left(-\frac{(\Delta \omega)^2 \tau^2}{2}\right)}}{\alpha (\Delta \omega)^2 \tau \exp\left(-\frac{(\Delta \omega)^2 \tau^2}{4}\right)}. \quad (9)$$

Полученная зависимость (9) в данной работе является основой для подбора значений величин α , $\Delta \omega$ при реализации в эксперименте. На рис. 2 приведены результаты численных расчетов определения времен задержки, соответствующих минимальным значениям абсолютной погрешности при заданных величинах ширины спектра бифотона, видности. Из приведенных на рис. 2 зависимостей можно видеть, что при видности больше 0,5 точка, соответствующая минимуму абсолютной погрешности времени задержки, лежит ниже точки перегиба функции $\langle S(\tau) \rangle$.

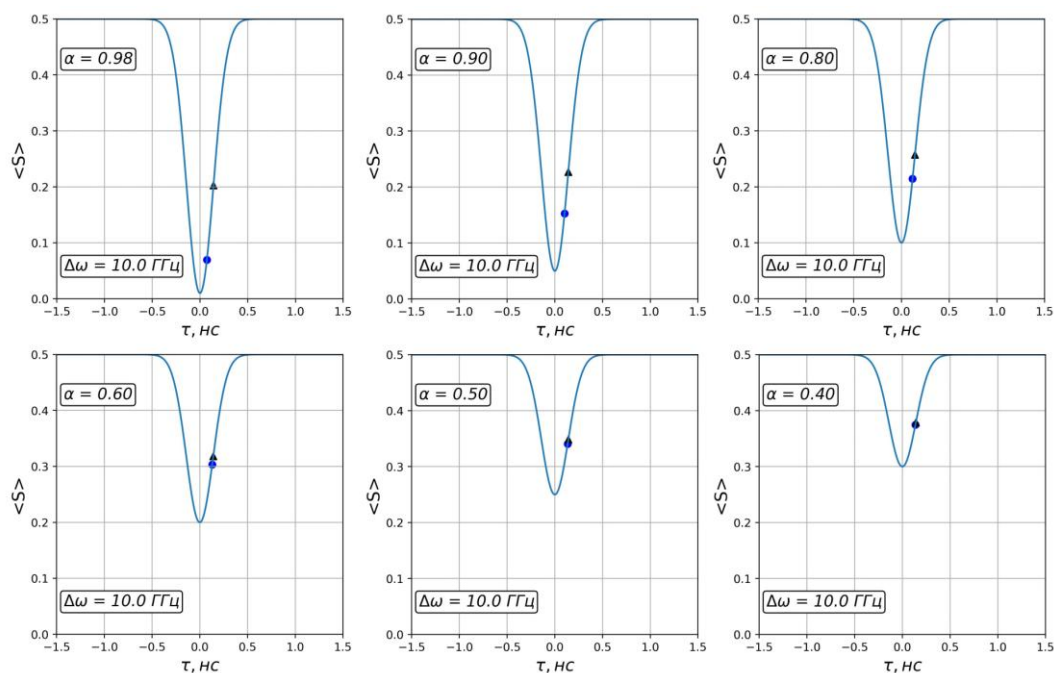


Рис. 2. Кривая $\langle S(\tau) \rangle$ при различных значениях видности. Круг соответствует величине τ с минимальным значением абсолютной погрешности. Треугольник – точка перегиба функции $\langle S(\tau) \rangle$

Выводы

В случае СПР второго типа погрешность $\delta\tau$ определения времени задержки между прибытиями фотонов на светодетектор в ХОМ-интерферометре была выражена через величину ширины спектра бифотона $\Delta\omega$, видность α , а также время задержки между фотонами τ . Выражение для величины $\delta\tau(\alpha, \Delta\omega, \tau)$ было получено на основе формулы распространения ошибки. Для различных значений $\Delta\omega$ и α были определены такие времена задержки между фотонами $\tau_{\min}$, для которых реализуются наименьшие абсолютные погрешности $\delta\tau$ при фиксированных $\Delta\omega$ и α . Было обнаружено, что при фиксированном значении $\Delta\omega$ величина $\tau_{\min}$ при уменьшении видности приближается к точке перегиба зависимости числа совпадений от времени задержки τ . Это обстоятельство нужно учитывать при проектировании работающих на основе ХОМ-интерферометра измерительных средств.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-20063, <https://rscf.ru/en/project/24-22-20063/>.

Литература

1. Hong, C.K. Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference / C.K. Hong, Z.Y. Ou, L. Mandel // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 59, Iss. 18. – P. 2044.
2. Квантовая оптическая метрология // А.П. Алоджанц, Д.В. Царёв, Д.А. Куц и др. // УФН. – 2024. – Iss. 194, no. 7. – pp. 711–739.
3. Attosecond-Resolution Hong–Ou–Mandel Interferometry / A. Lyons, G.C. Knee, E. Bolduc *et al.* // Sci. Adv. – 2018. – Vol. 4, no. 5. – eaap9416.
4. Podoshvedov, S.A. A Full Quantum Theory of Parametric Down Conversion and its Application to Coincidence Measurements / S.A. Podoshvedov, J. Noh, K. Kim // Journal of the Korean Physical Society. – 2005. – Vol. 47, Iss. 2. – P. 213–222.
5. Podoshvedov, S.A. Testing Quantum Mechanics Against Macroscopic Realism using the Output of χ^2 Nonlinearity / S.A. Podoshvedov, J. Kim // Phys. Rev. A. – 2006. – Vol. 74, Iss. 3. – 033810.

6. Theory of Two-Photon Entanglement in Type-II Optical Parametric Down-Conversion / M.H. Rubin, D.N. Klyshko, Y.H. Shih, A.V. Sergienko // *Phys. Rev. A*. – 1994. – Vol. 50, Iss. 6. – P. 5122–5133.

7. Quantum Metrology with Imperfect Measurements / Y.L. Len, T. Gefen, A. Retzker, J. Kołodyński // *Nat Commun*. – 2022. – Vol. 13, Iss. 1. – P. 6971.

Поступила в редакцию 10 июля 2025 г.

Сведения об авторах

Куц Дмитрий Анатольевич – заведующий лабораторией квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: kutcda@susu.ru.

Подошведов Михаил Сергеевич – лаборант-исследователь лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: mikerodo6@gmail.com.

Воронцов Александр Геннадьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики наноразмерных систем, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1965-1474>, e-mail: vorontsovag@susu.ru.

Кулик Сергей Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Центра квантовых технологий, Московский государственный университет, г. Москва, Российская Федерация; Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: sergei.kulik@physics.msu.ru.

Подошведов Сергей Анатольевич – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: sapodo68@gmail.com.

ON SELECTING OPTIMAL PARAMETERS FOR DELAY TIME MEASUREMENT USING THE HONG–OU–MANDEL EFFECT

D.A. Kuts¹, M.S. Podoshvedov¹, A.G. Vorontsov¹, S.P. Kulik^{1,2}, S.A. Podoshvedov¹

¹ South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

² Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

E-mail: kutcda@susu.ru

Abstract. The paper deals with the measurement error of the delay time between the arrivals at the beam splitter of two photons traveling through different channels in an optical system based on a Hong-Ou-Mandel (HOM) interferometer. We consider the source of two-photon light to be the radiation of spontaneous parametric scattering (SPS) of light of the second type. The photon delay in one of the HOM interferometer channels can be induced by a change in the optical path length due to various factors: mechanical displacement of interferometer parts, changes in the refractive index of the medium caused by temperature variations, electric fields, etc. In the scheme, the outputs of the beam splitter are connected to single-photon detectors, which send signals to a coincidence counter upon photon detection. The coincidence counter data determine the delay time. The authors determine the absolute error in estimating the delay time in terms of the biphoton spectral width, the visibility, calculated from the maximum and minimum values of the coincidence counter signal, and the estimated delay time value itself. The derived expression facilitates finding the estimated delay time value. The study reveals that for a fixed biphoton field width, the delay time corresponding to the minimum absolute error value approach-

es the inflection point of the coincidence-time curve with decreasing visibility. This should be taken into account when designing measuring devices based on the Hong-Ou-Mandel interferometer.

Keywords: *Hong-Ou-Mandel effect; Hong-Ou-Mandel interferometer; spontaneous parametric down-conversion; parameter estimation; error propagation formula.*

References

1. Hong C.K., Ou Z. Y., Mandel L. Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, Vol. 59, Iss. 18, p. 2044. DOI: 10.1103/PhysRevLett.59.2044
2. Alodjants A.P., Tsarev D.V., Kuts D.A., Podoshvedov S.A., Kulik S.P. Quantum Optical Metrology. *Phys. Usp.*, 2024, Vol. 67, no. 7, pp. 668–693. DOI: 10.3367/UFNe.2024.01.039634
3. Lyons A., Knee G.C., Bolduc E., Roger T., Leach J., Gauger E.M. Attosecond-Resolution Hong-Ou-Mandel Interferometry. *Sci. Adv.*, 2018, Vol. 4, no. 5, eaap9416. DOI: 10.1126/sciadv.aap9416
4. Podoshvedov S.A., Noh J., Kim K. A Full Quantum Theory of Parametric Down Conversion and its Application to Coincidence Measurements. *Journal of the Korean Physical Society*, 2005, Vol. 47, Iss. 2, pp. 213–222.
5. Podoshvedov S.A., Kim J. Testing Quantum Mechanics Against Macroscopic Realism using the Output of χ^2 Nonlinearity. *Phys. Rev. A*, 2006, Vol. 74, Iss. 3, 033810. DOI: 10.1103/PHYSREVA.74.033810
6. Rubin M.H., Klyshko D.N., Shih Y.H., Sergienko A.V. Theory of Two-Photon Entanglement in Type-II Optical Parametric Down-Conversion, *Phys. Rev. A*, 1994, Vol. 50, Iss. 6, pp. 5122–5133. DOI: 10.1103/PhysRevA.50.5122
7. Len Y.L., Gefen T., Retzker A., Kołodyński J. Quantum Metrology with Imperfect Measurements. *Nat Commun.*, 2022, Vol. 13, Iss. 1, p. 6971. DOI: 10.1038/s41467-022-33563-8

Received July 10, 2025

Information about the authors

Kuts Dmitri Anatolyevich is Head of the Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: kutcda@susu.ru.

Podoshvedov Mikhail Sergeevich is Research Assistant, Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: mikepodo6@gmail.com.

Vorontsov Alexander Gennadevich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Nanoscale Systems Physics Department, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1965-1474>, e-mail: vorontsovag@susu.ru.

Kulik Sergey Pavlovich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Principal Research Scientist, Center for Quantum Technologies, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation; South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: sergei.kulik@physics.msu.ru.

Podoshvedov Sergey Anatolyevich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Senior Research Scientist, Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: sapodo68@gmail.com.