

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ

А.А. Мартынов

АО СКБ «Турбина», г. Челябинск, Российской Федерации

E-mail: a.martynov@skb-turbina.ru

Аннотация. С использованием методов вычислительной газовой динамики проведено численное моделирование газодинамических характеристик радиально-осевой турбины агрегата наддува двигателя внутреннего сгорания. Исследовано влияние параметров расчётной сетки и выбора модели турбулентности на результаты численного моделирования. Сформулированы рекомендации по настройке расчётной модели, обеспечивающие наилучшее совпадение результатов численного моделирования с данными натурного эксперимента.

Ключевые слова: численное моделирование; вычислительная газовая динамика; газовая турбина.

Введение

Радиально-осевые турбины (рис. 1) находят широкое применение в агрегатах наддува двигателей внутреннего сгорания (ДВС), стационарных газотурбинных установках и вспомогательных газотурбинных двигателях небольшой мощности, в турбодетандерах, пневмостартерах.

Радиально-осевые турбины имеют следующие основные преимущества [1, 2].

1. При небольших мощностях коэффициент полезного действия (КПД) радиально-осевых турбин выше, чем у осевых.
2. Рабочие колеса радиально-осевых турбин проще в изготовлении и надёжнее благодаря простой конфигурации и малому числу лопаток.
3. В их ступени можно осуществить несколько больший теплоперепад, т. к. при одинаковых напряжениях в рабочем колесе окружные скорости в радиально-осевых турбинах могут быть большими, чем в осевых.

Недостатками радиально-осевых турбин по сравнению с осевыми являются повышенные масса и размеры вращающегося рабочего колеса.

От газодинамической эффективности радиально-осевой турбины в значительной степени зависит эффективность установки, в состав которой она входит. В связи с этим при проектировании турбины важно иметь возможность достоверной оценки её газодинамических характеристик.

В настоящее время для расчёта газодинамических характеристик лопаточных машин широко применяются методы вычислительной газовой динамики (CFD). Для корректного использования данных методов требуется валидация соответствующих математических моделей, предполагающая в том числе выбор оптимальных настроек, обеспечивающих наилучшее совпадение результатов моделирования с данными натурного эксперимента.

В настоящей работе для численного исследования газодинамических характеристик выбрана радиально-осевая турбина агрегата наддува ДВС ТКР201 (рис. 1) [3], который применяется в составе двигателей внутреннего сгорания транспортного и энергетического назначения. Турбина имеет следующие параметры при номинальном режиме работы: степень понижения давления – 4, частота вращения рабочего колеса $n = 60\,000$ об/мин.

Описание математической модели течения

Математическая модель газовой динамики радиально-осевой турбины разработана с использованием коммерческого программного комплекса NUMECA, который является одним из наибо-

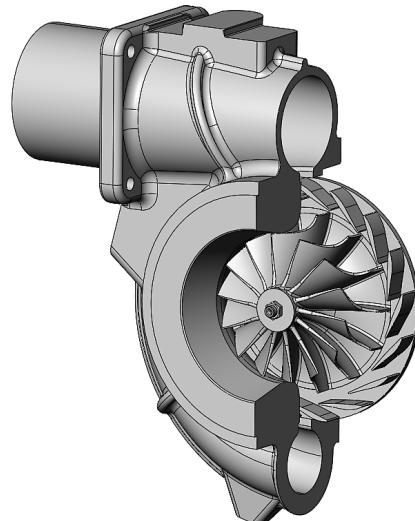


Рис. 1. Радиально-осевая турбина агрегата наддува ДВС

Механика

лее быстрых и точных CFD – программных комплексов, ориентированным на решение специализированных задач турбомашиностроения [4].

В расчётную модель включены газоподводящий канал (улитка), а также обладающие условием окружной периодичности один межлопаточный канал неподвижного соплового аппарата и один межлопаточный канал вращающегося рабочего колеса с притрактовой полостью за колесом турбины (рис. 2).

Течение в радиально-осевой турбине описывается с использованием осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS), которые должны быть замкнуты одной из моделей турбулентности [5].

В проведённых ранее исследованиях [6–11] для численного моделирования течения в радиально-осевой турбине применялись различные модели турбулентности. В работах [6, 7] для численных исследований принята модель $k-\epsilon$ без обоснования. В работах [8, 9, 10] принята модель SST, для которой отмечается завышение характеристик турбины относительно экспериментальных данных. В работе [11] принята модель Spalart–Allmaras, для которой также наблюдается завышение характеристик турбины относительно экспериментальных данных, при этом численное моделирование было проведено без учёта течения в полости за рабочим колесом.

Для уточнения модели турбулентности, обеспечивающей наилучшее совпадение результатов моделирования с данными натурного эксперимента, проведены численные исследования с использованием моделей Spalart–Allmaras, $k-\epsilon$, SST, нашедших широкое применение при моделировании течений в технических устройствах, в том числе в лопаточных машинах.

Все модели турбулентности используются в сочетании с расширенными функциями стенки (Extended Wall Function), что позволяет не разрешать сеткой область вязкого подслоя пограничного слоя и, соответственно, проводить расчёты на относительно грубых сетках. Расширенные функции стенки позволяют улучшить совпадение профиля параметров потока в области пограничного слоя с данными прямого численного моделирования уравнений Навье–Стокса (DNS) по сравнению со стандартными функциями стенки [12].

Численные исследования проведены как в стационарной постановке, так и с использованием нелинейного гармонического метода (NLH) – метода, который обеспечивает приблизительное нестационарное решение при умеренных затратах вычислительных ресурсов. Основная идея метода состоит в том, что возмущения потока, которые обуславливают его нестационарность, записываются относительно осреднённых во времени параметров течения и разложения Фурье во времени [12]. При этом с увеличением количества гармоник увеличивается также точность аппроксимации нестационарных параметров потока (рис. 3).

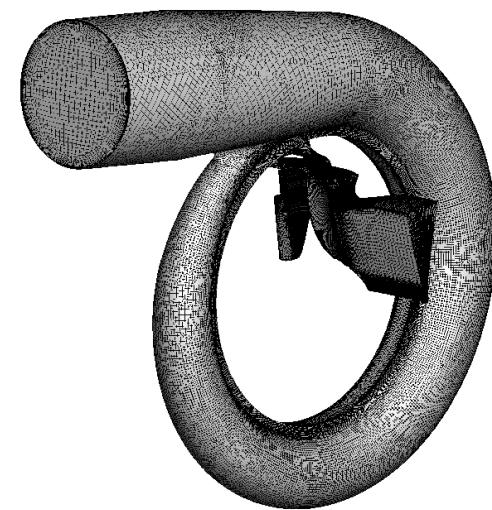


Рис. 2. Расчётная модель радиально-осевой турбины

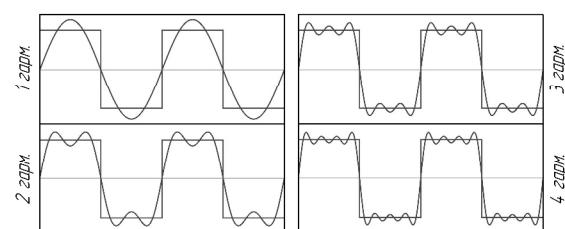


Рис. 3. Увеличение точности аппроксимации при увеличении количества гармоник

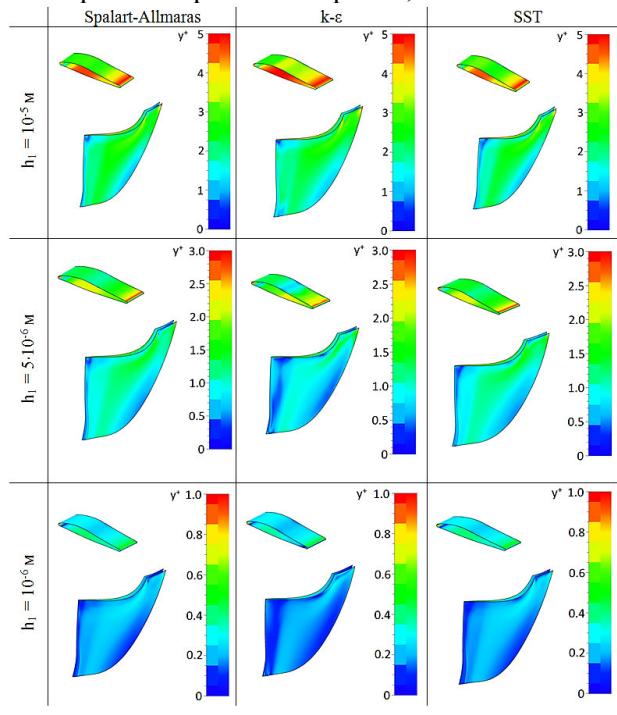
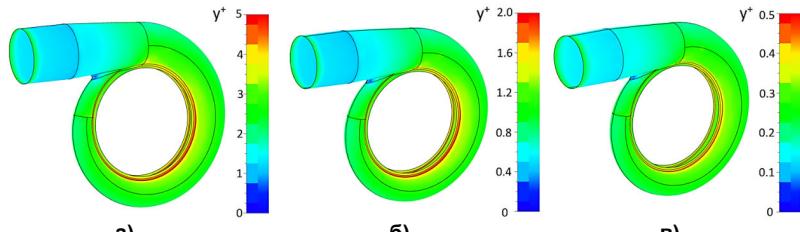
Выбор параметров расчётной сетки

В соответствии с рекомендациями [12] при использовании расширенных функций стенки первая ячейка в пристеночной области должна располагаться внутри вязкого подслоя ($y^+ < 5$), либо в логарифмическом подслое ($y^+ > 20$), где y^+ :

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu},$$

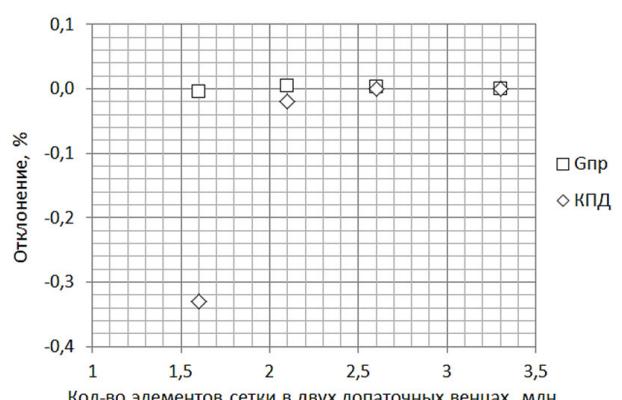
где y – расстояние от стенки до первого узла расчётной сетки, u^* – динамическая скорость, ν – кинематическая вязкость.

С целью повышения точности моделирования параметров потока в области вязкого подслоя было принято решение разместить пристеночную ячейку при $y^+ < 5$. Для исследования влияния высоты пристеночной ячейки h_1 на получаемую величину y^+ была проведена серия численных экспериментов, результаты которых изображены на рис. 4, 5.

Рис. 4. y^+ в лопаточных венцахРис. 5. y^+ в улитке: а) при $h_1 = 10^{-5}$ м; б) при $h_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ м; в) при $h_1 = 10^{-6}$ м

Из рис. 4, 5 следует, что приемлемая величина y^+ обеспечивается при высоте пристеночной ячейки $h_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ м.

Влияние количества элементов сетки на результаты расчёта течения в радиально-осевой турбине рассматривалось в работах [11, 13–16], однако в большинстве данных работ не приводилась информация о соответствующих величинах y^+ и, как следствие, рекомендуемый диапазон доста-

Рис. 6. Влияние количества элементов сетки на результаты моделирования:
а) в улитке; б) в лопаточных венцах

Механика

точного количества элементов сетки оказался широким: (0,4;2,4) млн. ячеек. С целью исследования сеточной сходимости результатов проведено численное моделирование течения в турбине при номинальном режиме работы для различного количества элементов сетки и с учётом выбранной высоты пристеночной ячейки $h_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ м (рис. 6 а, б).

На рис. 6 а – угол потока на выходе из улитки, σ^* – коэффициент восстановления полного давления в улитке, КПД – адиабатический КПД турбины, $G_{\text{пр}}$ – пропускная способность турбины:

$$G_{\text{пр}} = \frac{G_\Gamma \sqrt{T_\Gamma^*}}{P_\Gamma^*},$$

где G_Γ – расход газа на входе в турбину, кг/с, T_Γ^* – полная температура газа на входе в турбину, К, P_Γ^* – полное давление газа на входе в турбину, МПа.

Из рис. 6 следует, что $\approx 3,5$ млн элементов сетки в улитке и $\approx 2,4$ млн элементов сетки в лопаточных венцах являются достаточными по условию сеточной сходимости результатов моделирования.

Расчётная сетка построена с использованием входящих в состав программного комплекса NUMECA инструментов HEXPRESS/Hybrid и AutoGrid. Расчётная сетка в улитке (рис. 2) является гибридной гексадоминантной, в межлопаточных каналах (рис. 2, 7) – гексагональной блочно-структурной, конформной на периодических поверхностях.

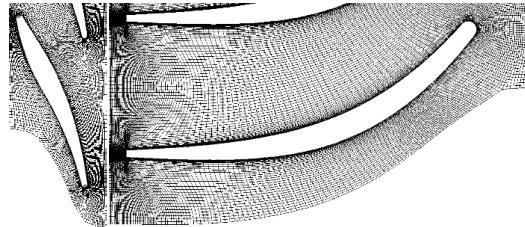


Рис. 7. Расчётная сетка в межлопаточных каналах:
а) соплового аппарата; б) рабочего колеса

Взаимодействие ротор-статор

В связи с наличием возмущений параметров потока, возникающих между соседними лопаточными венцами, течение в лопаточных машинах имеет сложную структуру. Сложность моделирования течения связана также с тем, что в CFD программных комплексах осуществляется обработка и осреднение параметров потока на ротор-статор интерфейсах, располагающихся в непосредственной близости от входных и выходных кромок лопаточных венцов. В подобных конфигурациях расчётных моделей при сверхзвуковых скоростях потока могут возникать ошибочные нефизичные отражения ударных волн от поверхностей ротор-статор интерфейса [17].

Общим способом решения данной проблемы является использование стационарных неотражающих граничных условий, основанных на характеристическом анализе линеаризованных уравнений Эйлера [18]. Но, несмотря на то что данная методология основывается на линеаризации уравнений Эйлера, она также может быть применена к вязким потокам.

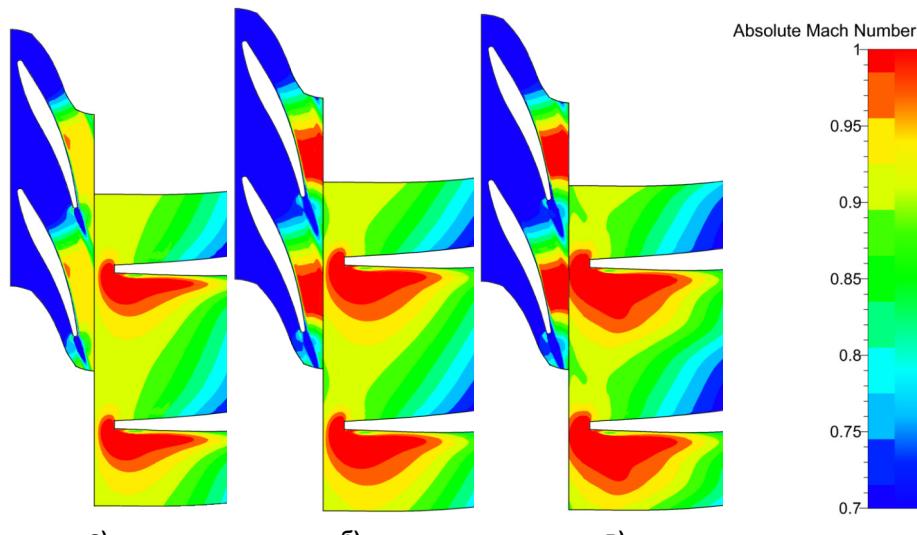


Рис. 8. Число Маха в среднем сечении межлопаточных каналов:
а) поверхность смешения; б) неотражающее граничное условие; в) NLH

В рассматриваемой радиально-осевой турбине при номинальном режиме работы имеет место локальное сверхзвуковое течение в радиальном зазоре между сопловым аппаратом и рабочим колесом. Для исследования влияния обработки параметров потока на ротор-статор интерфейсе на структуру течения в межлопаточных каналах проведено численное моделирование для следующих вариантов постановки расчётной модели (рис. 8).

1. Стационарная постановка со стандартной поверхностью смешения с осреднением параметров потока на границе сопловой аппарат – рабочее колесо.

2. Стационарная постановка с неотражающим граничным условием с осреднением параметров потока на границе сопловой аппарат – рабочее колесо.

3. Расчёт с использованием нелинейного гармонического метода. В этом случае отсутствует осреднение параметров потока на границе сопловой аппарат – рабочее колесо и, как следствие, отсутствуют возможности для ошибочных нефизичных отражений ударных волн.

Из рис. 8 видно, что структура течения в межлопаточных каналах при использовании стандартной поверхности смешения и неотражающего граничного условия существенно отличаются. При этом результаты моделирования с неотражающим граничным условием близки к результатам, полученным с использованием нелинейного гармонического метода, принятого за эталон, и, как следствие, могут быть рекомендованы для проведения расчётов в стационарной постановке при наличии сверхзвукового течения в области ротор-статор интерфейса.

Течение в полости за рабочим колесом

В последнее время повышенное внимание уделяется влиянию течения в полости за вращающимся рабочим колесом на газодинамические характеристики лопаточной машины. Так в работах [19–21] проведено исследование влияния сопряжённого теплообмена в полости за рабочим колесом на газодинамические параметры центробежного компрессора.

В расчётную модель рассматриваемой радиально-осевой турбины также включена полость за вращающимся рабочим колесом. Проведено численное исследования влияния сопряжённого теплообмена с рабочим колесом и с окружающими корпусными деталями на газодинамические параметры радиально-осевой турбины (рис. 9). Теплообмен с корпусными деталями, контактирующими с полостью, учтён путём задания граничного условия температуры стенки.

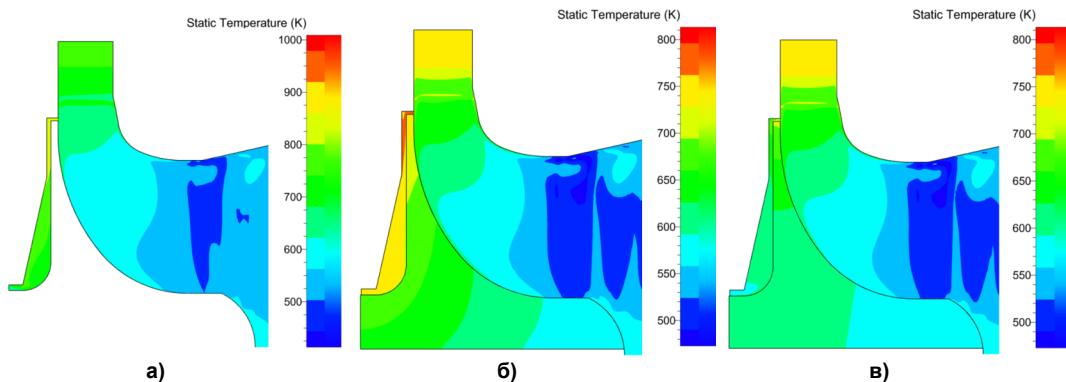


Рис. 9. Температура в полости за рабочим колесом:

а) без учёта теплообмена; б) теплообмен с рабочим колесом; в) теплообмен с рабочим колесом и корпусом

Из рис. 9 видно, что температура в полости за колесом турбины существенно отличается в зависимости от постановки расчётной модели. Так при полной температуре газа на входе в турбину $T_g^* = 763$ К в расчётной модели без учёта теплообмена (рис. 8, а) наблюдается нефизичное завышение температуры в полости до ≈ 900 К. При учёте теплообмена с рабочим колесом температура в полости достигает 800 К (рис. 8 б), при дополнительном учёте теплообмена с окружающими корпусными деталями температура в полости составляет до 700 К (рис. 8, в). В зависимости от постановки расчётной модели изменяется также давление в полости за рабочим колесом, что оказывает влияние на величину осевого усилия, действующего на него. Результаты численных исследований сведены в табл. 1.

Механика

Из табл. 1 следует, что, учёт теплообмена в полости за рабочим колесом оказывает незначительное влияние на расчётную величину КПД турбины и существенное влияние на осевое усилие, действующее на рабочее колесо, и температуру рабочего колеса.

Таблица 1

Параметры турбины при различных вариантах моделирования течения в полости за рабочим колесом			
Вариант расчётной модели	Отклонение КПД	Отклонение осевого усилия	Макс. температура колеса, К
Без учёта теплообмена	—	—	—
Теплообмен с рабочим колесом	-0,1 %	-3,2 %	755
Теплообмен с рабочим колесом и корпусными деталями	+0,2 %	-5,3 %	709

Сопоставление с экспериментом

Экспериментальные исследования радиально-осевой турбины проведены на установке, описанной в работе [22]. Результаты численного моделирования сопоставлены с данными натурного эксперимента для номинального режима работы радиально-осевой турбины (табл. 2). В расчётной модели теплообмен в полости с рабочим колесом и с окружающими корпусными деталями не учитывался.

Таблица 2

Сопоставление результатов численного моделирования с данными натурного эксперимента

Вариант расчётной модели	Отклонение КПД	Отклонение пропускной способности
Стационарный расчёт + неотражающее граничное условие + Spalart-Allmaras (Extended Wall Function)	-1,8 %	-0,5 %
Стационарный расчёт + неотражающее граничное условие + k-ε (Extended Wall Function)	-1,9 %	-0,55 %
Стационарный расчёт + неотражающее граничное условие + SST (Extended Wall Function)	-0,8 %	-0,4 %
NLH + SST (Extended Wall Function)	-0,4 %	-0,4 %

Из табл. 2 следует, что наилучшее совпадение с данными натурного эксперимента достигнуто для расчётной модели с использованием нелинейного гармонического метода и модели турбулентности SST (Extended Wall Function). Удовлетворительное совпадение также достигнуто для расчётной модели, включающей стационарную постановку, неотражающее граничное условие и модель турбулентности SST (Extended Wall Function).

Выводы

Проведены численные исследования влияния настроек численной модели на газодинамические характеристики радиально-осевой турбины агрегата наддува двигателя внутреннего сгорания.

Приемлемая для математической модели с расширенной функцией стенки величина u^+ достигнута при высоте пристеночной ячейки $h_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ м в газоподводящем канале (улитке) и в лопаточных венцах.

Достаточными по условию сеточной сходимости количеством элементов являются $\approx 3,5$ млн элементов сетки в улитке и $\approx 2,4$ млн элементов сетки в лопаточных венцах.

Для получения корректной структуры потока при наличии областей сверхзвукового течения на поверхностях ротор-статор интерфейса при стационарной постановке расчётной модели с осреднением параметров потока на интерфейсе следует применять неотражающее граничное условие.

Учёт теплообмена между полостью, рабочим колесом и окружающими корпусными деталями оказывает незначительное влияние на расчётную величину КПД турбины и существенное влияние на осевое усилие, действующее на рабочее колесо, и температуру рабочего колеса.

Наилучшее совпадение с данными натурного эксперимента достигнуто для расчётной модели с использованием нелинейного гармонического метода и модели турбулентности SST (Extended Wall Function). Удовлетворительное совпадение также достигнуто для расчётной модели, включающей стационарную постановку, неотражающую граничное условие и модель турбулентности SST (Extended Wall Function).

Литература

1. Митрохин, В.Т. Выбор параметров и расчет центробежной турбины на стационарных и переходных режимах / В.Т. Митрохин. – М.: Машиностроение, 1974. – 227 с.
2. Шерстюк, А.Н. Радиально-осевые турбины малой мощности / А.Н. Шерстюк, А.Е. Зарянкин. – М.: Машиностроение, 1976. – 208 с.
3. Шестаков, Д.С. Создание высоконапорного агрегата наддува для семейства дизелей ДМ185 в рамках импортозамещения / Д.С. Шестаков, О.Г. Машков, А.А. Мартынов // Двигатель. – 2023. – № 1-3(145-147). – С. 20–24.
4. <http://numeca.com/product/fineturbo>
5. Современные подходы к моделированию турбулентности: учеб. пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – 233 с.
6. Ali, L. The Number of Blade Effects on the Performance of a Mixed Turbine Rotor / L. Ali, H. Mohammed, H. Kamel // Engineering review. – 2017. – no. 37 (3). – P. 349–360.
7. Zhang, J. A 3D Inverse Design based Multidisciplinary Optimization on the Radial and Mixed-Inflow Turbines for Turbochargers / J. Zhang, M. Zangeneh // 11th International Conference on Turbochargers and Turbocharging. – London, 2014. – P. 399–410.
8. Investigation of Clearance Flows in Deeply Scalloped Radial Turbines / P. He, Z. Sun, H. Zhang et al. // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy. – 2012. – Vol. 226, Iss. 8. – P. 951–962.
9. Zhang, J. Multidisciplinary and Multi-Point Optimization of Radial and Mixed-Inflow Turbines for Turbochargers using 3D Inverse Design Method / J. Zhang, M. Zangeneh // 14th International Conference on Turbochargers and Turbocharging. – 2020. – P. 263–277.
10. Yang, H. Design of a Radial Turbine for Wastegated Turbocharger / H. Yang, Q. Li, L. Hu // International Journal of Fluid Mechanics & Thermal Sciences. – 2020. – Vol. 6, Iss. 1. – pp. 19–26.
11. Zhu, C. Flow Characteristics and Loss Models of the Transonic Radial Turbine / C. Zhu, W. Zhuge, Y. Zhang // Applied Sciences. – 2022. – Vol. 12, no. 5. – p. 2453
12. NUMECA Theoretical manual FINE/Turbo v 13.1. – Brussels: NUMECA International, 2018. – 230 p.
13. Chelabi, M. Analysis of Three-Dimensional Accelerating Flow in a Mixed Turbine Rotor / M. Chelabi, H. Kamel, Y. Basova // Journal of Engineering Sciences. – 2021. – №8 (2). – 7 p.
14. Han, Z. Improved Thermodynamic and Aerodynamic Design Method and Off-Design Performance Analysis of a Radial Inflow Turbine for ORC System / Z. Han, X. Jia, P. Li // International Journal of Energy Research. – 2019. – no. 43. – 13 p.
15. Ketata, A. Numerical Study of a Vanned Mixed Flow Turbine Operating in Various Steady Flow Conditions / A. Ketata, Z. Driss // International Journal of Mechanics and Applications. – 2017. – Vol. 7, Iss. 1. – P. 24–30.
16. Design and Performance Analysis of Mixed Flow Turbine Rotors with Extended Blade Chord / T. Leonard, S. Spence, D. Filsinger, A. Starke // Proc. ASME Turbo Expo 2019: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Volume 2B: Turbomachinery. Phoenix, Arizona, USA. June 17–21, 2019. – 12 p.
17. NUMECA User manual FINE/Turbo v 13.1. – Brussels: NUMECA International, 2018. – 652 p.
18. Giles, M.B. Non-Reflecting Boundary Conditions for the Euler Equations / M.B. Giles // Technical report TR-88-1, MIT Computational Fluid Dynamics Laboratory. – 1988. – 47 p.
19. <https://www.numeca.de/en/case-studies-conjugate-heat-transfer/>
20. Муравейко, А.С. Влияние учёта теплообмена при расчётах центробежного компрессора на силы и моменты / А.С. Муравейко, Д.В. Ворошин // 5-я международная конференция пользователей программных продуктов NUMECA и Concepts NREC. – СПб, 2019. – 19 с.

Механика

21. Хазов, Д.Е. Определение теплового состояния колеса центробежного компрессора вспомогательной силовой установки / Д.Е. Хазов, Н.А. Коробанова, Е.А. Балдина // Материалы конференции: «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике: труды 10-й российской конференции (16–21 сентября 2024 г., г. Светлогорск)». – Светлогорск, 2024. – С. 455–457.

22. Мартынов, А.А. Оценка параметров агрегата турбонаддува поршневого транспортного двигателя на базе безмоторных испытаний / А.А. Мартынов, Б.А. Шароглазов, О.Г. Машков // Транспорт Урала. – 2015. – № 3(46). – С. 74–78.

Поступила в редакцию 10 января 2026 г.

Сведения об авторе

Мартынов Андрей Анатольевич – начальник отдела прочностных и газодинамических расчётов, АО СКБ «Турбина», г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: a.martynov@skb-turbina.ru.

Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2026, vol. 18, no. 1, pp. 63–71

DOI: 10.14529/mmp260107

MATHEMATICAL MODELING OF THE GAS DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A RADIAL-AXIAL TURBINE

A.A. Martynov

JSC SKB Turbina, Chelyabinsk, Russian Federation

E-mail: a.martynov@skb-turbina.ru

Abstract. Numerical simulation of the gas dynamic characteristics of a radial-axial turbine of an internal combustion engine boost unit has been performed using computational gas dynamics methods. The influence of the parameters of the computational grid and the choice of the turbulence model on the results of numerical modeling is investigated. Recommendations are formulated for setting up the computational model, ensuring the best match of the numerical simulation results with the data of the field experiment.

Keywords: numerical modeling; computational gas dynamics; gas turbine.

References

1. Mitrokhin V.T. *Vybor parametrov i raschet tsentrostremitel'noy turbiny na statcionarnykh i perekhodnykh rezhimakh* (Selection of Parameters and Calculation of Centripetal Turbine in Stationary and Transient Modes). Moscow: Mashinostroenie Publ., 1974, 227 p. (in Russ.).
2. Sherstyuk A.N., Zaryankin A.E. *Radial'no-osevyye turbiny maloy moshchnosti* (Low-Power Radial-Axial Turbines). Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976, 208 p. (in Russ.).
3. Shestakov D.S., Mashkov O.G., Martynov A.A. Sozdanie vysokonapornogo agregata nadduva dlya semeystva dizeley DM185 v ramkakh importozameshcheniya (Creation of a High-Pressure Boost Unit for the DM185 Family of Diesel Engines as Part of Import Substitution). *Dvigatel'*, 2023, no. 1-3(145-147), pp. 20–24. (in Russ.).
4. <http://numeca.com/product/fineturbo>
5. Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Travin A.K., Shur M.L. *Sovremennye podkhody k modelirovaniyu turbulentnosti: ucheb. posobie* (Modern Approaches to Turbulence Modeling: Textbook. Manual). St. Petersburg: Izd-vo Politekhn. un-ta Publ., 2016, 234 p. (in Russ.).
6. Ali L., Mohammed H., Kamel H. The Number of Blade Effects on the Performance of a Mixed Turbine Rotor. *Engineering review*, 2017, no. 37 (3), pp. 349–360.
7. Zhang J., Zangeneh M. A 3D Inverse Design based Multidisciplinary Optimization on the Radial and Mixed-Inflow Turbines for Turbochargers. *11th International Conference on Turbochargers and Turbocharging*, London, 2014, pp. 399–410. DOI: 10.1533/978081000342.399

8. He P, Sun Z, Zhang H, Chen H, Tan C. Investigation of Clearance Flows in Deeply Scalloped Radial Turbines. *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 2012, Vol. 226, Iss. 8, pp. 951–962. DOI: 10.1177/0957650912460361.
9. Zhang J., Zangeneh M. Multidisciplinary and Multi-Point Optimization of Radial and Mixed-Inflow Turbines for Turbochargers using 3D Inverse Design Method. *14th Int. Conference on Turbochargers and Turbocharging*, 2020, pp. 263–277. DOI: 10.1201/9781003132172-19
10. Yang H., Li Q., Hu L. Design of a Radial Turbine for Wastegated Turbocharger. *International Journal of Fluid Mechanics & Thermal Sciences*, 2020, Vol. 6, Iss. 1, pp. 19–26. DOI: 10.11648/j.ijfmts.20200601.13
11. Zhu C, Zhuge W, Zhang Y. Flow Characteristics and Loss Models of the Transonic Radial Turbine. *Applied Sciences*, 2022, Vol. 12, no. 5, p. 2453. DOI: 10.3390/app12052453
12. NUMECA Theoretical manual FINE/Turbo v 13.1. – Brussels: NUMECA International, 2018, 230 p.
13. Chelabi M., Kamel H., Basova Y. Analysis of Three-Dimensional Accelerating Flow in a Mixed Turbine Rotor. *Journal of Engineering Sciences*, 2021, no. 8 (2), 7 p.
14. Han Z., Jia X., Li P. Improved Thermodynamic and Aerodynamic Design Method and Off-Design Performance Analysis of a Radial Inflow Turbine for ORC System. *International Journal of Energy Research*, 2019, no. 43, 13 p. DOI: 10.1002/er.4830
15. Ketata A., Driss Z. Numerical Study of a Vanned Mixed Flow Turbine Operating in Various Steady Flow Conditions. *International Journal of Mechanics and Applications*, 2017, Vol. 7, Iss. 1, pp. 24–30. DOI: 10.5923/j.mechanics.20170701.03
16. Leonard T, Spence S, Filsinger D, Starke A. Design and Performance Analysis of Mixed Flow Turbine Rotors with Extended Blade Chord. *Proc. ASME Turbo Expo 2019: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Volume 2B: Turbomachinery. Phoenix, Arizona, USA. June 17–21, 2019. V02BT44A006. ASME. DOI: 10.1115/GT2019-90389
17. NUMECA User manual FINE/Turbo v 13.1. Brussels: NUMECA International, 2018, 652 p.
18. Giles, M.B. Non-Reflecting Boundary Conditions for the Euler Equations. Technical report TR-88-1, MIT Computational Fluid Dynamics Laboratory, 1988, 47 p.
19. <https://www.numeca.de/en/case-studies-conjugate-heat-transfer/>
20. Muraveyko A.S., Voroshnin D.V. Vliyanie uchetya teploobmena pri raschetyakh tsentrobezhnogo kompressora na sily i momenty (The effect of heat transfer accounting in the calculations of a centrifugal compressor on forces and torques). *5 mezhdunarodnaya konferentsiya pol'zovatelyey programmnnykh produktov NUMECA i Concepts NREC* (5th International NUMECA and Concepts NREC Software Users Conference), St. Petersburg, 2019, 19 p. (in Russ.).
21. Khazov D.E., Korobanova N.A., Baldina E.A. Thermal State Modelling of the Centrifugal Compressor Impeller of Auxiliary Power Unit. Proc. *10th Russian Conference “Computational Experiment in Aeroacoustics and Aerodynamics”* (September 16–21, 2024, Svetlogorsk), Svetlogorsk, 2024, pp. 455–457. (in Russ.).
22. Sharoglazov B.A., Mashkov O.G., Martynov A.A. Evaluation of Turbocharging Unit Parameters in a Piston Vehicle Engine Through Motorless Tests. *Transport Urala*, 2015, no. 3(46), pp. 74–78. (in Russ.).

Received January 10, 2026

Information about the author

Martynov Andrey Anatolyevich is Head of the Department of Strength and Gas Dynamic Calculations, JSC SKB Turbina, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: a.martynov@skb-turbina.ru.