

# ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА УГОЛЬНЫЕ ПЛАСТЫ

**И.Е. Шиповский**

Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова РАН,  
г. Москва, Российская Федерация  
E-mail: iv\_ev@mail.ru

**Аннотация.** Представлен гибридный метод моделирования, объединяющий метод сглаженных частиц (SPH) и метод конечных элементов (FEM) для исследования динамических геомеханических процессов: взрывного разрушения, газодинамических выбросов и гравитационных смещений. Показана эффективность модели при моделировании больших деформаций геосреды и анализе возбуждения энергетического состояния газонасыщенных угольных пластов. Выделены два этапа разрушения: динамическое разрушение под воздействием волн напряжения и квазистатическое – под воздействием десорбированных газов и детонационных продуктов. Учитывается влияние горизонтальной составляющей напряжения на эффективность взрывов. Внедрена концепция брахистохроны – кривой быстрой спуска, – численно самоорганизующейся при моделировании гравитационных сдвигов без априорного задания концентраторов. Модель позволяет прогнозировать потенциальные поверхности обрушения, устойчивость склонов карьеров и хвостохранилищ, а также оптимизировать параметры взрывных работ. Приведены результаты численного моделирования, обсуждены практические рекомендации по оптимизации буровзрывных работ. Работа подтверждена верификацией и может применяться в инженерной практике.

*Ключевые слова:* модифицированный метод сглаженных частиц (SPH); гибридная расчетная модель; выбросы угля и газа; брахистохрона.

## Введение

Решение задач прогнозирования и управления динамическими явлениями в газонасыщенных угольных пластах требует применения эффективных численных методов, способных учитывать сложное взаимодействие механических, газодинамических и геометрических факторов. Классические сеточные методы (МКЭ) не обеспечивают достаточной точности при моделировании процессов с большими деформациями и разрушениями. Метод сглаженных частиц (SPH) [1] в силу своей бессеточной природы обеспечивает возможность корректного описания больших деформаций геосреды разрушения, разделения материала, сдвигов и последующего переноса вещества, что особенно важно при рассмотрении процессов взрыва, выброса угля и газа, а также гравитационного сдвига.

В работе реализован подход, объединяющий SPH с возможностями сеточного метода конечных элементов (FEM), что позволило повысить точность моделирования в зонах контактов, на границах расчётной области и при учёте граничных условий. Численная модель верифицирована на экспериментальных данных и полевых наблюдениях, демонстрируя высокий уровень адекватности.

## 1. Упругопластическая геомеханическая модель с повреждениями. Уравнения механики сплошной среды

Математическая модель основана на гиперболической квазилинейной системе уравнений механики сплошной среды [2–4]:

$$\rho \dot{v} + \rho \nabla \cdot v = 0, \quad (1)$$

$$\rho \cdot dv / dt = \nabla \cdot \sigma + \rho g, \quad (2)$$

$$\rho \cdot dE / dt = \sigma : \nabla v - \nabla \cdot q + r, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность,  $v$  – вектор скорости,  $\sigma$  – тензор напряжений,  $E$  – полная энергия,  $g$  – ускорение свободного падения,  $q$  – вектор теплового потока,  $r$  – источник энергии.

**Кинематические соотношения.** Скорость деформации определяется как

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i). \quad (4)$$

Общий тензор деформаций:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (5)$$

**Упругий закон с повреждениями.** Обобщенный закон Гука с учетом повреждения  $D$ :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (1-D) * \varepsilon_{kl}^e, \quad (6)$$

где  $C_{ijkl}$  – символ Кристоффеля.

В физико-математическом смысле  $C_{ijkl}$  характеризует реакцию материала на произвольные деформации: его компоненты описывают отношения «напряжение–деформация» в различных направлениях и плоскостях.

**Критерий текучести Друкера–Прагера–Николаевского.** Для описания нелинейного поведения материала используется критерий текучести, основанный на модифицированной модели Друкера–Прагера [2] с добавлением механизма накопления повреждений по Николаевскому [3, 4]. Поверхность текучести при этом

$$(\sigma, D) = \sqrt{J_2} + \alpha \cdot I_1 - k(D) \leq 0, \quad (7)$$

где  $J^2 = 1/2 s_{ij} s_{ij}$  – второй инвариант тензора напряжений,  $I_1 = \text{tr}(\sigma_{ij})$  – первый инвариант тензора напряжений,  $s_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3 \sigma_{kk} \delta_{ij}$  – девиатор тензора напряжений,  $\alpha$  – параметр внутреннего трения,  $k(D) = k_0(1-D)$  – функция прочности, зависящая от накопленного повреждения  $D$ .

**Неассоциированный закон пластического течения.** Пластическая часть тензора деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \partial g(\sigma_{ij}) / \partial \sigma_{ij}, \text{ при } G \neq f. \quad (8)$$

Пример потенциала пластического течения:

$$G(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} + \beta I_1, \text{ где } \beta \neq \alpha, \quad (9)$$

где  $G$  – функция пластического потенциала, отличающаяся от функции текучести  $f$ , что учитывает неассоциированный характер течения.

**Эволюция повреждений.** Повреждение  $D$  накапливается по закону:

$$\dot{D} = \gamma \sqrt{2/3 \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}, \quad (10)$$

где  $\gamma$  – коэффициент повреждаемости.

**Реализация гибридной схемы SPH–FEM.** На этапе моделирования используется SPH-дискретизация [1], обеспечивающая устойчивость при больших деформациях и разрушениях. На участках, где необходима точная аппроксимация границ, вводится сеточная дискретизация FEM.

Аппроксимации сглаживания для SPH-частиц определяются формулой

$$A(r) \approx \Sigma (m_b / \rho_b) A_b W(r - r_b, h), \quad (11)$$

где  $A_b$  – значение переменной для частицы  $b$ ,  $W$  – сглаживающая функция (ядро),  $h$  – радиус сглаживания,  $m_b$ ,  $\rho_b$  – масса и плотность частицы  $b$ .

Взаимодействие между FEM и SPH областями реализуется через переходные узлы с контролем градиентов и контактных усилий, что обеспечивает непрерывность деформационного поля.

## 2. Механизм разрушения угольного пласта под воздействием взрывной нагрузки

Развитие разрушения газонасыщенных угольных пластов в условиях взрывного воздействия представляет собой сложный двухэтапный процесс, включающий динамическую и квазистатическую фазы [5]. Численные исследования, выполненные с использованием модифицированной SPH–FEM-модели, показали, что начальный этап обусловлен действием короткоимпульсных волн напряжений, формируемых в результате взрыва.

**Динамическое разрушение.** На первом этапе инициируется волновой фронт, распространяющийся в породе со скоростью звука. В зонах высоких градиентов напряжений происходит локализация деформаций, превышающих предел текучести. Формируются зоны растяжения и сдвига, в которых начинается накопление пластических деформаций и повреждений.

При выполнении критерия текучести (7) реализуется переход материала в неупругую фазу с ростом повреждений. На этом этапе преобладает эффект механического разрушения за счёт действия внешних нагрузок.

**Квазистатическое разрушение.** В газонасыщенной геосреде значительная часть газа содержится не только в порах, но и находится в связанном (адсорбированном) состоянии на поверхности частиц породы. В результате релаксации волновой нагрузки формируется зона формирования пониженного давления – зона разрушения породы. После первичного быстротекущего релаксационного этапа наступает вторая фаза, когда начинает доминировать газодинамический компонент:

Продукты детонации и высвобождающиеся (десорбированные) газы начинают расширяться и выводиться из разрушенного газонасыщенного пласта.

Процесс фильтрации этих газов в зону разрушения хорошо описывается законом Дарси.

В общем виде закон Дарси для однородного изотропного пласта в дифференциальной форме выражается следующим уравнением:

$$q = -k / \mu \nabla P, \quad (12)$$

где  $q$  – вектор фильтрационного расхода (объем газа, проходящий через единичную площадь за единицу времени);  $k$  – коэффициент проницаемости породы;  $\mu$  – динамическая вязкость газа;  $\nabla P$  – градиент давления.

В результате волнового или детонационного воздействия на газонасыщенный пласт начинается процесс интенсивной десорбции. После первичного выброса продуктов детонации дальнейшее выделение газа и его продвижение к зоне разрушения происходит согласно закону Дарси.

Этот процесс сопровождается:

- дополнительным ростом порового давления;
- расширением уже сформированных микротрещин;
- активной сорбцией/десорбцией метана;
- возможным формированием вторичных сейсмических микрособытий.

Таким образом, происходит подготовка необходимых условий возникновения опасного геодинамического явления за счет накопления повреждений и развития трещин с возможным последующим выбросом газоугольной смеси, что типично для выбросоопасных пластов.

**Модельная интерпретация.** Используемая модель позволяет идентифицировать критические зоны до наступления катастрофического разрушения. Это возможно за счёт:

- слежения за локальными пиками параметра  $D$ ;
- анализа скорости нарастания пластических деформаций  $\dot{\varepsilon}_i^P$ .

Результаты моделирования дают основания полагать, что своевременное возбуждение пластов в контролируемых условиях (например, при управляемых взрывах) может быть использовано как элемент превентивной безопасности при подземных работах.

### 3. Возбуждение энергетического состояния и условия выброса

**Физическая суть возбуждения.** Газонасыщенные угольные пласты находятся в метастабильном состоянии, обусловленном одновременно высоким внутренним давлением сорбированного метана и удерживающими напряжениями массива. В таком состоянии даже незначительное внешнее возмущение может привести к лавинообразному высвобождению накопленной энергии и переходу системы к неустойчивому режиму.

Под возбуждением энергетического состояния понимается комплекс процессов, при которых в результате внешнего воздействия (например, взрыва, бурения или обрушения) происходит:

- перераспределение напряжений;
- резкое локальное снижение несущей способности породы;
- увеличение газонасыщенности в локальных зонах (десорбция).

**Численная идентификация возбуждения.** В рамках реализованной SPH-FEM-модели [6, 7] возбуждение энергетического состояния проявляется в:

- росте параметра поврежденности  $D$  выше критического значения  $D_{pk} \approx 0,7$ ;
- локальной активации пластических деформаций  $\varepsilon_{ij}^p$  в сопряженных зонах.

**Условия реализации выброса.** Для возникновения выброса должны одновременно выполняться следующие условия:

- 1) достаточный энергетический потенциал пласта:

$$E_{\text{coal}} = E_{\text{gas}} + E_{\text{elastic}} > E_{\text{diss}}, \quad (13)$$

где  $E_{\text{gas}}$  – энергия десорбированного газа;  $E_{\text{elastic}}$  – накопленная упругая энергия;  $E_{\text{diss}}$  – энергия, необходимая для разрушения массива и преодоления трения;

- 2) наличие дефектных зон или концентраторов напряжений;
- 3) импульсное возбуждение внешним фактором (рис. 1, а);
- 4) переход материала в режим нестабильного разрушения (рис. 1, б).

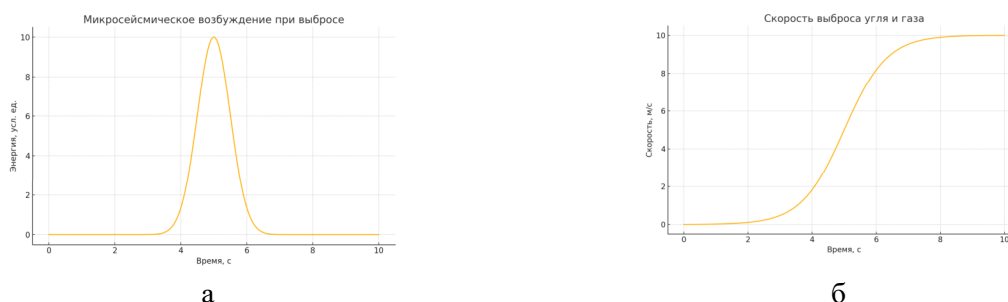


Рис. 1. Подготовка выброса

**Практические аспекты диагностики.** На практике идентификация условий возбуждения осуществляется по совокупности:

- анализа распределения параметра повреждений (рис. 2, а);
- регистрации микросейсмических событий (рис. 2, б);
- отслеживания газовыделения и давления в буровых скважинах (рис. 2, в).

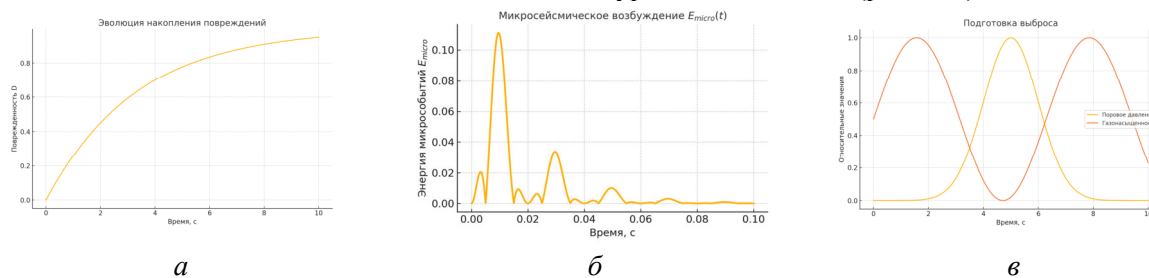


Рис. 2. Осуществление условий возбуждения

На рис. 3 представлены результаты расчета проявления внезапного выброса угля и газа в выработку.

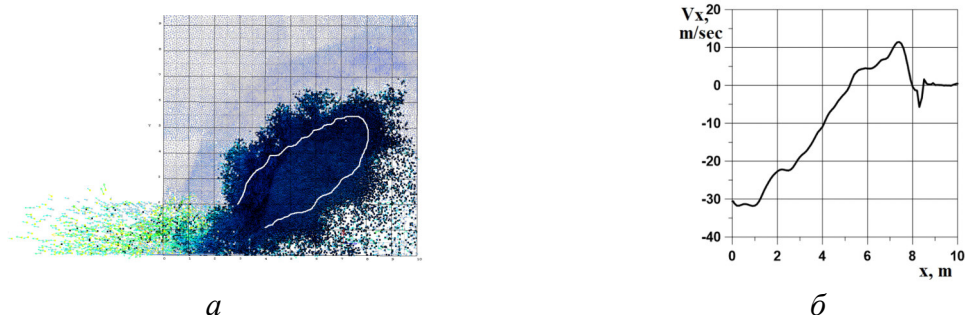


Рис. 3. Карта вероятности выброса: а – расчетная картина выброса в полость выработки активированного взрывными работами газонасыщенного угольного пласта, склонного к опасным геодинамическим явлениям; б – распределение горизонтальной скорости потока выброса газоугольной массы в выработку

Результаты моделирования позволяют формировать карты вероятности выброса (рис. 3), которые включаются в системы прогноза и обеспечения безопасности при разработке выбросоопасных угольных пластов.

#### 4. Влияние напряжённого состояния и оптимизация параметров буровзрывных работ

Эффективность взрывных работ в условиях подземной разработки угольных месторождений определяется не только характеристиками заряда, но и напряжённым состоянием массива. Пренебрежение природным полем напряжений может привести к неоптимальному использованию энергии взрыва и увеличению риска неконтролируемых выбросов.

Многочисленные полевые исследования и численное моделирование [8, 9] подтверждают, что горизонтальная составляющая естественного напряжённого состояния  $\sigma_H$  играет критическую роль в перераспределении энергии взрыва. При высоком уровне горизонтального сжатия ( $\sigma_H \gg \sigma_V$ ) наблюдается ограничение распространения трещин в вертикальном направлении ( $\sigma_V$ ) и усиление разрушения в плоскости пласта.

Рис. 4 представляет результаты численного моделирования действия продуктов детонации (ПД) скважинных зарядов при горных работах и влияние горного давления на характер разрушений.

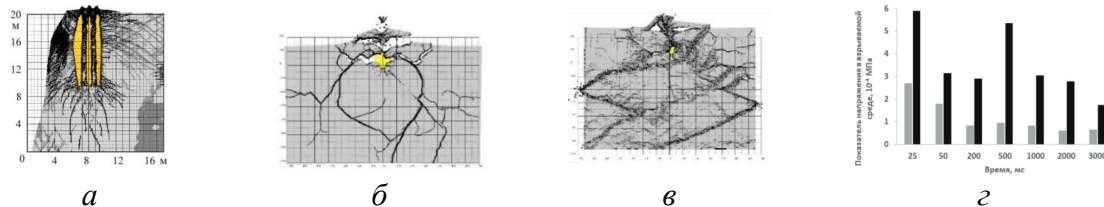


Рис. 4. Численное моделирование действия ПД: а – последствия взрывного воздействия на массив при одновременном инициировании скважинных зарядов; б – локализация трещин при отсутствии внешнего давления; в – при воздействии внешнего давления и энергии взрыва; г – показатель напряженности массива пород под воздействием энергии взрыва при отсутствии внешнего давления (1) и его наличии (2) [8, 9]

Параметр влияния горизонтальных напряжений можно охарактеризовать коэффициентом напряжённого состояния:

$$K = \sigma_H / \sigma_V . \quad (14)$$

При  $K > 1,5$  происходит перераспределение энергии взрыва преимущественно в плоскости слоя, способствуя более широкому развитию зоны разрушения. Это следует учитывать при проектировании сетки скважин и дозировании зарядов.

Результаты численного моделирования показали, что при одинаковой суммарной энергоёмкости заряда изменение расстояний между зарядными скважинами и глубины их закладки может существенно повлиять на структуру повреждений и границы зоны разрушения.

Для оптимизации используются следующие критерии: максимальная ширина разрушенной зоны, минимальное вторичное уплотнение массива, предотвращение коалесценции трещин, ведущей к выбросам.

Оптимальное расстояние между зарядными скважинами  $L_{opt}$  зависит от мощности заряда  $Q$ , глубины заложения и коэффициента напряжённого состояния:

$$L_{opt} = C \cdot Q^{1/3} \cdot (\sigma_V / \sigma_H)^\alpha , \quad (15)$$

где  $C, \alpha$  – эмпирические коэффициенты, определяемые по результатам моделирования и полевых испытаний.

С учётом результатов анализа предложены следующие рекомендации: при наличии выраженной горизонтальной компоненты напряжения использовать направленные заряды с преференциальным разрушением в плоскости пласта; регулировать глубину заложения зарядов в зависимости от положения нейтральной зоны напряжений; проводить предварительный расчёт распределения трещин на основе SPH-моделирования для уточнения схемы расположения скважин.

Таким образом, учёт напряжённого состояния массива позволяет существенно повысить эффективность взрывных работ, снизить риск выбросов и сократить объём неконтролируемого разрушения.

## 5. Моделирование гравитационного сдвига и обрушения откосов и бортов карьеров на основе численного формирования кривой сдвига в виде брахистохроны

Гравитационные сдвиги и обрушения склонов карьеров, уступов и бортов являются одной из наиболее опасных форм разрушения в горной практике. Традиционные подходы к оценке таких процессов опираются на предположение о наличии априорно заданных поверхностей скольжения, как правило, в виде дуги окружности или плоскости. Однако это ограничивает возможности прогнозирования в условиях неоднородной геосреды и сложного напряжённого состояния.

Для преодоления указанных ограничений в настоящем исследовании предложено [10] использовать геометрически обоснованную поверхность скольжения в форме брахистохроны – кривой наибыстрейшего спуска, которая наиболее точно, как показали расчеты (рис. 5), соответствует характерному сечению поверхности сдвига горной массы при нарушении устойчивости склонов и бортов карьеров. Концепция заимствована из вариационной механики и опирается на принцип Ферма траектория движения массы под действием силы тяжести между двумя заданными точками такая, при которой время движения минимально, является брахистохроной.

Параметрические уравнения брахистохроны в прямоугольной системе координат имеют вид (рис. 5, а):

$$x(\theta) = a(\theta - \sin \theta), y(\theta) = a(1 - \cos \theta), \theta \in [0, \theta_{\max}], \quad (16)$$

где  $a$  – параметр, определяющий масштаб кривой;  $\theta$  – параметр траектории;  $\theta_{\max}$  – угол, задающий конечную точку спуска.

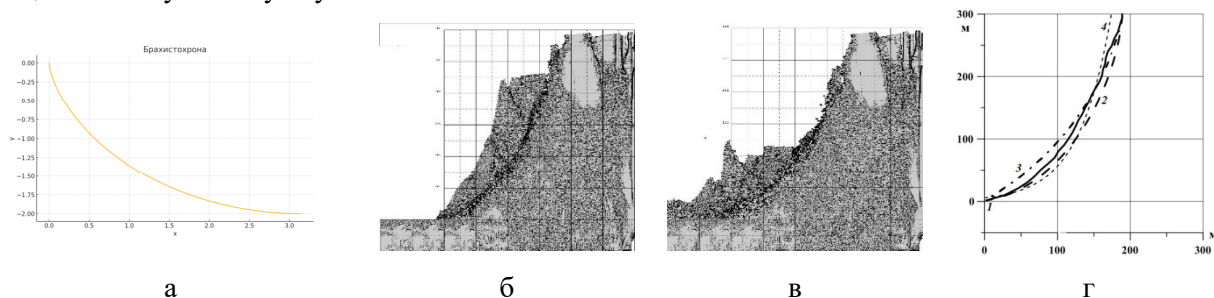


Рис. 5. Кривая сдвижения горной массы, полученная SPH расчетом: а – вид брахистохроны (г-сплошная); приближение линии сдвижения (б, в) аналитическими функциями (г): 1 – оцифровка сформировавшейся при компьютерном моделировании линии сдвижения горной массы; 2 – брахистохрона; 3 – дуга окружности; 4 – экспонента

В контексте геомеханических задач брахистохрона рассматривается как потенциальная поверхность разрушения, которая возникает не в силу геометрических предпосылок, а как следствие минимального времени деформационного перехода геомассива в неустойчивое состояние.

Преимуществами такого подхода являются: отсутствие необходимости в априорном задании концентраторов напряжений; возможность описания траектории разрушения в неоднородных и анизотропных массивах; формализованная связь с напряжённым состоянием, силами тяжести и геометрией откоса.

В модели реализован расчёт гравитационного сдвига с использованием поверхности брахистохроны как подвижной границы разрушения. При этом учитывается перераспределение веса массива, изменение напряжённого состояния и накопление повреждений. В результате моделирования получена динамика откольного сдвига, соответствующая наблюдаемым обрушениям в карьерах глубиной 120–250 м [10, 11].

При этом наиболее важные результаты включают: формирование зоны скольжения вдоль поверхности, близкой к брахистохроне; смещение центра масс срезаемого блока; образование зон интенсивного растяжения в нижней части уступа.

### Заключение

В статье представлена гибридная численная методика моделирования динамических геомеханических процессов в угольных пластах, основанная на сочетании метода сглаженных частиц (SPH) и метода конечных элементов (FEM). Разработанная модель позволяет адекватно описывать поведение газонасыщенной среды при взрывном воздействии, включая:

- формирование первичных и вторичных зон разрушения;
- возбуждение энергетического состояния угольного пласта;

- моделирование динамических выбросов угля и газа;
- учёт влияния напряжённого состояния массива на эффективность взрывных работ;
- построение моделей гравитационного сдвига на основе брахистохроны.

Ключевым результатом является подтверждение роли волновых процессов в инициации разрушения и определение условий перехода к выбросоопасному состоянию. Методика позволяет не только моделировать большие реальные деформации геосреды, предсказывать развитие разрушений, но и оптимизировать параметры зарядов и конфигурацию взрывных сеток с учётом природного напряжённого поля.

Математическая постановка на базе уравнений сплошной среды, дополненная неассоциированным законом пластического течения и механизмом накопления повреждений, обеспечила высокую точность численного моделирования и возможность практического применения при проектировании горных работ в сложных геотехнических ситуациях с большими деформациями геосреды.

Работа выполнена в ИПКОН РАН в рамках научно-исследовательских программ по темам FMMS-2024-0007; FMMS-2024-0008.

### Литература

1. Шиповский, И.Е. Расчет хрупкого разрушения горной породы с использованием бессеточного метода / И.Е. Шиповский. – Научный вестник НГУ. – 2015. – Вып. 1(145). – С. 76–82.
2. Drucker, D.C. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design / D.C. Drucker, W. Prager // Quarterly of Applied Mathematics. – 1952. – Vol. 10. – P. 157–165.
3. Nikolaevsky, V.N. Constitutive Equations of Plastic Flow of Deforming Granular Materials / V.N. Nikolaevsky // Prikl. Math and Mekh. – 1971. – Vol. 35. – P. 1070–1082.
4. Stefanov, Y.P. Numerical Modeling of Deformation and Failure of Sandstone Specimens / Y.P. Stefanov // Journal of Mining Science. – 2008. – Vol. 44. – P. 64–72.
5. Одинцев, В.Н. Моделирование влияния взрывного воздействия на газодинамическое состояние пачки выбросоопасного угля / В.Н. Одинцев, И.Е. Шиповский // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2019. – № 4. – С. 46–57.
6. Трофимов, В.А. Численное моделирование внезапного выброса угля и газа / В.А. Трофимов, И.Е. Шиповский // XIII Всероссийский Съезд по теоретической и прикладной механике: сборник тезисов докладов, СПб, 21–25 августа 2023 года. – СПб: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2023. – С. 750–752.
7. Modeling of Rockburst during Underground Blasting Working of Coal Seam / I.E. Shipovskii, V.A. Trofimov, I.N. Lapikov, F.S. Belousov // AIP conference proceedings: Numerical Methods for Solving Problems in the Theory of Elasticity and Plasticity (EPPS 2021), Krasnoyarsk, 05–09 июля 2021 года. Vol. 2448. – Krasnoyarsk, 2021. – P. 020022.
8. Ефремовцев, Н.Н. К вопросу оценки методом сглаженных частиц влияния на дробящее действие взрыва внешнего давления и трещиноватости массива / Н.Н. Ефремовцев, И.Е. Шиповский // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2023. – № 12-2. – С. 170–182.
9. Trofimov, V.A. Features and Some Results of the SPH Method Application for Assessing the Factors of Explosion Action / V.A. Trofimov, N.N. Efremovtsev, I.E. Shipovskii // Russ. Phys. J. – 2024. – Vol. 67, no. 9. – P. 1428–1433.
10. Numerical Approach to Computer Simulation of Landslide Events / I.E. Shipovskii, V.A. Trofimov, O.N. Malinnikova, W.J. Xu // AIP Conf Proc. – 2019. – Vol. 2167, Iss. 1. – 020329.
11. Моделирование влияния пульпообразных масс в толще отвала на динамику развития оползневых зон / В.Н. Захаров, О.Н. Малинникова, В.А. Трофимов, И.Е. Шиповский // Известия ТулГУ. Науки о Земле. – 2020. – Вып. 1. – С. 359–375.

Поступила в редакцию 19 сентября 2025 г.

### Сведения об авторе

Шиповский Иван Евгеньевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: iv\_ev@mail.ru.

**A HYBRID MODEL OF LARGE DEFORMATIONS UNDER DYNAMIC IMPACT  
ON COAL SEAMS****I.E. Shipovskii***Institute of Comprehensive Exploitation of Mineral Resources Russian Academy of Sciences,  
Moscow, Russian Federation  
E-mail: iv\_ev@mail.ru*

Abstract. This article presents a hybrid modeling approach combining the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method with the Finite Element Method (FEM) to investigate dynamic geomechanical processes, including explosive fracturing, gas-dynamic outbursts, and gravity-induced displacements. The model is shown to be highly efficient in simulating large-scale deformations of rock masses and analyzing energy-state activation in gas-saturated coal seams. The authors identify two distinct failure phases, including dynamic fracturing caused by stress wave propagation and quasi-static damage driven by desorbed gases and detonation products. They also consider the influence of the horizontal stress component on explosion efficiency and introduce the concept of a brachistochrone – the curve of fastest descent – as a deformation trajectory in gravitational shifts. It allows predicting failure surfaces without predefined stress concentrators. The model predicts collapse zones and slope stability in open-pit mines and tailings dams, as well as optimizes blasting parameters. Numerical modeling results are discussed along with practical recommendations for drilling and blasting optimization. The methodology has been verified and is suitable for engineering applications.

*Keywords: Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method; geomechanics; outburst; coal seam; failure; brachistochrone.*

**References**

1. Shipovskii I.E. Raschet khrupkogo razrusheniya gornoy porody s ispol'zovaniem bessetchnogo metoda (Calculation of Brittle Fracture of Rock using a Grid-Free Method). *Nauchnyy vestnik NGU*, 2015, Iss. 1(145), pp. 76–82. (in Russ.).
2. Drucker D.C., Prager W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1952, Vol. 10, pp. 157–165.
3. Nikolaevsky V.N. Constitutive Equations for Plastic Deformation of Granular media. *Prikl. Math and Mekh.*, 1971, Vol. 35, pp. 1070–1082.
4. Stefanov Y.P. Numerical Modeling of Deformation and Failure of Sandstone Specimens. *Journal of Mining Science*, 2008, Vol. 44, pp. 64–72. DOI: 10.1007/s10913-008-0006-1
5. Odintsev V.N., Shipovskii I.E. Modelirovanie vliyaniya vzryvnogo vozdeystviya na gazo-dinamicheskoe sostoyanie pachki vybrosoopasnogo uglya (Modeling of the Impact of an Explosive Impact on the Gas-Dynamic State of a Pack of Explosive Coal). *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh*, 2019, no. 4, pp. 46–57. DOI: 10.15372/FTPRPI20190406
6. Trofimov V.A., Shipovskii I.E. Chislennoe modelirovanie vnezapnogo vybrosa uglya i gaza (Numerical Simulation of Sudden Emission of Coal and Gas). *XIII Vserossiyskiy S"ezd po teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike: Sbornik tezisev dokladov. V 4-kh tomakh, Sankt-Peterburg, 21–25 avgusta 2023 goda* (XIII All-Russian Congress on Theoretical and Applied Mechanics: Collection of abstracts. In 4 volumes, St. Petersburg, August 21–25, 2023). St. Petersburg: Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2023, pp. 750–752. (in Russ.).
7. Shipovskii I.E., Trofimov V.A., Lapikov I.N., Belousov F.S. Modeling of Rockburst during Underground Blasting Working of Coal Seam. *Proc. AIP conference "Numerical Methods for Solving Problems in the Theory of Elasticity and Plasticity" (EPPS 2021)*, Krasnoyarsk, July 5–9, 2021. Vol. 2448, Krasnoyarsk, 2021, p. 020022. DOI 10.1063/5.0073302.

8. Efremovtsev N. N., Shipovskii I. E. To Issue of Evaluation of the Influence of External Pressure and Broken Condition of a Massif on the Blast Shattering Effect by the Smoothed Particle Hydrodynamics Method. *MIAB. Mining Inf. Anal. Bull.*, 2023, no. 12-1, pp. 170–182. (in Russ.). DOI: 10.25018/0236\_1493\_2023\_122\_0\_170.

9. Trofimov V.A., Efremovtsev N.N., Shipovskii I.E. Features and Some Results of the SPH Method Application for Assessing the Factors of Explosion Action. *Russ Phys J*, 2024, Vol. 67, no. 9, pp. 1428–1433. DOI: 10.1007/s11182-024-03264-4

10. Shipovskii I.E., Trofimov V.A., Malinnikova O.N., Xu W.J. Numerical Approach to Computer Simulation of Landslide Events. *AIP Conf Proc.*, 2019, Vol. 2167, Iss. 1, 020329. DOI: 10.1063/1.5132196.

11. Zakharov V.N., Malinnikova O.N., Trofimov V.A., Shipovskii I.E. Modeling the Influence of Pulp Masses in Dump Massif on the Dynamics of Landslide Zones Development. *Izv. Tul. gos. un-ta. Nauki o Zemle*, 2020, Iss. 1, pp. 359–375. (in Russ.). DOI: 10.46689/2218-5194-2020-1-1-359-375.

*Received September 19, 2025*

### Information about the author

Shipovskii Ivan Evgen'evich is Cand. Sc. (Engineering), Senior Staff Scientist, Institute of Comprehensive Exploitation of Mineral Resources Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, e-mail: iv\_ev@mail.ru.