

ОПТИМИЗАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ В ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ХОНГА–ОУ–МАНДЕЛЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИИ ФИШЕРА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Д.А. Куц, В.Л. Ушаков, М.С. Подошведов, Ю.Н. Столяров, С.А. Подошведов

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: kutcda@susu.ru

Аннотация. Рассматривается проблема оптимального выбора рабочей точки датчика, построенного на основе интерферометра Хонга–Оу–Манделя (ХОМ) с коллинеарным вырожденным синхронизмом второго типа. Экспериментальные данные о числе совпадений с датчиков одиночных фотонов сравниваются с моделью, построенной на основе приближения, в котором спектральная амплитуда бифотонного поля моделируется бигауссовой функцией. Оценка погрешности определения времени задержки в ХОМ-интерферометре производится на основе границы Крамера–Рао. Для модели интерферометра были вычислены времена задержки, соответствующие минимальной абсолютной и минимальной относительной погрешности. Оказалось, что данные задержки соответствуют областям, в которых расхождение между моделью и экспериментально измеренным числом совпадений составляет порядка 2–3 %. Таким образом, при выборе рабочей точки датчика необходим дополнительный учет отклонения модельной функции числа совпадений от экспериментально наблюдаемой.

Ключевые слова: классическая информация Фишера; оценка параметра; интерферометр Хонга–Оу–Манделя; спонтанное параметрическое рассеяние света.

Введение

Последние два десятилетия можно отметить рост приложений эффекта Хонга–Оу–Манделя (ХОМ) [1] в оптической квантовой метрологии [2]. Установки на основе данного эффекта используются для измерения смещения (достигнуто разрешение 1,26 нм [3]), угловой скорости (минимально регистрируемая скорость вращения порядка 3 мРад/с [4]), регистрации колебаний с малой амплитудой (колебания оптической задержки порядка 0,4 мкм [5]), регистрации малых изменений показателя преломления среды (вплоть до изменений на величины $\sim 10^{-6}$ [6]), измерения направления линейной поляризации (с разрешением 0,01 градуса [7]).

Измерения, проводимые с использованием интерферометра Хонга–Оу–Манделя, являются косвенными: о значении физической величины (смещения, угловой скорости, температуры и т. д.) судят по разнице времени прибытия τ на делитель пучка двух фотонов (образованных в ходе параметрического рассеяния света в нелинейном кристалле), которая, в свою очередь, оценивается по данным со счетчика совпадений. Счетчик совпадений измеряет число одиночных и двойных срабатываний однофотонных детекторов (см. схему на рис. 1) в заданном интервале времени. Точность оценивания времени задержки по данным со счетчика совпадений зависит от величины самой задержки. В качестве положения рабочей точки датчика удобно выбрать такую величину задержки, которая обладает минимальной неопределенностью при оценивании ее по данным со счетчика совпадений.

В данной работе рассматриваются данные с ХОМ-интерферометра, построенного на синхронизме второго типа. Целью данной работы является разработка подхода для выбора рабочей точки ХОМ-датчика, основанная на экспериментальных данных со счетчика совпадений.

Оценка точности измерения времени задержки с использованием границы Крамера–Рао

Для определения верхней границы среднеквадратичного отклонения оценки времени задержки использовалась граница Крамера–Рао [5]:

$$\delta\tau_{CCR} = 1/\sqrt{NF_{CF}}, \quad (1)$$

где F_{CF} – классическая информация Фишера, которая была определена с помощью модели, предложенной в работе [8]. Согласно данной модели вероятности $P_0(\tau)$, $P_1(\tau)$ и $P_2(\tau)$ того, что соответственно не сработает ни один из детекторов, сработает только один детектор и сработают два детектора при задержке между прибытием фотонов, равной τ , определяются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} P_0(\tau) \\ P_1(\tau) \\ P_2(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu^2 & \nu^2 \\ 2\nu(1-\nu) & 1-\nu^2 \\ 1-2\nu(1-\nu)-\nu^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{cc}(\tau) \\ P_{ncc}(\tau) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где ν – вероятность потери фотона в интерферометре, величина $P_{cc}(\tau)$ – вероятность одновременного срабатывания двух детекторов в случае отсутствия потерь ($P_{ncc}(\tau) = 1 - P_{cc}(\tau)$), определяемая в случае второго типа синхронизма следующим выражением [9]:

$$P_{cc}(\tau) = \frac{1}{2} \left[1 - \alpha \exp \left(-\frac{(\Delta\omega)^2 \tau^2}{4} \right) \right], \quad (3)$$

где $\Delta\omega$ – ширина спектра бифотонного поля, а параметр α моделирует видность кривой совпадений. Для данной модели в работе [10] авторами данной статьи было получено выражение для классической информации Фишера:

$$F_{CF} = \frac{(1-\nu^2)\alpha^2(\Delta\omega)^4\tau^2 \exp \left(-\frac{(\Delta\omega)^2 \tau^2}{2} \right)}{4 \left[2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(1 - \alpha \exp \left(-\frac{(\Delta\omega)^2 \tau^2}{4} \right) \right) - \left(1 - \alpha \exp \left(-\frac{(\Delta\omega)^2 \tau^2}{4} \right) \right)^2 \right]}, \quad (4)$$

последнее выражение было использовано для нахождения времен задержек τ , обладающих минимальными относительной и абсолютной погрешностями. За величину абсолютной погрешности принималась верхняя граница среднеквадратичного отклонения τ согласно Крамера–Рао (1).

Получение и обработка экспериментальных данных

Экспериментальные данные были получены на установке, оптическая схема которой показана на рис. 1. В качестве накачки использовался гелий-кадмиевый лазер с длиной волны 325 нм. Излучение фокусировалось на 4 мм кристалле ВВО, вырезанном под второй тип синхронизма.

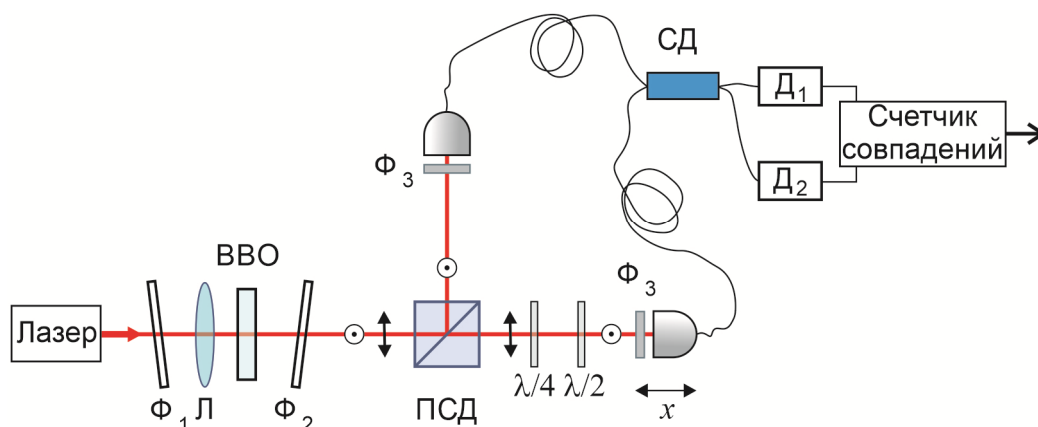


Рис. 1. Оптическая схема эксперимента: He-Cd лазер с длиной волны 325 нм (IK3501R-G, 50 мВт, Япония); Φ_1 – ультрафиолетовый фильтр (полоса пропускания 320–370 нм); Л – собирающая линза; вырезанный под второй тип синхронизма кристалл ВВО толщиной 4 мм (угол реза 55,2 град.); Φ_2 – UFM-зеркало (отражающее накачку, но пропускающее излучение 650 нм); ПСД – поляризационный светоделитель; Φ_3 – интерференционный фильтр на 650 нм (FWHM – 10 нм); $\lambda/4$ и $\lambda/2$ – четвертьволновая и полуволновая пластинки на 650 нм; одно из устройств ввода излучения в одномодовое волокно помещено на транслятор, смещение которого обозначено x ; СД – волоконный светоделитель; Д1, Д2 – детекторы одиночных фотонов (SPCM-AQRH-13, Excelitas Technologies, Канада; временное разрешение регистрации одиночных фотонов (джиттер) ~ 350 пс; квантовая эффективность ~ 70% при $\lambda = 650$ нм; мертвое время – 22 нс); счетчик совпадений (Qubitekk CC1, США), подсчитывающий совпадения сигналов от детекторов (временное окно – 3 нс) и одиночные срабатывания

Фильтр Φ_2 отсекал излучение накачки после кристалла. Далее сигнальная и холостая моды разделялись на поляризационном светоделителе и направлялись в устройства ввода в одномодовое волокно (4 мкм, $NA = 0,12$). Одно из устройств ввода в волокно располагалось на моторизированной подвижке, которая использовалась для изменения оптического пути одного из каналов интерферометра. Сигналы с лавинных однофотонных детекторов передавались на счетчик совпадения, размер временного окна равен 3 нс. Далее данные со счетчика передавались на компьютер. Число совпадений N_2^{exp} , зарегистрированное в эксперименте, в зависимости от положения подвижки показано на рис. 2. Экспозиция для каждого положения подвижки составляла 40 с.

По полученной экспериментально зависимости $N_2^{exp}(x)$ была построена модельная кривая $N_2^{fit}(x)$. Для этого по экспериментальным данным с помощью метода наименьших квадратов были определены коэффициенты C_1 , C_2 и C_3 для модельной кривой $N_2^{fit}(x)$:

$$N_2^{fit}(x) = C_1 \left(1 - C_2 \exp \left(-\frac{C_3^2 (x - x_0)^2}{4} \right) \right). \quad (5)$$

Сравнивая последнее выражение с получаемым из (2) выражением для $P_2(\tau)$:

$$P_2(\tau) = \frac{1}{2} (1 - \nu)^2 \left(1 - \alpha \exp \left(-\frac{(\Delta\omega)^2 \tau^2}{4} \right) \right), \quad (6)$$

можно определить величины α и $\Delta\omega$ ($\alpha = C_2 = 0,985$; $\Delta\omega = c \cdot C_3 = 12,45$ ТГц). Величина вероятности потери фотона в схеме интерферометра ν также была определена из описанной выше модели. Для этого были определены экспериментальные значения числа одиночных срабатываний N_1 (сумма одиночных срабатываний обоих детекторов) и числа совпадений N_2 вдали от «провала ХОМ», в этом случае из выражения (2) можно получить [8]:

$$\nu = (N_1 - N_2) / (N_1 + 3N_2), \quad (7)$$

для рассматриваемой оптической схемы получаем: $\nu = 0,849$ ($N_1 = 4\,009\,272$, $N_2 = 170\,367$).

После определения величин α , $\Delta\omega$ и ν , используя выражение (4) для классической информации Фишера F_{CF} , были определены положения точек A и C (см. рис. 2, а), отвечающих соответственно минимальной абсолютной и относительной погрешности для модельной системы (индексы L и R обозначают положение на левой и правой стороне «провала»). Точка B – это точка перегиба модельной функции $N_2^{fit}(x)$.

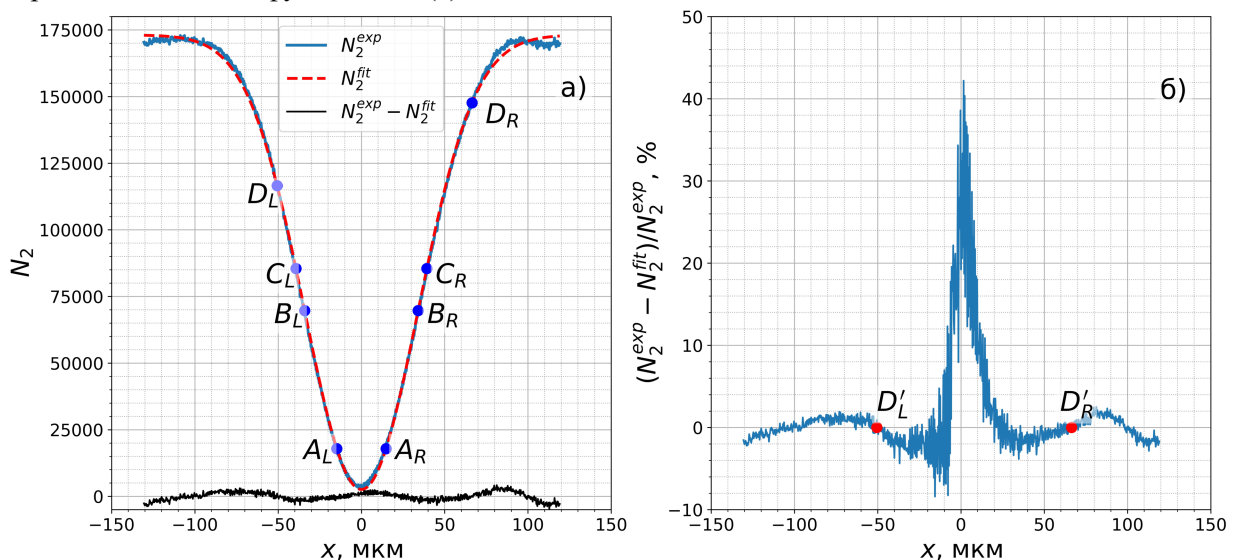


Рис. 2. а) Зависимость числа совпадений N_2^{exp} от положения подвижки, N_2^{fit} – интерполяция экспериментальных данных; т. А соответствует максимуму информации Фишера, т. В – точка перегиба функции N_2^{fit} , т. С – минимум относительной погрешности, точки D_L и D_R соответствуют минимальному отклонению числа совпадений N_2^{exp} от модели (N_2^{fit}); б) относительное отклонение числа совпадений от модельной кривой в зависимости от положения подвижки, на которой установлено устройство ввода излучения в волокно

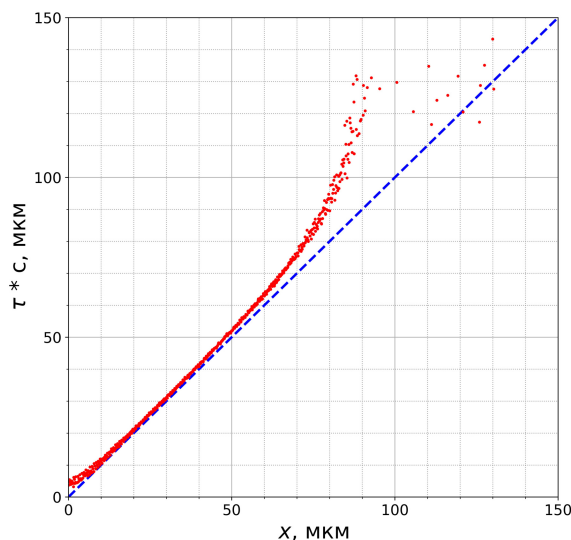


Рис. 3. Зависимость оценки смещения подвижки от величины смещения подвижки

На рис. 2, б приведено относительное отклонение модельной функции $N_2^{fit}(x)$ от экспериментально полученных данных. Можно видеть, что относительное отклонение модели вдали от положения минимума числа совпадений не превышает 3 %. В точках же максимума информации Фишера, которые расположены вблизи минимума функции числа совпадений, можно наблюдать высокое относительное отклонение модельной функции кривой совпадений от экспериментальной (см. рис. 2, б). На рис. 3 приведено сравнение оценки смещения, полученной в данном эксперименте с помощью описанной в [8] методики, с известным смещением механической подвижки, на которой было установлено устройство ввода излучения в волокно: отклонение оценки от величины смещения в интервале 15–50 мкм не превышает 3 мкм, а сам график на этом интервале имеет близкий к единице угловой коэффициент. Таким образом, оптимальным положением для выбора рабочей точки становится диапазон между точками D_L (отвечает минимуму отклонения модельной зависимости числа совпадений от экспериментальной) и C_L (минимум относительной погрешности). Для точки D_L величина границы Крамера–Рао согласно модели определится выражением

$$\delta x_{CCF} = 532,57 \text{ (мкм)} / N^{1/2}, \quad (8)$$

где N – число измерений.

Выводы

На примере экспериментальных данных, полученных на оптической схеме ХОМ-интерферометра с коллинеарным синхронизмом второго типа, рассмотрена проблема выбора положения рабочей точки датчика, обеспечивающей минимальную относительную погрешность оценки времени задержки (смещения). Показана необходимость учета отклонения модельной функции числа совпадений от экспериментально наблюдаемой.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-20063, <https://rscf.ru/en/project/24-22-20063/>.

Литература

1. Hong, C.K. Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference / C.K. Hong, Z.Y. Ou, L. Mandel // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 59, Iss. 18. – P. 2044–2046.
2. Квантовая оптическая метрология // А.П. Алуджанц, Д.В. Царёв, Д.А. Куц и др. // УФН. – 2024. – Т. 194, Вып. 7. – С. 711–739.
3. Fast Quantum Interferometry at the Nanometer and Attosecond Scales with Energy-Entangled Photons / C.P. Lualdi, S.J. Johnson, M. Vayninger *et al.* // Sci. Adv. – 2025. – Vol. 11, no. 21. – eadw4938.

4. Fiber-Optic Quantum Gyroscope Based on Hong–Ou–Mandel Interferometry / Y. Zhai, Z. Chen, Z. Pan *et al.* // Optics & Laser Technology – 2025. – Vol. 187, Iss. 10. – 112846.
5. Near-Video Frame Rate Quantum Sensing Using Hong–Ou–Mandel Interferometry / S. Singh, V. Kumar, V. Sharma *et al.* // Adv. Quantum Technol. – 2023. – Vol. 6, Iss. 11. – 2300177.
6. Integrated Quantum Photonic Sensor based on Hong–Ou–Mandel Interference / S. Basiri-Esfahani, C.R. Myers, A. Armin *et al.* // Opt. Express. – 2015. – Vol. 23, Iss. 12. – P. 16008–16023.
7. Tracking the Polarisation State of Light via Hong–Ou–Mandel Interferometry / N. Harnchaiwat, F. Zhu, N. Westerberg *et al.* // Opt. Express. – 2020. – Vol. 28, Iss. 2. – P. 2210–2220.
8. Attosecond-Resolution Hong–Ou–Mandel Interferometry / A. Lyons, G.C. Knee, E. Bolduc *et al.* // Sci. Adv. – 2018. – Vol. 4, no. 5. – eaap9416.
9. Jordan, K.M. Quantum Metrology Timing Limits of the Hong–Ou–Mandel Interferometer and of General Two-Photon Measurements / K.M. Jordan, R.A. Abrahao, J.S. Lundeen // Phys. Rev. A – 2022. – Vol. 106, Iss. 6. – 063715.
10. On Precision in HOM Interferometer Delay Time Measurements and Estimation of Photon Loss Probability in an Interferometer / D.A. Kuts, A.A. Koksharov, A.G. Vorontsov *et al.* // Laser Phys. Lett. – 2025. – Vol. 22, no. 12. – 125212.

Поступила в редакцию 8 декабря 2025 г.

Сведения об авторах

Куц Дмитрий Анатольевич – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: kutcda@susu.ru.

Ушаков Владимир Леонидович – инженер лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: ushakovvl@susu.ru.

Подошведов Михаил Сергеевич – лаборант-исследователь лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: mikerodo6@gmail.com.

Столяров Юрий Николаевич – лаборант лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: stoliarovyn@susu.ru.

Подошведов Сергей Анатольевич – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории квантовой обработки информации и квантовых вычислений, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация, e-mail: sapodo68@gmail.com.

*Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2026, vol. 18, no. 3, pp. 75–80*

DOI: 10.14529/mmph260308

OPTIMIZATION OF TIME-DELAY MEASUREMENT IN A HONG–OU–MANDEL INTERFEROMETER BASED ON FISHER INFORMATION ANALYSIS AND EXPERIMENTAL DATA

D.A. Kuts, V.L. Ushakov, M.S. Podoshvedov, Yu.N. Stolyarov, S.A. Podoshvedov
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation
E-mail: kutcda@susu.ru

Abstract. The paper addresses the issue of selecting the optimal operating point for a sensor based on a Hong–Ou–Mandel (HOM) interferometer with collinear degenerate type-II phase-matching. Experimental data on coincidence counting rates from single-photon detectors are compared to a model constructed using an approximation where the spectral amplitude of the biphoton field is modeled by a double-Gaussian function. Errors in determining the delay time in the HOM interferometer are estimated

based on the Cramér–Rao bound. The delay times corresponding to the minimum absolute and minimum relative errors are calculated for the interferometer model. The authors have found that these delay times occur in the regions where the discrepancy between the model and the experimentally measured coincidence counting rate is approximately 2–3 %. Therefore, when selecting the operating point of the sensor, the deviation between the modeled and experimentally observed coincidence count function should be additionally taken into account.

Keywords: classical Fisher information; parameter estimation; Hong–Ou–Mandel interferometer; spontaneous parametric down-conversion.

References

1. Hong C.K., Ou Z. Y., Mandel L. Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, Vol. 59, Iss. 18, p. 2044–2046. DOI: 10.1103/PhysRevLett.59.2044
2. Alodjants A.P., Tsarev D.V., Kuts D.A., Podoshvedov S.A., Kulik S.P. Quantum Optical Metrology. *Phys. Usp.*, 2024, Vol. 67, no. 7, pp. 668–693. DOI: 10.3367/UFNe.2024.01.039634
3. Lualdi C.P., Johnson S.J., Vayninger M., Meier K.A., Sahoo S., Bogdanov S.I., Kwiat P.G. Fast Quantum Interferometry at the Nanometer and Attosecond Scales with Energy-Entangled Photons. *Sci. Adv.*, 2025, Vol. 11, no. 21, eadw4938. DOI: 10.1126/sciadv.adw4938
4. Zhai Y., Chen Z., Pan Z., Xue S., Liu Y., Zhao Y. Fiber-Optic Quantum Gyroscope Based on Hong–Ou–Mandel Interferometry. *Optics and Laser Technol.*, 2025, Vol. 187, Iss. 10, p. 112846. DOI:10.1016/j.optlastec.2025.112846
5. Singh S., Kumar V., Sharma V., Faccio D., Samanta G.K. Near-Video Frame Rate Quantum Sensing using Hong–Ou–Mandel Interferometry. *Adv. Quantum Technol.*, 2023, Vol. 6, Iss. 11, p. 2300177. DOI: 10.1002/qute.202300177
6. Basiri-Esfahani S., Myers C.R., Armin A., Combes J., Milburn G.J. Integrated Quantum Photonic Sensor based on Hong–Ou–Mandel Interference. *Opt. Express*, 2015, Vol. 23, Iss. 12, pp. 16008–16023. DOI: 10.1364/OE.23.016008
7. Harnchaiwat N., Zhu F., Westerberg N., Gauger E., Leach J. Tracking the Polarisation State of Light via Hong–Ou–Mandel Interferometry. *Opt. Express*, 2020, Vol. 28, Iss. 2, pp. 2210–2220. DOI: 10.1364/OE.382622
8. Lyons A., Knee G.C., Bolduc E., Roger T., Leach J., Gauger E.M. Attosecond-Resolution Hong–Ou–Mandel Interferometry. *Sci. Adv.*, 2018, Vol. 4, no. 5, eaap9416. DOI: 10.1126/sciadv.aap9416
9. Jordan K.M., Abrahao R.A., Lundeen J.S. Quantum Metrology Timing Limits of the Hong–Ou–Mandel Interferometer and of General Two-Photon Measurements. *Phys. Rev. A*, 2022, Vol. 106, Iss. 6, p. 063715. DOI: 10.1103/PhysRevA.106.063715
10. Kuts D.A., Koksharov A.A., Vorontsov A.G., Ushakov V.L., Kulik S.P. On Precision in HOM Interferometer Delay Time Measurements and Estimation of Photon Loss Probability in an Interferometer *Laser Phys. Lett.*, 2025, Vol. 22, no. 12, p. 125212. DOI: 10.1088/1612-202X/ae245b

Received December 8, 2025

Information about the authors

Kuts Dmitri Anatolyevich is Head of the Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: kutcda@susu.ru.

Ushakov Vladimir Leonidovich is Engineer at the Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: ushakovvl@susu.ru.

Podoshvedov Mikhail Sergeevich is Research Assistant, Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: mikepodo6@gmail.com.

Stolyarov Yuri Nikolaevich is Assistant, Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: stoliarovyn@susu.ru.

Podoshvedov Sergey Anatolyevich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Senior Research Scientist, Laboratory of Quantum Information Processing and Quantum Computing, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation, e-mail: sapodo68@gmail.com.