УДК 517.95

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ

***Т.К. Юлдашев*[1]**

Предлагается методика изучения обратной задачи для нелинейных уравнений с гиперболическим оператором произвольной натуральной степени. Доказывается теорема о существовании и единственности решения данной задачи.

Ключевые слова: обратная задача, нелинейное уравнение, гиперболический оператор высокой степени, метод характеристик, существование и единственность решения.

1. Постановка задачи

Представляют большой интерес с точки зрения физических приложений обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных высоких порядков. Изучение многих задач газовой динамики, теории упругости, теории пластин и оболочек приводит к рассмотрению дифференциальных уравнений в частных производных высоких порядков.

Выражение уравнений в частных производных высокого порядка через суперпозицию дифференциальных операторов в частных производных первого порядка позволяет применять методов решения дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Локальная теория дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, основанная на понятиях производной по направлению и характеристик, началась сформироваться еще в XVIII веке. Характеристики замечательны тем, что дифференциальные выражения в левой части уравнений в частных производных первого порядка представляют собой производную неизвестной функции по направлению вдоль характеристики. Это позволяет, перейдя к новой переменной, представить уравнение в частных производных как обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее изменение неизвестной функции вдоль линии характеристик.

В области $D \equiv D_T \times R$ рассматривается нелинейное уравнение вида

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^n u(t,x)=f\left(t,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(s,y)u(s,y)dyds,\vartheta(t)\right) \tag{1}$$

с начальными условиями

$$u(t,x)|_{t=0}=\varphi_1(x),\ \frac{\partial^i}{\partial t^i}u(t,x)|_{t=0}=\varphi_{i+1}(x),\ x\in R,\ i=\overline{1,2n-1} \tag{2}$$

и дополнительными условиями

$$u(t,x)|_{x=x_0}=\psi(t),\ t\in D_T, \tag{3}$$

$$\vartheta(t)|_{t=0}=\varphi_0=\text{const}, \tag{4}$$

где $u(t,x)$ и $\vartheta(t)$ – неизвестные функции, $f(t,x,u,\vartheta)\in C(D\times R\times D_T)$, $\varphi_i(x)\in C(R)$, $i=\overline{1,2n}$, $\psi(t)\in C(D_T)$, $0<\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(s,y)dyds$, $D_T\equiv[0,T]$, $0<T<\infty$, n – произвольное натуральное число.

Отметим, что дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка локально решаются методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи сведения их к характеристической системе. С физической точки зрения это означает двойствен-

[1] Юлдашев Турсун Камалдинович – кандидат физико-математических наук, доцент, докторант, кафедра высшей математики, Сибирский государственный аэрокосмический университет, г. Красноярск

E-mail tursunbay@rambler.ru

ность описания явлений при помощи волн и при помощи частиц. Применение метода характеристик к решению дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка позволяет свести изучение эволюции волн к изучению распространения частиц [1]. В работах [2–4] разработана методика для интегрирования нелинейных уравнений в частных производных первого порядка. По сути, данная методика ближе к методу характеристик и её авторы называли методом дополнительного аргумента.

В настоящей работе изучается обратная задача, где восстанавливаемая функция $\vartheta(t)$ нелинейно входит в уравнение. При решении обратной задачи (1)–(4) относительно восстанавливаемой функции получается нелинейное интегральное уравнение Вольтерра первого рода, которое с помощью неклассического интегрального преобразования сводится к нелинейному интегральному уравнению второго рода. Задание условия (4) при преобразовании обеспечивает единственность решения нелинейного интегрального уравнения первого рода и определяет значение неизвестной функции в начальной точке $t=0$, т.е. $\vartheta(0)=\varphi_0$. Обратные задачи для нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных ранее рассматривались в работах [5, 6].

Определение. *Решением обратной задачи (1)–(4) называется пара непрерывных функций* $\{u(t,x)\in C^{2n,2n}(D), \vartheta(t)\in C(D_T)\}$, *удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2)–(4).*

2. Задача Коши (1),(2)

Левую часть уравнения (1) запишем в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^n u=\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^n u=L_1^n\left[L_2^n[u]\right],$$

где $L_1\left[L_2^n[u]\right]\equiv(L_2^n[u])_t-(L_2^n[u])_x$, $L_2[u]\equiv u_t+u_x$.

Тогда уравнение (1) приобретает вид

$$L_1^n\left[L_2^n[u]\right]=f\left(t,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(s,y)u(s,y)dyds,\vartheta(t)\right). \tag{5}$$

Из (5) видно, что уравнение (1) имеет две n-кратные характеристики: 1) $x-t=C_1$; 2) $x+t=C_2$, где C_1,C_2 – произвольные постоянные. Тогда, интегрируя уравнения (5) n раз вдоль линии второй характеристики, получаем

$$L_1^{n-1}\left[L_2^n[u]\right]=\Phi_1(x+t)+\int_0^t f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \tag{6}$$

$$L_1^{n-2}\left[L_2^n[u]\right]=\Phi_2(x+t)+\Phi_1(x+t)t+\int_0^t (t-s)f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \tag{7}$$

. . . .

$$L_2^n[u]=\sum_{i=1}^n\Phi_i(x+t)\frac{t^{n-i}}{(n-i)!}+\int_0^t\frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \tag{8}$$

где $\Phi_i(i=\overline{1,n})$ – произвольные непрерывные функции на действительной оси, которые подлежат определению.

Из (6), в силу начального условия (2), имеем $\Phi_1(x)=\varphi_{2n}$. Так как вдоль линии второй характеристики

$$\frac{dL_2^n[u]}{dt}=\frac{\partial L_2^n[u]}{\partial t}+\frac{\partial L_2^n[u]}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}=\left(L_2^n[u]\right)_t-\left(L_2^n[u]\right)_x,$$

. . . .

$$\frac{d^nL_2^n[u]}{dt^n}=\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n L_2^n[u], \tag{9}$$

то, в силу условия (2) из (7), (8) имеем

$$\Phi_2(x)=\varphi_{2n-1}(x),...,\Phi_n(x)=\varphi_{n+1}(x).$$

Тогда уравнение (8) приобретает следующий вид:

$$L_2^n[u]=\sum_{i=1}^{n}\varphi_{n+i}(x+t)\frac{t^{i-1}}{(i-1)!}+\int_0^t\frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \qquad (10)$$

где x – играет роль параметра.

Аналогично, интегрируя интегро-дифференциального уравнения (10) n раз вдоль линии первой характеристики, получаем

$$L_2^{n-1}[u]=\Phi_{n+1}(x-t)+\sum_{j=1}^{n}\int_0^t\varphi_{n+j}(x+s)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds+$$

$$+\int_0^t\frac{(t-s)^n}{n!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \qquad (11)$$

$$L_2^{n-2}[u]=\Phi_{n+2}(x-t)+\Phi_{n+1}(x-t)t+\sum_{j=1}^{n}\int_0^t(t-s)\varphi_{n+j}(x+s)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds+$$

$$+\int_0^t\frac{(t-s)^{n+1}}{(n+1)!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \qquad (12)$$

....

$$u(t,x)=\sum_{i=n+1}^{2n}\Phi_i(x-t)\frac{t^{2n-i}}{(2n-i)!}+\sum_{j=1}^{n}\int_0^t\frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}\varphi_{n+j}(x+t)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds+$$

$$+\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \qquad (13)$$

где $\Phi_i(i=\overline{n+1,2n})$ – произвольные непрерывные функции на действительной оси, которые подлежат определению.

Из (11) в силу начального условия (2) имеем $\Phi_{n+1}(x)=\varphi_n$. Так как вдоль линии второй характеристики справедливо (9) и вдоль линии первой характеристики

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}=u_t+u_x,\ ...,\ \frac{d^n u}{dt^n}=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^n u, \qquad (14)$$

то в силу (2) из (12) и (13) следует, что

$$\Phi_{n+2}(x)=\varphi_{n-1}(x),...,\Phi_{2n}(x)=\varphi_1(x).$$

Итак, из задачи Коши (1), (2) мы пришли к следующему нелинейному интегральному уравнению:

$$u(t,x)\equiv\Theta_1(t,x;u,\vartheta)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(x-t)\frac{t^{i-1}}{(i-1)!}+\sum_{j=1}^{n}\int_0^t\frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}\varphi_{n+j}(x+t)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds+$$

$$+\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}f\left(s,x,\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta,\vartheta(s)\right)ds, \qquad (15)$$

где x – играет роль параметра.

В (15) отметим, что функции $\varphi_1(x-t),\varphi_2(x-t),...,\varphi_n(x-t)$ являются первыми интегралами уравнения $\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^n u=0$ и они постоянны вдоль решения этого уравнения. Производные этих функций вдоль первой характеристики равны нулю и сами эти функции удовлетворяют данному уравнению.

А функции $\varphi_{n+1}(x+t), \varphi_{n+2}(x+t), ..., \varphi_{2n}(x+t)$ являются первыми интегралами уравнения $\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n u=0$ и они постоянны вдоль решения этого уравнения. Вдоль второй характеристики эти функции удовлетворяют данному уравнению. Исходя из этих соображений, покажем, что интегральное уравнение (15) удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных (1). Путем $2n$-кратного дифференцирования вдоль линий соответствующих характеристик из (15) получаем следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{d^{2n}u}{dt^{2n}} = f\left(t, x, \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} K(s,y)u(s,y)dyds, \vartheta(t)\right). \tag{16}$$

Так как вдоль линии второй характеристики справедливо (9) и вдоль линии первой характеристики – (14), то имеем для левой части (16)

$$\frac{d^{2n}u}{dt^{2n}} = \left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\right)^n \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^n u = L_1^n\left[L_2^n[u]\right].$$

Отсюда заключаем, что из (16) следует дифференциальное уравнение в частных производных (1).

3. Уравнение для восстанавливаемой функции

Используя условие (3), из интегрального уравнения (15) получаем

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(x_0-t)\frac{t^{i-1}}{(i-1)!} + \sum_{j=1}^{n}\int_0^t \frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}\varphi_{n+j}(x_0+t)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds +$$
$$+\int_0^t \frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!} f\left(s, x_0, \int_0^T\int_{-\infty}^{\infty} K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta, \vartheta(s)\right)ds$$

или

$$\int_0^t h\left(t, s, \int_0^T\int_{-\infty}^{\infty} K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta, \vartheta(s)\right)ds = g(t), \tag{17}$$

где $g(t) = \psi(t) - \sum_{i=1}^{n}\varphi_i(x_0-t)\frac{t^{i-1}}{(i-1)!} - \sum_{j=1}^{n}\int_0^t \frac{(t-s)^{n-1}}{(n-1)!}\varphi_{n+j}(x_0+t)\frac{s^{j-1}}{(j-1)!}ds,$

$$h\left(t, s, \int_0^T\int_{-\infty}^{\infty} K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta, \vartheta(s)\right) =$$
$$= \frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!} f\left(s, x_0, \int_0^T\int_{-\infty}^{\infty} K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta, \vartheta(s)\right).$$

Относительно восстанавливаемой функции $\vartheta(t)$ уравнение (17) является нелинейным интегральным уравнением Вольтерра первого рода. Его с помощью классических методов невозможно свести к интегральному уравнению Вольтерра второго рода, к которому мы могли бы применять метод последовательных приближений. Уравнение (17) запишем в виде

$$\vartheta(t) + \int_0^t G(s)\vartheta(s)ds = \vartheta(t) + g(t) + \int_0^t \left[G(s)\vartheta(s) - h\left(t, s, \int_0^T\int_{-\infty}^{\infty} K(\theta,y)u(\theta,y)dyd\theta, \vartheta(s)\right)\right]ds, \tag{18}$$

$0 < G(t)$ – произвольная функция такая, что $\exp\left\{-\int_0^t G(s)ds\right\} \ll 1$.

Применяя к (18) метод резольвенты ядра $[-G(s)]$, получаем

$$\vartheta(t) = h(t) - \int_0^t G(s)\exp(-\mu(t,s))\cdot h(s)ds, \tag{19}$$

где $h(t) = \vartheta(t) + g(t) + \int\limits_0^t \left[G(s)\vartheta(s) - h\left(t, s, \int\limits_0^T \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(\theta, y) u(\theta, y) dy d\theta, \vartheta(s) \right) \right] ds,$

$\mu(t,s) = \int\limits_s^t G(\theta) d\theta, \mu(t,0) = \mu(t).$

Применяя к (19) формулу Дирихле, получаем

$$\vartheta(t) \equiv \Theta_2(t; u, \vartheta) = \Big\{ \vartheta(t) + g(t) +$$

$$+ \int\limits_0^t \left[G(s)\vartheta(s) - h\left(t, s, \int\limits_0^T \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(\theta, y) u(\theta, y) dy d\theta, \vartheta(s) \right) \right] ds \Big\} \exp(-\mu(t)) +$$

$$+ \int\limits_0^t G(s) \exp(-\mu(t,s)) \Big\{ g(t) - g(s) + \vartheta(t) - \vartheta(s) +$$

$$+ \int\limits_0^t \left[G(s)\vartheta(s) - h\left(t, s, \int\limits_0^T \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(\theta, y) u(\theta, y) dy d\theta, \vartheta(s) \right) \right] ds -$$

$$- \int\limits_0^s \left[G(\theta)\vartheta(\theta) - h\left(s, \theta, \int\limits_0^T \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(\zeta, y) u(\zeta, y) dy d\zeta, \vartheta(\theta) \right) \right] d\theta \Big\} ds. \tag{20}$$

Уравнение (17) при начальном условии (4) эквивалентно уравнению (20).

4. Разрешимость обратной задачи (1)–(4)

Итак, мы получаем, что разрешимость обратной задачи (1)–(4) эквивалентна разрешимости следующей системы нелинейных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} u(t,x) \equiv \Theta_1(t, x; u, \vartheta), \\ \vartheta(t) \equiv \Theta_2(t; u, \vartheta). \end{cases} \tag{21}$$

Для произвольной непрерывной в области D функции $h(t,x)$ норму вводим следующим образом: $\|h(t,x)\| = \max\limits_{(t,x)\in D} |h(t,x)|$. Аналогично вводится норма для функции одной переменной в области D_T.

Теорема. Пусть выполняются следующие условия:

1. $|\varphi_i(x)| \le M_i, 0 < \sum\limits_{i=1}^{2n} M_i \dfrac{T^{i-1}}{(i-1)!} \le \Delta_0 < \infty;$
2. $f(t,x,u,\vartheta) \in Bnd(M_0(t)) \cap Lip\left\{ L_0(t)_{|u}, L_1(t)_{|\vartheta} \right\};$
3. $0 < \int\limits_0^T \dfrac{(T-s)^{2n-1}}{(2n-1)!} M_0(s) ds \le \Delta_1 < \infty;$
4. $0 < \int\limits_0^T \dfrac{(T-s)^{2n-1}}{(2n-1)!} L_0(s) ds \le \Delta_2 < \infty;$
5. $0 < \int\limits_0^T \dfrac{(T-s)^{2n-1}}{(2n-1)!} L_1(s) ds \le \Delta_3 < \infty;$
6. $\rho < 1$, где $\rho = \max\{\beta_1; \beta_2\}$, $\beta_2 = \max\{\Delta_3; \Delta_3 M_0\}$, $\beta_1 = \max\left\{ \Delta_2; \left(1 + \int\limits_0^T \|G(t)\| dt + \alpha\Delta_2 \right) M_0 \right\}$,

$\alpha = \int\limits_0^T \int\limits_{-\infty}^{\infty} \|K(t,x)\| dx dt,\ M_0 = \max\limits_t \left\{ \exp(-\mu(t)) + 2\int\limits_0^t G(s) \exp(-\mu(t,s)) ds \right\} \ll 1.$

Тогда обратная задача (1)–(4) имеет единственное решение $\left\{u(t,x)\in C^{2n,2n}(D), \vartheta(t)\in C(D_T)\right\}$.

Доказательство. Используем метод последовательных приближений. Рассмотрим следующий итерационный процесс:

$$\begin{cases} u_0(t,x)=0, \vartheta_0(t,x)=0, u_{k+1}(t,x)\equiv\Theta_1(t,x;u_k,\vartheta_k) \\ \vartheta_{k+1}(t,x)\equiv\Theta_2(t;u_k,\vartheta_k), k=0,1,2,... \end{cases}, \tag{22}$$

Тогда в силу условий теоремы из (22) получаем, что справедливы следующие оценки:

$$\left\|u_1(t,x)-u_0(t,x)\right\|\le\sum_{i=1}^{2n}M_i\frac{T^{i-1}}{(i-1)!}+\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}M_0(s)ds\le\Delta_0+\Delta_1; \tag{23}$$

$$\left\|u_{k+1}(t,x)-u_k(t,x)\right\|\le\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}\left(L_0(s)\left\|u_k(s,x)-u_{k-1}(s,x)\right\|+\right.$$

$$\left.+L_1(s)\left\|\vartheta_k(s)-\vartheta_{k-1}(s)\right\|\right)ds\le\Delta_2\left\|u_k(t,x)-u_{k-1}(t,x)\right\|+\Delta_3\left\|\vartheta_k(t)-\vartheta_{k-1}(t)\right\|; \tag{24}$$

$$\left\|\vartheta_1(t)-\vartheta_0(t)\right\|\le\left(\left\|g(t)\right\|+\int_0^t\left\|h(t,s,0,0)\right\|ds\right)\exp(-\mu(t))+$$

$$+2\int_0^t G(s)\exp(-\mu(t,s))\left(\left\|g(t)\right\|+\int_0^t\left\|h(t,s,0,0)\right\|ds\right)ds\le\left(\left\|g(t)\right\|+\int_0^t\left\|h(t,s,0,0)\right\|ds\right)M_0, \tag{25}$$

$$M_0=\max_t\left\{\exp(-\mu(t))+2\int_0^t G(s)\exp(-\mu(t,s))ds\right\}\ll1,$$

$$\left\|\vartheta_{k+1}(t)-\vartheta_k(t)\right\|\le\left\{1+\int_0^t\left\|G(s)\right\|ds+\right.$$

$$\left.+\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}L_0(s)\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}\left\|K(\theta,y)\right\|dyd\theta ds\right\}M_0\left\|u_k(t,x)-u_{k-1}(t,x)\right\|+$$

$$+\int_0^t\frac{(t-s)^{2n-1}}{(2n-1)!}L_1(s)ds\,M_0\left\|\vartheta_k(t)-\vartheta_{k-1}(t)\right\|\le$$

$$\le\left(1+\int_0^T\left\|G(t)\right\|dt+\alpha\Delta_2\right)M_0\left\|u_k(t,x)-u_{k-1}(t,x)\right\|+\Delta_3M_0\left\|\vartheta_k(t)-\vartheta_{k-1}(t)\right\|, \tag{26}$$

где $\alpha=\int_0^T\int_{-\infty}^{\infty}\left\|K(s,y)\right\|dyds.$

Примем обозначения

$$\beta_1=\max\left\{\Delta_2;\left(1+\int_0^T\left\|G(t)\right\|dt+\alpha\Delta_2\right)M_0\right\},\quad \beta_2=\max\{\Delta_3;\Delta_3M_0\},\quad \rho=\max\{\beta_1;\beta_2\}.$$

Тогда из (24) и (26) имеем

$$\left\|U_{k+1}(t,x)-U_k(t,x)\right\|\le\rho\left\|U_k(t,x)-U_{k-1}(t,x)\right\|, \tag{27}$$

где $\left\|U_k(t,x)-U_{k-1}(t,x)\right\|\equiv\left\|u_k(t,x)-u_{k-1}(t,x)\right\|+\left\|\vartheta_k(t)-\vartheta_{k-1}(t)\right\|$.

Из оценок (23), (25) и (27) следует, что операторы в правой части системы (21) являются сжимающими и, следовательно, обратная задача (1)–(4) имеет единственное решение $\left\{u(t,x)\in C^{2n,2n}(D), \vartheta(t)\in C(D_T)\right\}$.

Литература

1. Горицкий А.Ю., Кружков С.Н., Чечкин Г.А. Уравнения с частными производными первого порядка. – М.: Мехмат МГУ, 1999. – 95 с.
2. Иманалиев М.И., Ведь Ю.А. О дифференциальном уравнении в частных производных первого порядка с интегральным коэффициентом // Дифференциальные уравнения. – 1989. – Т. 23, № 3. – С. 465–477.
3. Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К теории нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема // Докл. РАН. – 1992. – Т. 323, № 3. – С. 410–411.
4. Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К теории систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема // Докл. РАН. – 1992. – Т. 325, № 6. – С. 111–115.
5. Юлдашев Т.К. Об обратной задаче для квазилинейного уравнения в частных производных первого порядка // Вестник ТомГУ. Математика и Механика. – 2012. – № 2. – С. 56–62.
6. Юлдашев Т.К. Об обратной задаче для системы квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2012. – Вып. 6. – № 11(270). – С. 35–41.

INVERSE PROBLEM FOR NONLINEAR INTEGRAL DIFFERENTIAL EQUATION WITH HYPERBOLIC OPERATOR OF A HIGH DEGREE

T.K. Yuldashev[1]

In this paper a method of studying an inverse problem for nonlinear integral differential equations with hyperbolic operator of arbitrary natural degree is given. The theorem on the existence and uniqueness of the solution of this problem is proved.

Keywords: inverse problem, nonlinear equation, hyperbolic operator of a high degree, method of characteristics, the existence and uniqueness of the solution.

References

1. Gorickij A.Yu., Kruzhkov S.N., Chechkin G.A. *Uravneniya s chastnymi proizvodnymi pervogo poryadka* [Partial differential equations of the first order]. Moscow: Mexmat MGU, 1999. 95 p. (in Russ.).
2. Imanaliev M.I., Ved' Yu.A. *Differencial'nye uravneniya.* 1989. Vol. 23, no. 3. pp. 465–477. (in Russ.).
3. Imanaliev M.I., Alekseenko S.N. *Doklady RAN.* 1992. Vol. 323, no. 3. pp. 410–411. (in Russ.).
4. Imanaliev M.I., Alekseenko S.N. *Doklady RAN.* 1992. Vol. 325, no. 6. pp. 111–115. (in Russ.).
5. Yuldashev T.K. Ob obratnoj zadache dlya kvazilinejnogo uravneniya v chastnyx proizvodnyx pervogo poryadka [On the inverse problem for the quasilinear partial differential equation of the first order]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika.* 2012. no. 2. pp. 56–62. (in Russ.).
6. Yuldashev T.K. Ob obratnoj zadache dlya sistemy kvazilinejnyx uravnenij v chastnyx proizvodnyx pervogo poryadka [On an inverse problem for a system of quazilinear equations in partial derivatives of the first order]. *Vestnik YuUrGU. Seriya "Matematika. Mekhanika. Fizika".* 2012. Issue 6. no. 11(270). pp. 35–41. (in Russ.).

Поступила в редакцию 22 октября 2012 г.

[1] Yuldashev Tursun Kamaldinovich is Cand Sc (Physics and Mathematics), Associate Professor, Doctoral Candidate, Department of Higher Mathematics, Siberian state aerospace university, Krasnoyarsk
E-mail tursunbay@rambler ru