

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДОВОГО СОСТАВА ИЗЛУЧЕНИЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В МНОГОМОДОВОМ ОПТИЧЕСКОМ ВОЛОКНЕ

М.В. Большаков¹, М.А. Комарова², Н.Д. Кундикова³

Предлагается метод определения модового состава излучения, распространяющегося в оптическом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления, в основе которого лежит разложение комплексного светового поля по неортогональным модам. Расчет комплексных коэффициентов мод излучения оптического волокна проведен для экспериментальных данных.

Ключевые слова: оптическое волокно, моды оптического волокна.

Использование многомодовых волокон в оптических линиях передачи (по сравнению с маломодовыми волокнами) имеют большие преимущества, так как позволяют передавать большой объем информации, кроме того, распространение в волокне нескольких мод делает возможным параллельную передачу данных. Особенно перспективно использование многомодовых волокон для пространственного модового мультиплексирования [1], параллельной передачи данных [2] и передачи изображения через волокно [3]. Важнейшим вопросом при разработке и исследовании многомодовых систем связи является разложение излучения, распространяющегося в оптическом волокне, по модам. Существуют множество методов определения модового состава излучения оптического волокна (например, [4–6]), но до настоящего момента нет метода экспериментального анализа модового состава излучения многомодовых волокон с произвольными параметрами.

В данной работе предлагается метод определения модового состава излучения, распространяющегося в оптическом волокне, в основе которого лежит разложение комплексного светового поля по неортогональным модам. Рассмотрим распространение света в оптическом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления. В приближении слабонаправляющего волновода можно записать четыре поляризационные моды в поперечном сечении на длине z для любого значения орбитального момента m ($m \geq 0$) и радиального квантового числа N [7]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{m,N}^{(1)}(x, y, z) &= [\cos(m\varphi)\mathbf{e}_x - \sin(m\varphi)\mathbf{e}_y] \cdot F_{m,N}(x, y) \cdot e^{i z \beta_{m,N}^1}, \\ \mathbf{M}_{m,N}^{(2)}(x, y, z) &= [\cos(m\varphi)\mathbf{e}_x + \sin(m\varphi)\mathbf{e}_y] \cdot F_{m,N}(x, y) \cdot e^{i z \beta_{m,N}^2}, \\ \mathbf{M}_{m,N}^{(3)}(x, y, z) &= [\sin(m\varphi)\mathbf{e}_x + \cos(m\varphi)\mathbf{e}_y] \cdot F_{m,N}(x, y) \cdot e^{i z \beta_{m,N}^3}, \\ \mathbf{M}_{m,N}^{(4)}(x, y, z) &= [\sin(m\varphi)\mathbf{e}_x - \cos(m\varphi)\mathbf{e}_y] \cdot F_{m,N}(x, y) \cdot e^{i z \beta_{m,N}^4}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – собственные вектора, $\varphi = \arctg(x/y)$, $F_{m,N}(x, y)$ – функции Бесселя, $\beta_{m,N}^k$ – постоянные распространения, определяющие скорость распространения мод.

Разложение произвольной функции по системе неортогональных функций является классической задачей функционального анализа [8]. Разложим электрическую составляющую светового поля $\mathbf{E}(x, y)$, распространяющегося в оптическом волокне, представив в виде суперпозиции поляризационных мод $\mathbf{M}_{m,N}^k(x, y)$:

$$\mathbf{E}(x, y) = \sum_{k=1}^4 \sum_m \sum_N C_{m,N}^k \mathbf{M}_{m,N}^k(x, y) \quad (2)$$

¹ Большаков Максим Вячеславович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра оптики и спектроскопии, Южно-Уральский государственный университет

² Комарова Марианна Алексеевна – аспирант, кафедра оптики и спектроскопии, Южно-Уральский государственный университет
E-mail: marianna@mail.ru

³ Кундикова Наталия Дмитриевна – доктор физико-математических наук, профессор, декан физического факультета, отдел нелинейной оптики Института электрофизики РАН, кафедра оптики и спектроскопии, Южно-Уральский государственный университет
E-mail: knd@susu.ac.ru

где постоянные $C_{m,N}^k$ – комплексные коэффициенты при различных поляризационных модах. Для удобства перейдем к сквозной нумерации мод: вместо индексов k, m, N введем индекс $i = 0 \dots (L-1)$, где $(L-1)$ – полное количество мод, распространяющихся в оптическом волокне. Перепишем выражение (2):

$$\mathbf{E}(x, y) = \sum_i C_i \mathbf{M}_i(x, y), \quad (3)$$

постоянные C_i называются коэффициентами разложения функции светового поля $\mathbf{E}(x, y)$ в базисе функций $\{\mathbf{M}_i(x, y)\}$. Базис $\{\mathbf{M}_i(x, y)\}$ не удовлетворяет условию ортогональности

$$(\mathbf{M}_i(x, y), \mathbf{M}_j(x, y)) \neq 0 \text{ при } i \neq j;$$

где функционал скалярного произведения определяется выражением

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \iint \mathbf{a}(x, y) \mathbf{b}(x, y) dx dy.$$

Распределение поля каждой моды $\mathbf{M}_i(x, y)$ определяется из выражений (1). Суммарное световое поле $\mathbf{E}(x, y)$ известно из эксперимента. Таким образом, коэффициенты разложения C_i по неортогональной системе функций определяются системой линейных уравнений

$$\sum_{i=0}^{L-1} C_i (\mathbf{M}_i, \mathbf{M}_j) = (\mathbf{E}, \mathbf{M}_j), \quad j = 0, \dots, (L-1). \quad (4)$$

Такая система получается в результате скалярного умножения (3) на систему базисных функций $\{\mathbf{M}_i(x, y)\}$. Матрица системы (4) состоит из попарных скалярных произведений базисных функций. Решая полученную систему, можно получить коэффициенты C_i . Для расчета комплексных коэффициентов c_i была написана программа в пакете MATLAB. Для апробации модели определения модового состава излучения сначала была проведена серия расчетов с теоретически заданным распределением поля. Генерировался случайно заданный модовый состав излучения C_i на входе в волокно, рассчитывалось распределение поля на выходе из волокна $\mathbf{E}(x, y)$. Распределение поля каждой моды \mathbf{M}_i (1) определяется параметрами волокна и длиной волны света. Составлялась система линейных уравнений (4), решением которой были комплексные коэффициенты $C_i = C_a^\pm \exp(iC_\varphi^\pm)$, здесь C_a^\pm – амплитудные коэффициенты, C_φ^\pm – фазовые коэффициенты. Проверка осуществлялась сравнением рассчитанных комплексных коэффициентов C_i с генерированными изначально. Тестовые расчеты проведены для волокна со следующими параметрами: показатель преломления сердцевины $n_{co} = 1,47$, числовая апертура $N_a = 0,11$, радиус сердцевины волокна $r = 6$ мкм, длина волокна $z = 20$ см, длина волны света $\lambda = 0,633$ мкм. В оптическом волокне с данными параметрами для данной длины волны света распространяются семь поляризационных мод $\mathbf{M}_i(x, y)$.

В результате тестирования обнаружено, что для $m > 0$ погрешность определения коэффициентов составляет 0,001 %, однако для $m = 0$ коэффициенты отличались от заданных. Данные результаты можно объяснить тем, что для $m = 0$ распределение поля $\mathbf{M}_{0,N}^k$ является аксиально симметричным и находятся несколько наборов модовых коэффициентов, удовлетворяющих условию. Таким образом, модовые коэффициенты для $m = 0$ являются вырожденными. Полученные распределения интенсивностей с рассчитанными коэффициентами полностью идентичны распределениям интенсивности с заданными коэффициентами, среднеквадратичное отклонение распределений интенсивности порядка 10^{-12} . Таким образом, была решена задача определения модового состава излучения по теоретическому распределению поля на выходе из волокна. Погрешность метода составила 0,001 %.

В эксперименте информацию о комплексном световом поле, распространяющемся в оптическом волокне, невозможно получить прямыми из-

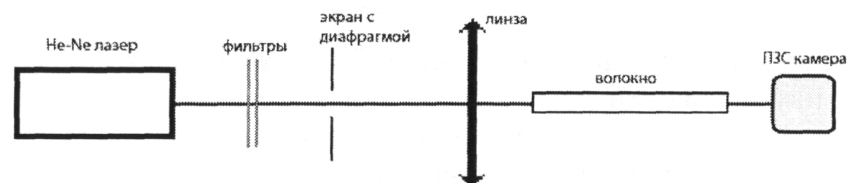


Рис. 1. Оптическая схема экспериментальной установки

мерениями. Данная информация может быть получена с помощью алгоритма Гершберга–Сэкстона [9], который позволяет восстанавливать поле по двум распределениям интенсивностей в ближнем и дальнем полях. Для получения информации о комплексном световом поле регистрировалось распределение интенсивности на выходе из волокна в ближней и дальней зоне. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

Излучение He-Ne лазера с длиной волны $\lambda = 0,633$ мкм, ослабленное фильтром, проходило через экран с диафрагмой и фокусировалось на торце оптического волокна тонкой собирающей линзой с фокусным расстоянием $f = 2$ см. Для экспериментальных исследований использовалось оптическое волокно с диаметром сердцевины 9 мкм и длиной 50 см. После прохождения через волокно свет попадал на активный элемент ПЗС камеры с размером чувствительной области 5,2x3,9 мм. Таким образом, регистрировалось распределение интенсивности в дальнем поле. Для получения распределения интенсивности в ближнем поле между выходным торцом волокна и активным элементом ПЗС камеры устанавливался 40-кратный объектив с числовой апертурой 0,65. Зарегистрированные распределения интенсивности на выходе из волокна в ближнем и дальнем полях представлены на рис. 2.

Распределения интенсивности в ближнем и дальнем поле использовались для восстановления фазы комплексного светового поля в ближней зоне, т.е. на торце волокна, на основе алгоритма Гершберга–Сэкстона. Моделирование осуществлялось в пакете MATLAB с использованием итерационной процедуры с быстрым преобразованием Фурье, восстановленное фазовое распределение представлено на рис. 3, б. Погрешность метода составила $6,7 \cdot 10^{-15}$, погрешность рассчитывалась как среднеквадратичное отклонение между текущим амплитудным распределением и исходным экспериментальным распределением дальнего поля на конечной итерации.

Таким способом была получена информация о комплексном световом поле на выходном торце волокна. Задача определения модового состава излучения решалась разложением комплексного светового поля, распространяющегося в оптическом волокне, на выходном торце волокна по неортогональным модам. В целом экспериментальный метод определения модового состава излучения отличается от теоретического метода только тем, что в теоретическом методе известны заданные коэффициенты, с которыми впоследствии осуществляется сравнение. Для определения модового состава излучения по экспериментальному распределению поля на выходном торце волокна распределение поля раскладывалось по неортогональным модам и составлялась система линейных уравнений (4). В оптическом волокне с данными параметрами и длиной волны света распространяются четыре поляризационные моды \mathbf{M}_i . Решение системы линейных уравнений (4) позволило получить комплексные коэффициенты C_i при модах \mathbf{M}_i (см. таблицу).

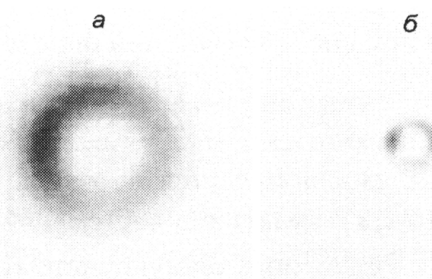


Рис. 2. Распределения интенсивностей в ближнем (а) и дальнем (б) полях

Амплитудные коэффициенты C_a^+ , C_a^- и фазовые коэффициенты C_φ^+ , C_φ^- для каждой из пар m, N

m	N	C_a^+	C_φ^+	C_a^-	C_φ^-
0	1	0,0174	-2,7155	0,0174	2,3159
0	2	0,0096	-1,9498	0,0096	1,5688
1	1	0,8848	-0,4625	1,0000	-0,1677
2	1	0,0200	0,5680	0,0622	0,2955

Экспериментально измеренное и рассчитанное с вычисленными коэффициентами распределения интенсивности на выходном торце волокна представлены на рис. 3. Из рис. 3 видно, что наблюдается хорошее соответствие между экспериментально зарегистрированным и рассчитанным распределением интенсивности.

Таким образом, предложен и реализован метод, позволяющий определить модовый состав излучения, распространяющегося в многомодовом оптическом волокне, по известному распреде-

лению поля на выходном торце волокна. Получено хорошее соответствие между экспериментально зарегистрированными и рассчитанными распределениями интенсивности и фазы.

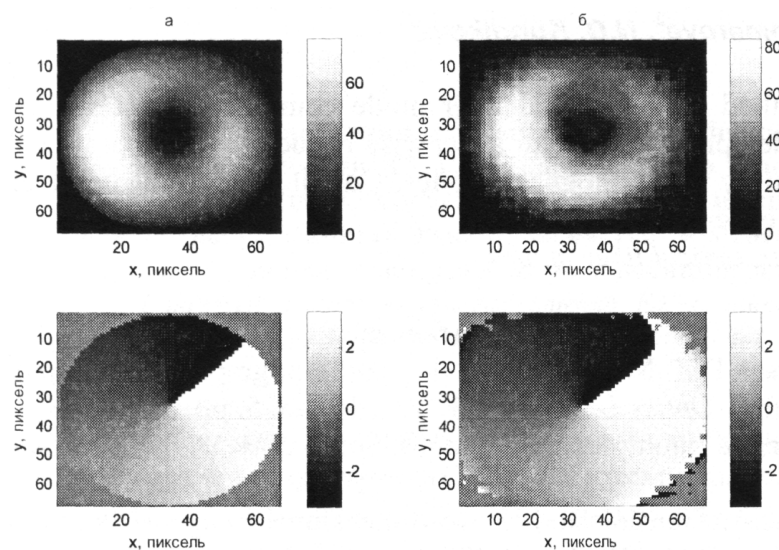


Рис. 3. Распределения интенсивности и фазы: рассчитанное с вычисленными коэффициентами (а), экспериментально измеренное (б)

Литература

1. Saffman, M. Mode multiplexing and holographic demultiplexing communication channels on a multimode fiber / M. Saffman, D.Z. Anderson // *Optics Letters*. – 1991. – Vol. 16, № 5. – P. 300–302.
2. Stuart, H.R. Dispersive multiplexing in multimode optical fiber / H.R Stuart // *Science*. – 2000. – Vol. 289, № 5477. – P. 281–283.
3. Tai, A.M. Transmission of two-dimensional images through a single fiber by wavelength-time encoding / A.M. Tai, A.A. Friesem // *Optics Letters*. – 1983. – Vol. 8, № 1. – P. 57–59.
4. Complete modal decomposition for optical fibers using CGH-based correlation filters / T. Kaiser, D. Flamm, S. Schroter, M. Duparre // *Optics Express*. – 2009. – Vol. 17, № 11. – P. 9347–9356.
5. Complete modal decomposition for optical waveguides / O. Shapira, A.F. Abouraddy, J.D. Joannopoulos, Y. Fink // *Physical Review Letters*. – 2005. – Vol. 94, № 14. – P. 143902.
6. Большаков, М.В. Определение модового состава излучения, распространяющегося в многомодовом оптическом волокне / М.В. Большаков, М.А. Комарова, Н.Д. Кундикова // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика»*. – 2012. – Вып. 7. – № 34(293). – С. 138–141.
7. Bolshakov, M. Optical effects connected with coherent polarized light propagation through a step-index fiber / M. Bolshakov, A. Ershov, N. Kundikova // *Fiber Optic Sensors: сб. науч. тр.* – In-Tech, 2012. – P. 249–274.
8. Курант, Р. Методы математической физики / Р. Курант, Д. Гильберт. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. – Т. 1. – 476 с.
9. Fienup, J.R. Phase retrieval algorithms: comparison / J.R. Fienup // *Applied Optics*. – 1982. – Vol. 21, № 15. – P. 2758–2769.

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF MULTIMODE OPTICAL FIBER RADIATION MODE COMPOSITION

M.V. Bolshakov¹, M.A. Komarova², N.D. Kundikova³

We proposed the method of the optical fiber mode composition determination of the radiation propagating in a multimode optical fiber with a stepwise refractive index profile. The method is based on the field decomposition by non-orthogonal modes. Complex coefficients of optical fiber radiation modes were calculated for experimental data.

Keywords: optical fiber, optical fiber modes.

References

1. Saffman M., Anderson D.Z. Mode multiplexing and holographic demultiplexing communication channels on a multimode fiber. *Optics Letters*. 1991. Vol. 16, no. 5. pp. 300–302.
2. Stuart H.R. Dispersive multiplexing in multimode optical fiber. *Science*. 2000. Vol. 289, no. 5477. pp. 281–283.
3. Tai A.M., Friesem A.A. Transmission of two-dimensional images through a single fiber by wavelength-time encoding. *Optics Letters*. 1983. Vol. 8, no. 1. pp. 57–59.
4. Kaiser T., Flamm D., Schroter S., Duparre M. Complete modal decomposition for optical fibers using CGH-based correlation filters. *Optics Express*. 2009. Vol. 17, no. 11. pp. 9347–9356.
5. Shapira O., Abouraddy A.F., Joannopoulos J.D., Fink Y. Complete modal decomposition for optical waveguides. *Physical Review Letters*. 2005. Vol. 94, no. 14. p. 143902.
6. Bolshakov M.V., Komarova M.A., Kundikova N.D. Opređenje modovogo sostava izluchenia, rasprostraniashegosia v malomodovom opticheskom volokne (Determination of the mode composition propagating in a few-mode optical fiber). *Vestnik YuUrGU. Seriya «Matematika. Mekhanika. Fizika»*. 2012. Issue. 7. no. 34(293). pp. 138–141. (in Russ.).
7. Bolshakov M., Ershov A., Kundikova N. Optical effects connected with coherent polarized light propagation through a step-index fiber. In book: *Fiber Optic Sensors*. InTech, 2012. pp. 249–274.
8. Kurant R., Gil'bert D. *Metody matematicheskoy fiziki* (Methods of Mathematical Physics). Moscow, Leningrad: GITTL, 1951. Vol. 1. 476 p. (in Russ.).
9. Fienup J.R. Phase retrieval algorithms: comparison. *Applied Optics*. 1982. Vol. 21, no. 15. pp. 2758–2769.

Поступила в редакцию 19 июня 2013 г.

¹ Bolshakov Maxim Vyacheslavovich is Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Optics and Spectroscopy Department, South Ural State University.

² Komarova Marianna Alekseevna is Post-graduate student, Optics and Spectroscopy Department, South Ural State University

³ Kundikova Nataliya Dmitrievna is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Dean of Physics Faculty, Joint Nonlinear Optics Laboratory of IEF RAS, Optics and Spectroscopy Department, South Ural State University.

E-mail: knd@susu.ac.ru