УДК 519.63+532.529.5

АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ МОДИФИКАЦИЙ МЕТОДА КРУПНЫХ ЧАСТИЦ НА ПРИМЕРЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ГАЗОВЗВЕСЕЙ[1]

Ю.М. Ковалев[2], Е.А. Ковалева[3], Е.Е. Пигасов[4]

Приводятся новые модификации метода крупных частиц в приложении к исследованиям течений газовзвесей. Показано, что предложенные модификации позволяют проводить расчеты поведения ударных волн в газовзвесях без введения в явном виде искусственной вязкости, что позволяет избежать искажения физической картины течения газовзвеси, связанной с наличием осцилляций. Показано, что предложенные модификации метода крупных частиц являются эффективными и позволяют проводить расчеты сильных ударных волн в газовзвесях.

Ключевые слова: численный метод; математическая модель; газовзвесь; законы сохранения; ударные волны; число Куранта.

Введение

Появление новых математических моделей механики сплошных сред, с одной стороны, связано с отсутствием в природе чистых веществ, что требует активного развития математических моделей многокомпонентных сред, достоверно описывающих физические процессы, применяемые в различных отраслях науки и техники. С другой стороны, развитие вычислительной техники позволяет получать численные решения для новых [1], все более сложных математических моделей многокомпонентных сред. Более того, есть такие проблемы, когда математическое моделирование является единственным средством предварительного изучения явлений (например, [2]). Адекватность математических моделей многокомпонентных сред физическим процессам предъявляет достаточно жесткие требования к математическим моделям: с одной стороны, уравнения сохранения должны быть инвариантны относительно преобразования Галилея [3], с другой стороны, должны выполняться законы сохранения для смеси [4]. В работах [1, 5] было показано, каким образом можно выполнить оба эти условия.

Несмотря на наличие большого числа вычислительных пакетов и увеличение быстродействия вычислительной техники, разработка эффективных численных методов для решения задач в рамках новых математических моделей механики сплошных сред в настоящее время является актуальной задачей. Успешное решение многочисленных задач газовой динамики и аэродинамики методом крупным частиц [6] и его модификациями [7] позволяет надеяться на то, что идеология метода может быть применена и для решения задач распространения ударных волн в газовзвесях. Поэтому целью данной работы является разработка модификации метода крупных частиц, которая позволит эффективно решать проблемы, связанные с течением газовзвесей.

1. Математическая модель газовзвеси

Рассмотрим одномерный плоский случай математической модели течения газа с твердыми частицами (аэровзвесь), которая описывается системой уравнений сохранения [5]. Данная система уравнений двухфазной аэровзвеси [5] без химических превращений имеет следующий вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t}+\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x}=0,\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t}+\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x}=0,\ \frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial n v_2}{\partial x}=0, \tag{1}$$

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ грант № 13–01–00072.

[2] Ковалев Юрий Михайлович – д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой вычислительной механики сплошных сред, Южно-Уральский государственный университет.
E-mail: yum_kov@mail.ru

[3] Ковалева Елена Адамовна – к. ф.-м. н., доцент кафедры математических методов в экономике, Челябинский государственный университет.
E-mail: ea_kov@mail.ru

[4] Пигасов Егор Евгеньевич – учебный мастер кафедры вычислительной механики сплошных сред, Южно-Уральский государственный университет.
E-mail: pigasovee@mail.ru

$$\rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} = -\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nf, \ \rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} = -\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nf, \tag{2}$$

$$\rho_1 \frac{d_1 e_1}{dt} = \frac{p\alpha_1}{\left(\overset{\circ}{\rho_1}\right)} \frac{d_1 \overset{\circ}{\rho_1}}{dt} + nf\left(v_1 - v_2\right) - nq, \tag{3}$$

$$\rho_2 \frac{d_2 e_2}{dt} = \frac{p\alpha_2}{\left(\overset{\circ}{\rho_2}\right)} \frac{d_2 \overset{\circ}{\rho_2}}{dt} + nq, \tag{4}$$

$$p = p_1\left(\overset{\circ}{\rho_1}, T_1\right) = p_2\left(\overset{\circ}{\rho_2}, T_2\right), \quad e_1 = e_1\left(\overset{\circ}{\rho_1}, T_1\right), \quad e_2 = e_2\left(\overset{\circ}{\rho_2}, T_2\right),$$

$$\rho_1 = \overset{\circ}{\rho_1}\alpha_1, \ \rho_2 = \overset{\circ}{\rho_2}\alpha_2, \ \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad E_i = e_i + \frac{v_i^2}{2}\left(i = 1, 2\right). \tag{5}$$

$$f = \pi d^2 \overset{\circ}{\rho_1} C_d \left(v_1 - v_2\right)\left|v_1 - v_2\right|/8, \qquad q = \pi d \lambda_1 Nu\left(T_1 - T_2\right). \tag{6}$$

Система уравнений (1)–(6) замыкается уравнениями состояния газовой фазы и частиц

$$e_1 = c_{v1}\left(T_1 - T_0\right) + C_0, \quad e_1 = \frac{p}{\left(k-1\right)\overset{\circ}{\rho_1}}, \ e_2 = c_2\left(T_2 - T_0\right). \tag{7}$$

Здесь индексы 1, 2 относятся соответственно к газу и частицам; $\overset{\circ}{\rho_i}, \alpha_i$ (i = 1, 2) – истинные плотности и объемные содержания фаз; $\rho_i, v_i, T_i, e_i, E_i$ – парциальная плотность, скорость, температура, внутренняя и полная энергия i-ой фазы; p – давление, n – число частиц в единице объема смеси; c_{v1} и c_2 – теплоемкости фаз: C_0 – постоянная для нормирования внутренней энергии газовой фазы: λ_1 – теплопроводность газовой фазы; R_1 – универсальная газовая постоянная; C_d и Nu – коэффициент трения и число Нуссельта, определяемые числами Рейнольдса (Re) и Прандтля (Pr) относительного движения фаз соответственно: k — показатель адиабаты Пуассона; d – диаметр частиц.

Уравнения (1) – уравнения неразрывности газа и частиц и уравнение сохранения числа частиц в единице объема смеси; (2) – уравнения импульса газа и частиц; (3) и (4) – уравнения сохранения внутренней энергии газа и частиц соответственно. (6) – уравнения, определяющие члены теплового (q) и силового (f) взаимодействия между фазами: (7) – уравнения состояния фаз. В данной работе не рассматриваются более сложные уравнения состояния [8].

Для того чтобы воспользоваться идеологией метода крупных частиц, необходимо привести уравнения (2)–(4) к дивергентному виду и получить уравнения кинетической энергии газовой фазы и частиц.

Умножая уравнение сохранения импульса газовой фазы на v_1, а уравнение сохранения импульса конденсированной фазы на v_2, получим уравнения сохранения кинетической энергии газа и частиц соответственно

$$v_1\left[\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x}\right] = -v_1\alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1,$$

$$v_2\left[\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x}\right] = -v_2\alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nfv_2,$$

которые после простых преобразований принимают следующий вид

$$\frac{\partial \rho_1 \frac{v_1^2}{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1 \frac{v_1^2}{2}}{\partial x} = -\alpha_1 v_1 \frac{\partial p}{\partial x} - nfv_1, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \rho_2 \frac{v_2^2}{2}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2 \frac{v_2^2}{2}}{\partial x} = -\alpha_2 v_2 \frac{\partial p}{\partial x} + nfv_2. \tag{9}$$

Преобразуем левые части уравнений сохранения внутренней энергии газа (3) и частиц (4) к дивергентному виду. С учетом равенств (1) они могут быть представлены в виде

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=\frac{p\alpha_1}{\left(\overset{\circ}{\rho}_1\right)}\frac{d_1\overset{\circ}{\rho}_1}{dt}+nf\left(v_1-v_2\right)-nq, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=\frac{p\alpha_2}{\left(\overset{\circ}{\rho}_2\right)}\frac{d_2\overset{\circ}{\rho}_2}{dt}+nq\,. \tag{11}$$

Из уравнений неразрывности газовой и конденсированной фаз (1) легко получить следующие равенства

$$\alpha_1\frac{d_1\overset{\circ}{\rho}_1}{dt}=-\overset{\circ}{\rho}_1\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial t}+\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}\right),$$

$$\alpha_2\frac{d_2\overset{\circ}{\rho}_2}{dt}=-\overset{\circ}{\rho}_2\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}+\frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right).$$

Подставляя данные выражения в уравнения (10) и (11) соответственно, получим

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=-p\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial t}+\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}\right)+nf\left(v_1-v_2\right)-nq, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=-p\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}+\frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right)+nq\,. \tag{13}$$

В случае несжимаемости конденсированной фазы уравнения сохранения внутренней энергии газовой (3) и конденсированной (4) фаз легко преобразуются к виду

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t}+\frac{\partial \rho_1 e_1 v_1}{\partial x}=-p\left(\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}+\frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right)+nf\left(v_1-v_2\right)-nq, \tag{14}$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t}+\frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x}=nq, \tag{15}$$

Для получения уравнение сохранения полной энергии смеси просуммируем левые и правые части уравнений (8), (9), (14), (15). В результате получим уравнение сохранения полной энергии смеси в виде

$$\frac{\partial\left(\rho_1 E_1+\rho_2 E_2\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho_1 v_1 E_1+\rho_2 v_2 E_2+\left(\alpha_1 v_1+\alpha_2 v_2\right)p\right]=0. \tag{16}$$

Система уравнений (1), (2), (5)–(7), (14)–(16) представляет собой замкнутую систему уравнений для описания течений газовзвесей, инвариантную относительно преобразования Галилея.

2. Некоторые модификации метода крупных частиц для расчета течений газовзвеси

В соответствии с идеологией метода крупных частиц [6] систему законов сохранения газовзвеси (1), (2), (5)–(7), (14)–(16) на эйлеровом этапе можно представить следующим образом

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t}=0,\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t}=0,\ \frac{\partial n}{\partial t}=0, \tag{17}$$

$$\rho_1\frac{\partial v_1}{\partial t}=-\alpha_1\frac{\partial p}{\partial x}-nf\,,\ \rho_2\frac{\partial v_2}{\partial t}=-\alpha_2\frac{\partial p}{\partial x}+nf\,, \tag{18}$$

$$\rho_1\frac{\partial e_1}{\partial t}=-p\left(\frac{\partial \alpha_1 v_1}{\partial x}+\frac{\partial \alpha_2 v_2}{\partial x}\right)+nf\left(v_1-v_2\right)-nq, \tag{19}$$

$$\rho_2\frac{\partial e_2}{\partial t}=nq, \tag{20}$$

$$\frac{\partial\left(\rho_1 E_1+\rho_2 E_2\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\alpha_1 v_1+\alpha_2 v_2\right)p\right]=0. \tag{21}$$

Учитывая несжимаемость конденсированной фазы ($\overset{\circ}{\rho}_2=\mathrm{const}$), запишем уравнения (17), (19), (21) в более удобном для представления на эйлеровом этапе виде

$$\alpha_1\frac{\partial \overset{\circ}{\rho}_1}{\partial t}=0,\ \overset{\circ}{\rho}_2\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}=0,\ \frac{\partial n}{\partial t}=0,\ \overset{\circ}{\rho}_1\frac{\partial \alpha_1}{\partial t}=0 \tag{22}$$

$$\rho_1 \frac{\partial e_1}{\partial t} = -p\left(\alpha_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial v_2}{\partial x}\right) + nf\left(v_1 - v_2\right) - nq, \tag{23}$$

$$\rho_1 \frac{\partial E_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial E_2}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial \left(v_1 p\right)}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \left(v_2 p\right)}{\partial x} = 0. \tag{24}$$

Подставляя уравнение состояния газовой фазы (7) в уравнение (23), получим следующее базовое соотношение для определения давления на эйлеровом этапе

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{(k-1)}{\alpha_1} p\left(\alpha_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial v_2}{\partial x}\right) + \frac{(k-1)}{\alpha_1}\left(nf\left(v_1 - v_2\right) - nq\right). \tag{25}$$

Используя явные разностные представления для равенства (25), легко получить выражения для определения предварительных значений давления на новом $m+1$ временном слое на границах $i-1/2$ и $i+1/2$ для ячеек $i-1,\ i$ и $i+1$

$$\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} = \frac{p_{i+1}^m + p_i^m}{2}(1 - \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}(\alpha_{1,i+1/2}^m\left(v_{1,i+1}^m - v_{1,i}^m\right) +$$

$$+\alpha_{2,i+1/2}^m\left(v_{2,i+1}^m - v_{2,i}^m\right))\frac{\Delta t}{\Delta x}) - \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^m}\left(n_{i+1/2}^m q_{i+1/2}^m\right)\Delta t + \frac{(k-1)}{\alpha_{1,i+1/2}^n}\left(n_{i+1/2}^m f_{i+1/2}^m\left(v_{1,i+1/2}^m - v_{2,i+1/2}^m\right)\Delta t\right). \tag{26}$$

Здесь Δt – шаг по времени, Δx – шаг по пространству. Полученные значения давления используются для определения промежуточных величин скоростей на эйлеровом этапе:

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{1,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x} - \frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m} f_i^m \Delta t\,, \tag{27}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{2,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m} f_i^m \Delta t\,. \tag{28}$$

Для получения промежуточных значений скоростей газовой и конденсированной фаз можно использовать еще одну модификацию эйлерова этапа метода крупных частиц, связанную с частично неявной аппроксимацией силы межфазного взаимодействия. Если ввести обозначения

$$\Delta p_{1,i}^{m+1} = \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{1,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+\frac{1}{2}}^{m+1} - \tilde{p}_{i-\frac{1}{2}}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x}\,;\quad \Delta p_{2,i}^{m+1} = \frac{1}{\overset{\circ}{\rho}{}_{2,i}^m}\left(\tilde{p}_{i+\frac{1}{2}}^{m+1} - \tilde{p}_{i-\frac{1}{2}}^{m+1}\right)\frac{\Delta t}{\Delta x}\,;$$

$$\Delta f_{1,i}^m = -\frac{n_i^m}{\rho_{1,i}^m}\left(\frac{\pi d^2 \overset{\circ}{\rho}_1 C_d \left|v_1 - v_2\right|}{8}\right)_i^m;\quad \Delta f_{2,i}^m = -\frac{n_i^m}{\rho_{2,i}^m}\left(\frac{\pi d^2 \overset{\circ}{\rho}_1 C_d \left|v_1 - v_2\right|}{8}\right)_i^m,$$

то уравнения (27) и (28) можно будет записать следующим образом

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \Delta p_{1,i}^{m+1} + \Delta f_{1,i}^m\left(\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - v_{2,i}^m\right),$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \Delta p_{2,i}^{m+1} - \Delta f_{2,i}^m\left(v_{1,i}^m - \tilde{v}_{2,i}^{m+1}\right).$$

Из полученных уравнений промежуточные значения скоростей легко определяются в явном виде

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = \left(v_{1,i}^m - \Delta p_{1,i}^{m+1} - \Delta f_{1,i}^m v_{2,i}^m\right)/\left(1 - \Delta f_{1,i}^m\right), \tag{29}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = \left(v_{2,i}^m - \Delta p_{2,i}^{m+1} - \Delta f_{2,i}^m v_{1,i}^m\right)/\left(1 - \Delta f_{2,i}^m\right). \tag{30}$$

Более сложная модификация метода крупных частиц в приложении к течениям газовзвесей может быть реализована в случае неявной аппроксимации разности скоростей газа и конденсированной фазы в выражении для силы межфазного взаимодействия. Подставляя в равенства (27) и (28) выражение для силы межфазного взаимодействия, получим

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} = v_{1,i}^m - \Delta p_{1,i}^{m+1} + \Delta f_{1,i}^m\left(\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - \tilde{v}_{2,i}^{m+1}\right), \tag{31}$$

$$\tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{2,i}^m - \Delta p_{2,i}^{m+1} - \Delta f_{2,i}^m\left(\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - \tilde{v}_{2,i}^{m+1}\right). \tag{32}$$

Вычитая левые и правые части равенства (32) из левых и правых частей равенства (31) соответственно, получим уравнение для определения промежуточных значений разности скоростей газовой и конденсированной фаз

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - \tilde{v}_{2,i}^{m+1} = v_{1,i}^{m} - v_{2,i}^{m} - \left(\Delta p_{1,i}^{m+1} - \Delta p_{2,i}^{m+1} \right) + \left(\Delta f_{1,i}^{m} - \Delta f_{2,i}^{m} \right) \left(\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - \tilde{v}_{2,i}^{m+1} \right) .$$

Окончательное выражение для определения разности промежуточных значений скоростей имеет следующий вид

$$\tilde{v}_{1,i}^{m+1} - \tilde{v}_{2,i}^{m+1} = \left(\left(v_{1,i}^{m} - v_{2,i}^{m} \right) - \left(\Delta p_{1,i}^{m+1} - \Delta p_{2,i}^{m+1} \right) \right) / \left(1 - \left(\Delta f_{1,i}^{m} - \Delta f_{2,i}^{m} \right) \right) . \qquad (33)$$

Подставляя выражение (33) в равенства (31) и (32), получим значения скоростей фаз на эйлеровом этапе метода крупных частиц.

Промежуточные значения скорости конденсированной и газовой фаз на границах ячеек определяются как средние арифметические от их значений в двух соседних ячейках

$$\tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} = (\tilde{v}_{1,i}^{m+1} + \tilde{v}_{1,i+1}^{m+1}) / 2, \; \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} = \left(\tilde{v}_{2,i}^{m+1} + \tilde{v}_{2,i+1}^{m+1} \right) / 2. \qquad (34)$$

Теперь можно определить промежуточные значения внутренней энергии конденсированной фазы

$$\tilde{e}_{2,i}^{m+1} = e_{2,i}^{m} + \frac{1}{\rho_{2,i}^{m}} n_i^m q_i^m \Delta t \qquad (35)$$

и полной энергии смеси

$$\rho_{1,i}^{m} \tilde{E}_{1,i}^{m+1} + \rho_{2,i}^{m} \tilde{E}_{2,i}^{m+1} = \rho_{1,i}^{m} E_{1,i}^{m} + \rho_{2,i}^{m} E_{2,i}^{m} - \left(\alpha_{1,i+1/2}^{n} \tilde{v}_{1,i+1/2}^{m+1} \, \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \alpha_{1,i-1/2}^{n} \tilde{v}_{1,i-1/2}^{m+1} \, \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x} -$$

$$- \left(\alpha_{2,i+1/2}^{n} \, \tilde{v}_{2,i+1/2}^{m+1} \, \tilde{p}_{i+1/2}^{m+1} - \alpha_{2,i-1/2}^{n} \tilde{v}_{2,i-1/2}^{m+1} \, \tilde{p}_{i-1/2}^{m+1} \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}. \qquad (36)$$

На этапе Лагранжа и заключительном этапе метода крупных частиц для каждой фазы были использованы формулы, приведенные в монографии О.М. Белоцерковского и Ю.М. Давыдова [6].

Заключение

1. Тестирование предложенной модификации метода крупных частиц проводилось на решении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [9, 10] и в облаке газовзвеси [11].

2. Было показано, что применение на этапе Эйлера уравнений (26)–(31) более эффективно, чем применение метода крупных частиц [6] и модификации метода [12] при решении задач о распространении ударных волн в «замороженной» газовзвеси [9, 10] и в облаке газовзвеси [11].

3. Применение на этапе Эйлера уравнений (29)–(30) и (33) позволяет проводить расчеты задач [9–11] при больших значениях числа Куранта.

Авторы выражают свою благодарность профессору В.Ф. Куропатенко за полезные обсуждения и интерес к работе.

Литература

1. Куропатенко, В.Ф. Новые модели механики сплошных сред / В.Ф. Куропатенко // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84, № 1. – С. 74–92.

2. Гришин, А.М. Об усилении ударных волн при их взаимодействии с фронтом лесного пожара / А.М. Гришин, Ю.М. Ковалев // Доклады Академии наук. – 1990. – Т. 312, № 1. – С. 50–54.

3. Ковалев, Ю.М. Математическая модель газовзвеси с химическими превращениями в приближении парных взаимодействий / Ю.М. Ковалев, Е.Е. Пигасов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 40–49.

4. Ковалев, Ю.М. Математический анализ уравнений сохранения двухфазных смесей / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 29–37.

5. Ковалев, Ю.М. Анализ возможности применения некоторых численных методов для решения задач механики многокомпонентных сред / Ю.М. Ковалев, Е.А. Ковалева // Вестник Юж-

но-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2014. – Т. 14, № 1. – С. 57–62.

6. Белоцерковский, О.М. Метод крупных частиц в газовой динамике / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов. – М.: Наука, 1982. – 392 с.

7. Гришин, Ю.А. Новые схемы метода крупных частиц и использование их для оптимизации газовоздушных трактов двигателей / Ю.А. Гришин // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 14, № 8. – С. 51–55.

8. Ковалев, Ю.М. Уравнения состояния и температуры ударного сжатия кристаллических ВВ / Ю.М. Ковалев // Физика горения и взрыва. – 1984.– Т. 20, № 2. – С. 102–107.

9. Ковалев, Ю.М. Ослабление воздушных ударных волн системой решеток/ Ю.М. Ковалев, А.Ю. Черемохов // Вопросы атомной науки и техники. Серия «Математическое моделирование физических процессов». – 1997. – Вып. 3. – С. 39–43.

10. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн экранирующими решётками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // ФГВ. – 1988. – № 1. – С. 115–117.

11. Кругликов, Б.С. Ослабление воздушных ударных волн слоями запыленного газа и решетками / Б.С. Кругликов, А.Г. Кутушев // ПМТФ. – 1988. – № 1. – С. 51–57.

12. Ивандаев, А.И. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе / А.И. Ивандаев, А.Г. Кутушев // Численные методы в механике сплошных сред. – 1983. – Т. 14, № 6. – С. 47–60.

Поступила в редакцию 2 апреля 2015 г.

Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2015, vol. 7, no. 3, pp. 71–77

THE ANALYSIS OF SOME MODIFICATIONS OF THE LARGE-PARTICLE METHOD ON THE BASIS OF RESEARCH OF GAS-SUSPENSION CURRENTS

Yu.M. Kovalev[1], E.A. Kovaleva[2], E.E. Pigasov[3]

In the paper new modifications of a large-particle method are given in the appendix to the analysis of gas-suspension currents. It is shown that given modifications allow us to carry out calculations of shock waves behavior in gas-suspensions without introduction explicit artificial viscosity which helps to avoid distortion of a physical phenomenon of gas-suspension current connected with the existence of oscillation. It is shown that given modifications of the large particle method are effective and help to carry out calculations of strong shock waves in gas-suspensions.

Keywords: numerical method; mathematical model; gas-suspension; conservation laws; shock waves; Courant number.

References

1. Kuropatenko V.F. New models of continuum mechanics. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* 2011. Vol. 84, no. 1. pp. 77–99.

2. Grishin A.M., Kovalev Yu.M. *Doklady Akademii nauk.* 1990. Vol. 312, no. 1. pp. 50–54. (in Russ.).

3. Kovalev Yu.M., Pigasov E.E. A Mathematical Model of Gas Suspension with Chemical Reactions in the Pair-Interaction Approximation. *Bulletin of South Ural State University. Series "Mathematical Modelling, Programming & Computer Software".* 2014. Vol. 7, no. 3. pp. 40–49. (in Russ.). DOI: 10.14529/mmp140304

[1] Kovalev Yury Mikhailovich is Dr. Sc. (Physics and Mathematics), professor, Head of the Computational Continuum Mechanics Department, South Ural State University. E-mail: yum_kov@mail.ru

[2] Kovaleva Elena Adamovna is Cand. Sc. (Physics and Mathematics), Associate professor, Department of the mathematical methods of economics, Chelyabinsk State University. E-mail: ea_kov@mail.ru

[3] Pigasov Egor Evgenyevich is Educational Assistant, Computational Continuum Mechanics Department, South Ural State University. E-mail: pigasovee@mail.ru

4. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. A Mathematical Study of the Conservation Equation for Two-Phase Mixtures. *Bulletin of South Ural State University. Series "Mathematical Modelling, Programming & Computer Software"*. 2014. Vol. 7, no. 2. pp. 29–37. (in Russ.). DOI: 10.14529/mmp140202

5. Kovalev Yu.M., Kovaleva E.A. The Analysis of some Numerical Methods Application for the Solution of Multicomponent Mediamechanics Tasks. *Bulletin of South Ural State University. Series "Computer Technologies, Automatic Control & Radioelectronics"*. 2014. Vol. 14, no. 1. pp. 57–62. (in Russ.).

6. Belotserkovskiy O.M., Davydov Yu.M. *Metod krupnykh chastits v gazovoy dinamike* (Large particle method in gas dynamics). Moscow, Nauka Publ., 1982. 392 p. (in Russ.).

7. Grishin Yu.A. The new schemes of a large particles method and their usage for optimization gas-air channels of engines. *Matem. Mod.* 2002. Vol. 14, no. 8, pp. 51–55. (in Russ.).

8. Kovalev Yu.M. *Fizika goreniya i vzryva*. 1984. Vol. 20, no. 2. pp. 102–107. (in Russ.).

9. Kovalev Yu.M., Cheremokhov A.Yu. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya "Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov"*. 1997. Issue 3. pp. 39–43.

10. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. *Fizika goreniya i vzryva.* 1988. no. 1. pp. 115–117. (in Russ.).

11. Kruglikov B.S., Kutushev A.G. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* (Journal of Applied Mechanics and Technical Physics). 1988. no. 1. pp. 51–57. (in Russ.).

12. Ivandaev A.I., Kutushev A.G. *Chislennye metody v mekhanike sploshnykh sred.* 1983. Vol. 14, no. 6. pp. 47–60.

Received 2 April 2015