

## ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ В ПОДВИЖНОМ СОСУДЕ С НАКЛОННЫМИ РЕШЕТКАМИ

**М.Б. Атманских<sup>1</sup>, А.Ю. Боталов<sup>2</sup>, А.С. Губкин<sup>1,2</sup>, А.В. Пяткова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Тюменский государственный университет, г. Тюмень, Российская Федерация

<sup>2</sup> Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Российская Федерация

E-mail: aybotalov@bk.ru

Рассмотрены вынужденные колебания сосуда прямоугольной формы, частично заполненного жидкостью. В сосуде расположены вставки в виде двух наклонных решеток. Исследовано влияние угла наклона вставок на коэффициент потерь давления при различных значениях амплитуды колебания сосуда и длин пластин решеток. Проведено сравнение с известной аналитической зависимостью коэффициента потерь давления от угла наклона, полученной для стационарного протекания через наклонную решетку.

*Ключевые слова:* свободная поверхность; вынужденные колебания; наклонные решетки; коэффициент потерь давления; TLD.

### Введение

Одним из ключевых приложений задач динамики сосудов, частично заполненных жидкостью, является разработка эффективного демпфера вибраций различных конструкций: высотных зданий, нефтяных платформ. В качестве такого эффективного демпфера могут использоваться резервуары, частично заполненные жидкостью, с частотой собственных колебаний жидкости, согласующейся с собственной частотой колебания конструкции (TLD – Tuned Liquid Damper). При этом жидкость воздействует на конструкцию с силой, находящейся в противофазе к внешней нагрузке [1]. Для интенсификации диссипативных процессов в жидкости в сосуде располагают вертикальные решетки [2, 3]. Кроме того, решетки могут быть использованы как управляемый элемент системы TLD, при помощи которого можно изменять свойства демпфера, подстраивая его под внешние условия. Одним из таких механизмов управления служит изменение угла наклона решеток, что приводит к изменению структуры потока в резервуаре и, следовательно, к изменению собственной частоты системы и сопротивления решеток.

В представленной работе рассматриваются гармонические колебания сосуда с двумя решетками, частично заполненного жидкостью. Проводится сравнение различных моделей турбулентности на точность расчета коэффициента потерь давления. На основе численного моделирования уравнений Навье–Стокса исследуется влияние угла наклона решеток на коэффициент потерь давления при различных значениях амплитуды колебания сосуда и длин пластин решеток. Влияние угла наклона решеток на диссипативные свойства было ранее исследовано аналитически [4]. В работе [4] на основе модели потенциального течения жидкости с учетом потерь давления потока при протекании через решетки получены распределения диссипации энергии системы от частоты колебаний сосуда. Причем, как будет показано в представленной работе, используемая в работе [4] аналитическая зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток нуждается в уточнении.

### Постановка задачи

Пусть сосуд прямоугольной формы, частично заполненный жидкостью до уровня  $h$ , колеблется вдоль горизонтальной оси по гармоническому закону:

$$x_s = A \sin(ft),$$

где  $A$  – амплитуда колебаний,  $f$  – частота колебаний,  $t$  – время. Симметрично вертикальной оси в сосуде расположены две решетки, отклоненные от вертикали на угол  $\pm\varphi$  (рис. 1). Расстояние между решетками обозначим как  $L_1$  при длине дна сосуда, равной  $L$ .

Значения параметров задачи выбраны в соответствии с работой [2]:  $L = 0,966$  м,  $L_I = 0,2L$ ,  $h = 0,119$  м. Введенные на рис. 1 параметры решеток взяты следующими:  $b_s = 0,001$  м,  $d_e = 0,005, 0,01, 0,02$  м,  $d_s$  подобран таким образом, чтобы «сплошность» решеток  $S_n$  была фиксирована  $S_n = d_s / (d_s + d_e) = 0,42$ . Угол наклона решеток варьировался:  $40^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ . Частота колебаний соответствовала резонансной частоте малых колебаний данного сосуда без решеток:  $f = 3,4585$  с<sup>-1</sup>. Амплитуда колебаний изменялась:  $A = 0,0025, 0,005, 0,01$  м. Теплофизические свойства жидкости соответствовали воде ( $\mu_{ж} = 10^{-3}$  Па·с,  $\rho_{ж} = 1\,000$  кг/м<sup>3</sup>), газа – воздуху ( $\mu_{г} = 1,48 \cdot 10^{-5}$  Па·с,  $\rho_{г} = 1$  кг/м<sup>3</sup>).

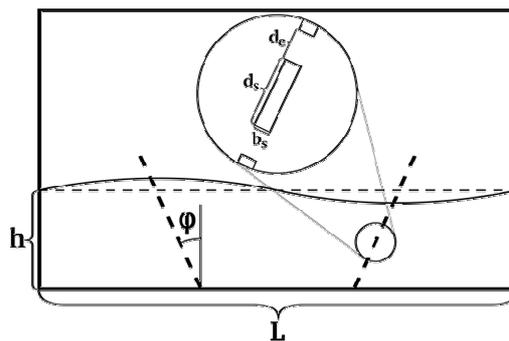


Рис. 1. Схема сосуда с решетками

## Математическое описание

Наличие вставок в сосуде приводит к возникновению вихревого течения. В случае размещения в колеблющемся сосуде решеток за ними образуются разномасштабные вихревые структуры (рис. 2), что может привести к турбулизации течения жидкости. На рис. 3 показано распределение кинематической турбулентной вязкости в области около решеток и между решетками при колебании сосуда. Расчеты кинематической турбулентной вязкости показывают, что при заданных параметрах колебаний сосуда в области между решетками развиваются пульсации, генерируемые решетками. Данный факт говорит о необходимости проведения расчетов в турбулентном приближении.

Моделирование турбулентного движения системы двух несжимаемых жидкостей в подвижном сосуде проводится при помощи осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса совместно с SST  $k-\omega$  моделью, записанных в неинерциальной системе отсчета. Для моделирования границы раздела фаз жидкость–газ используется метод объема жидкости (VOF) [5]. Система уравнений имеет

вид:

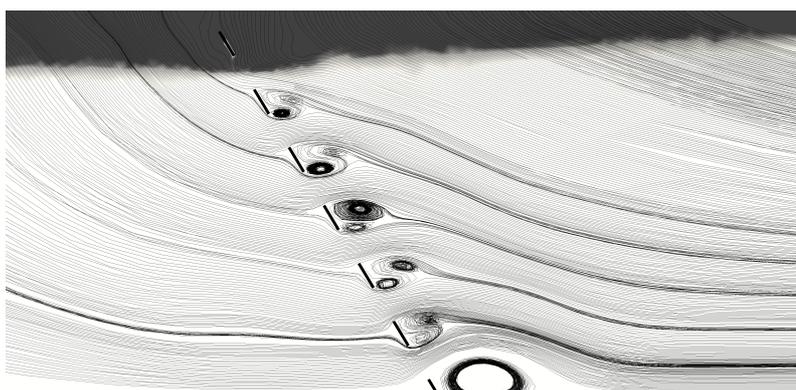


Рис. 2. Линии тока в области около решетки: темный цвет – газ, светлый – жидкость

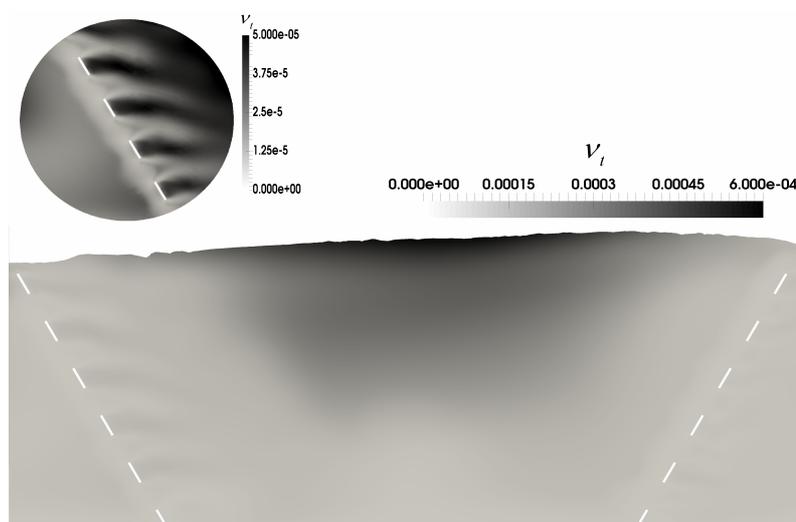


Рис. 3. Распределение турбулентной вязкости

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \rho \vec{v} \vec{v} = -\nabla p + \nabla \left( (\mu + \mu_t) \nabla \vec{v} \right) - \rho \ddot{x}_s \vec{i} + \rho g \vec{j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{v} \nabla \alpha = 0, \quad (3)$$

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \sqrt{2 S_t F_2})}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \rho \vec{v} k = \nabla \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\tilde{\sigma}_k} \right) \nabla k \right) + \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \rho \vec{v} \omega = \nabla \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\tilde{\sigma}_\omega} \right) \nabla \omega \right) + \tilde{C}_\alpha \frac{\omega}{k} P_k - \tilde{C}_\beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{\rho}{\omega} \nabla k \nabla \omega. \quad (6)$$

Здесь  $\vec{v}$  – поле вектора осредненной скорости,  $p$  – поле давления,  $\vec{i}, \vec{j}$  – единичные векторы в направлении осей  $x$  и  $y$ ,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\alpha$  – маркерная функция, принимающая значения от 0 до 1 (причем 0 соответствует газу, 1 – жидкости),  $k$  – поле кинетической энергии турбулентности,  $\omega$  – поле удельной скорости диссипации энергии,  $\rho, \mu$  – плотность и динамическая вязкость, пересчитываемые следующим образом:

$$\rho = \rho_{жс} \alpha + \rho_g (1 - \alpha), \mu = \mu_{жс} \alpha + \mu_g (1 - \alpha).$$

Модельные функции и константы определены следующим образом:

$$S_t = \sqrt{2 S_{t1} \cdot S_{t1}}, \quad S_{t1} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T), \quad F_2 = \tanh(\gamma_2^2), \quad \gamma_2 = \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500 \mu / \rho}{d^2 \omega} \right),$$

$$\beta^* = 0,09, \quad \tilde{P}_k = \min(P_k, c_1 \beta^* k \omega), \quad P_k = \mu_t \left( 2 S_{t1} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \mathbf{E} \right) \nabla \vec{v},$$

$$\tilde{C}_\alpha = F_1 C_{\alpha 1} + (1 - F_1) C_{\alpha 2}$$

$$\tilde{C}_\beta = F_1 C_{\beta 1} + (1 - F_1) C_{\beta 2},$$

$$\tilde{\sigma}_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2},$$

$$\tilde{\sigma}_\omega = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2}$$

$$F_1 = \tanh(\gamma_1^4), \quad \gamma_1 = \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500 \mu / \rho}{d^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{C D_{k\omega} d^2} \right),$$

$$C D_{k\omega} = \max(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega, 10^{-10}), \quad a_1 = 0,31, \quad c_1 = 10,$$

$$C_{\alpha 1} = 0,5532, \quad C_{\beta 1} = 0,075, \quad \sigma_{k1} = 2, \quad \sigma_{\omega 1} = 2,$$

$$C_{\alpha 2} = 0,4403, \quad C_{\beta 2} = 0,0828, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \sigma_{\omega 2} = 1,186,$$

$d$  – расстояние от расчетной точки до ближайшей твердой стенки,  $\mathbf{E}$  – единичная матрица.

В качестве граничных условий на границах решеток для  $k, \omega$  и осредненной скорости течения жидкости задавались нулевые значения, на границах полости для  $k$  и  $\omega$  использовались пристеночные функции [6], для осредненной скорости течения жидкости задавались условия прилипания.

В данной модели пренебрегаем влиянием сил поверхностного натяжения, что оправдано применением на практике сосудов больших размеров.

### Процедура численного решения

Для решения системы уравнений (1)–(6) использовался открытый пакет OpenFoam [6]. Особенностью реализации метода VOF в пакете OpenFoam является использование в уравнении переноса маркерной функции (3) искусственного конвективного члена  $\vec{v}_r$ , уменьшающего толщину переходного слоя между фазами [5]:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\vec{v}, \alpha) + \nabla(\vec{v}, \alpha(1 - \alpha)) = 0.$$

Расчеты проводились на двумерной сетке, содержащей 140 000 ячеек. В основной области потока строилась неструктурированная треугольная сетка, а вокруг каждой пластины структурированная прямоугольная, обеспечивающая разрешение вязкого подслоя (рис. 4). Для совместного решения уравнений для давления и импульса использовался алгоритм PISO-SIMPLE. Для аппроксимации конвективных членов уравнений движения и турбулентных характеристик использовалась схема вверх по потоку, для уравнения переноса маркера – схема SuperBee. Для решения системы линейных уравнений использовался метод сопряженных градиентов с предобуславливателем. Для поиска предобуславливающей матрицы использовался обобщенный многосеточный метод. Шаг по времени выбирался так, чтобы число Куранта не превосходило 0,5.

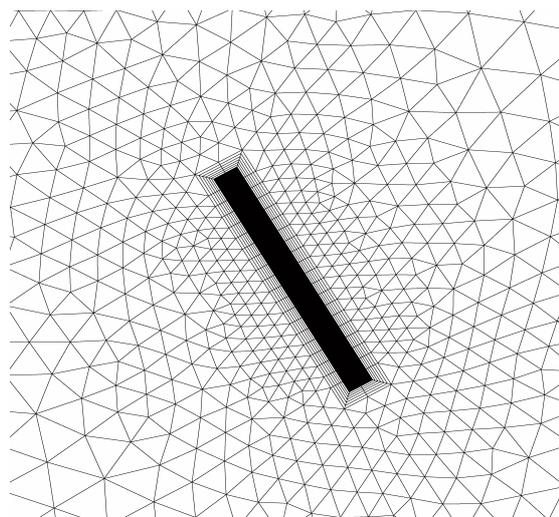


Рис. 4. Пример расчетной сетки в области около пластины при  $\varphi = \pi/6$

### Верификация модели

Для апробации выбранной модели турбулентности и расчетной сетки была проведена серия расчетов с вертикальными решетками. На рис. 5 показана зависимость осредненного коэффициента потерь давления  $C_l$  от числа Келегана–Карпентера  $KC$  [7]:

$$C_l = -\frac{3}{4} S_n \int_0^{2\pi} \frac{F \cos \theta}{\rho U_m^2 d_s} d\theta,$$

где  $F$  – сила, действующая на решетку со стороны жидкости,  $\theta = ft$ ,  $U_m = \frac{\zeta fL}{\pi h} \sin(0,5\pi(1-L_1/L))$ ,  $\zeta$  – амплитуда колебания свободной поверхности.

Число Келегана–Карпентера:  $KC = \frac{2\pi U_m}{fd_s}$ .

Как видно из данного рисунка, результаты, полученные при помощи SST  $k-\omega$  модели турбулентности хорошо, согласуются с экспериментом, что говорит о достоверности результатов, полученных в статье.

### Результаты расчетов

В результате проведенных расчетов была получена зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток при различных значениях амплитуды колебаний. На рис. 6 изображена зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток при  $d_e = 0,01$  м. Как видно из рисунка, данная зависимость имеет локальный максимум, зависящий от амплитуды колебаний сосуда. Данный факт свидетельствует о том, что при заданной амплитуде существует угол на-

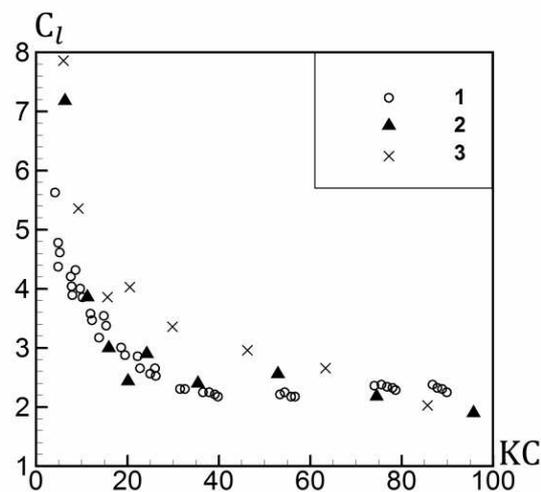


Рис. 5. Зависимость коэффициента потерь давления от числа Келегана–Карпентера; 1 – экспериментальные данные, 2 – SST  $k-\omega$  модель турбулентности, 3 –  $k-\epsilon$  модель турбулентности

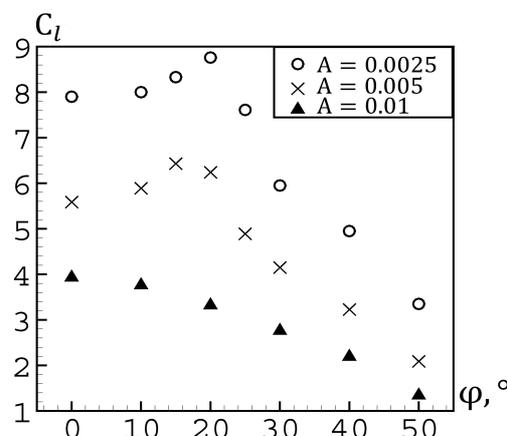


Рис. 6. Зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток при различных значениях амплитуды колебаний

клона, когда диссипация энергии колебаний жидкости наибольшая ( $\varphi_{\max} \approx 20^\circ$  при  $A = 0,0025$  м,  $\varphi_{\max} \approx 15^\circ$  при  $A = 0,005$  м). Однако при  $A = 0,01$  м локальный максимум не наблюдается, что может быть связано с характерными значениями числа Келегана–Карпентера:  $21 < KC < 35$  при  $A = 0,0025$  м,  $34 < KC < 70$  при  $A = 0,005$  м и  $60 < KC < 100$  при  $A = 0,01$  м.

На рис. 7 изображена зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона при  $A = 0,01$  м и различных длин пластин решеток:  $d_e = 0,005, 0,01, 0,02$  м. При этом число Келегана–Карпентера принимает следующие значения:  $126 < KC < 150$  при  $d_e = 0,005$  м,  $22 < KC < 40$  при  $d_e = 0,02$  м. Видно, что при малых значениях числа  $KC$  (при  $d_e = 0,02$  м) в зависимости  $C_l$  от угла наклона также наблюдается локальный максимум.

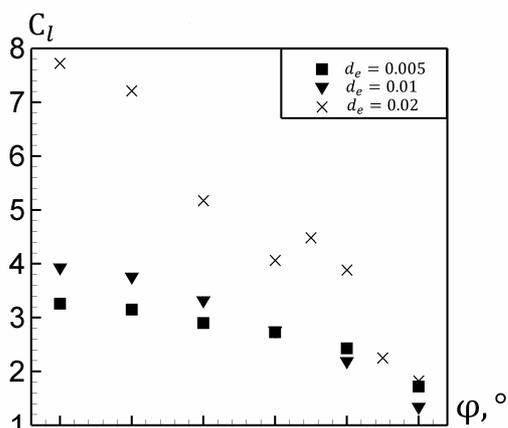


Рис. 7. Зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток при  $A = 0,01$  м и различных значениях  $d_e$

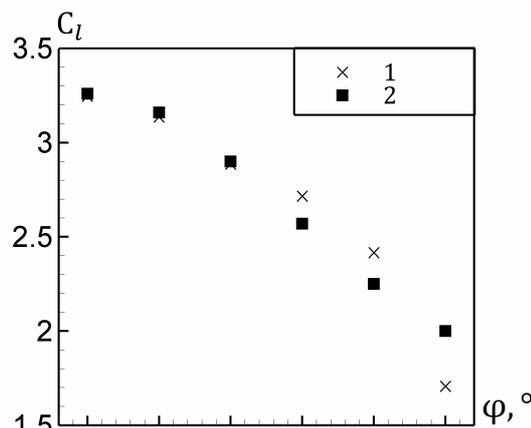


Рис. 8. Зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона решеток при  $A = 0,01$  м;  $d_e = 0,005$  м; 1 – численное решение, 2 – аналитическое

В работе [8] на основе экспериментальных данных по измерению отклонения потока при стационарном протекании через наклонную решетку получено аналитическое выражение для зависимости коэффициента потерь давления от угла наклона:

$$C_l = \left( \left( \sqrt{C_l \varphi_0} + 1 \right) \frac{\cos \varphi}{\cos \psi} - 1 \right)^2, \quad (7)$$

где  $\psi$  – угол отклонения потока от нормали к решетке, значение которого были найдены из эксперимента [4, 8].

Авторы [4] применяют данную зависимость для случая колебательного движения сосуда при больших значениях числа  $KC$  ( $KC > 40$ ). На рис. 8 показано изменение коэффициента потерь давления при увеличении угла наклона для случая  $A = 0,01$  м и  $d_e = 0,005$  м ( $126 < KC < 150$ ). Из данного рисунка видно, что при малых углах наклона наблюдается хорошее согласование значений  $C_l$ , полученных по формуле (7) и расчетных значений. При больших углах наклона решеток расчетные значения отличаются от значений  $C_l$ , полученных по формуле (7). Кроме того, формула (7) не применима при малых значениях числа Келегана–Карпентера, что говорит о необходимости ее уточнения для случая периодического течения жидкости через решетки при широком диапазоне значений числа Келегана–Карпентера и угла наклона решеток.

## Заключение

В результате проведенных расчетов задачи колебания прямоугольного сосуда, частично заполненного жидкостью и имеющего вставки в виде наклонных решеток, были получены коэффициенты потерь давления при различных значениях параметров: угла наклона решеток, амплитуды колебания сосуда, длины пластин решеток. На основе анализа полученных значений коэффициентов потерь давления можно сделать следующие выводы:

- при малых значениях числа Келегана–Карпентера зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона имеет локальный максимум. Угол, при котором достигается локальный максимум, зависит как от амплитуды колебаний, так и от геометрических параметров решеток;

- зависимость коэффициента потерь давления от угла наклона, используемая в литературе, требует уточнения для случая больших углов наклона решеток и малых значений числа Келегана–Карпентера.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00068 мол\_а.*

### Литература

1. Wind-induced vibration of tower and practical applications of tuned sloshing damper / K. Fujii, Y. Tamura, T. Sato, T. Wakahara // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. – 1990. – Vol. 33. – Issue 1-2. – P. 263–272.
2. Numerical flow models to simulate tuned liquid dampers (TLD) with slat screen / M.J. Tait, A.A. El Damatty, N. Isyumov, M.R. Siddique // *Journal of Fluids and Structures*. – 2005. – Vol. 20. – Issue 8. – P. 1007–1023.
3. Боталов А.Ю. Вынужденные колебания твердого тела с полостью, частично заполненной жидкостью / А.Ю. Боталов, С.П. Родионов // *Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика*. – 2014. – № 7. – С. 120–126.
4. Modeling of a tuned liquid damper with inclined damping screens / M.R. Cassolato, J.S. Love, M.J. Tait // *Struct. Control Health Monit.* – 2011. – Vol. 18. – Issue 6. – P. 674–286.
5. Gopala, V.R. Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows / V.R. Gopala, B.G.M. Van Wachem // *Chemical Engineering Journal*. – 2008. – Vol. 141. – Issue 1-3. – P. 204–221.
6. Moukalled, F. The finite volume method in computational fluid dynamics: an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab / F. Moukalled, L. Mangani, M. Darwish. – Switzerland: Springer International Publishing, 2015. – 791 p.
7. Tuned liquid dampers with a Keulegan–Carpenter number-dependent screen drag coefficient / J.A. Hamelin, J.S. Love, M.J. Tait, J.C. Wilson // *Journal of Fluids and Structures*. – 2013. – Vol. 43. – pp. 271–286.
8. Yeh, H.H. Free surface flow through screen / H.H. Yeh, M. Shrestha // *Journal of Hydraulic Engineering*. – 1989. – Vol. 115. – Issue 10. – P. 1371–1385.

*Поступила в редакцию 9 марта 2017 г.*

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series “Mathematics. Mechanics. Physics”  
2017, vol. 9, no. 3, pp. 27–33*

---

DOI: 10.14529/mmph170304

## FLUID DYNAMICS IN MOBILE TANK WITH INCLINED SLAT SCREENS

**M.B. Atmanskikh<sup>1</sup>, A.Yu. Botalov<sup>2</sup>, A.S. Gubkin<sup>1,2</sup>, A.V. Pyatkova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Tyumen State University, Tyumen, Russian Federation

<sup>2</sup> Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Tyumen, Russian Federation

E-mail: aybotalov@bk.ru

Forced oscillations of a rectangular tank partially filled with liquid are considered in this work. Two inclined screens are located in the tank as inserts. The system of Reynolds–averaged Navier–Stokes equations is solved numerically with the SST  $k$ - $\omega$  turbulence model. The volume of fluid (VOF) method is taken for simulation of gas–liquid interface. The problem is solved in two-dimensional statement. Unstructured triangular mesh converted to a fine structured rectangular mesh is used near the screens. A comparison of two turbulence models with experimental data is carried out, and the optimal model for the pressure loss coefficient calculation is chosen. The effect of the inserts inclination angle on the pressure loss coefficient is investigated at different values of the oscillation amplitude of the tank and different heights of the screen slats. It is obtained that the pressure loss coefficient dependence on the inclination angle at small Keulegan–Carpenter number has the local maximum depending on the oscillation amplitude and the geometric parameters of the screens. Comparison with the known analytical depend-

ence of the pressure loss coefficient dependence on the inclination angle that obtained for the stationary flow through the inclined screen is conducted. It is found that this dependence needs to be verified for the case of oscillation tank at big screen inclination angle and small Keulegan–Carpenter number.

*Keywords: free surface; forced oscillations; inclined screens; pressure loss coefficient; TLD.*

### References

1. Fujii K., Tamura Y., Sato T., Wakahara T. Wind-induced vibration of tower and practical applications of tuned sloshing damper. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 1990, Vol. 33, Issue 1-2, pp. 263–272. DOI: 10.1016/0167-6105(90)90042-B
2. Tait M.J., El Damatty A.A., Isyumov N., Siddique M.R. Numerical flow models to simulate tuned liquid dampers (TLD) with slat screen. *Journal of Fluids and Structures*, 2005, Vol. 20, Issue 8, pp. 1007–1023. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2005.04.004
3. Botalov A.Yu., Rodionov S.P. Forced oscillation of the rigid body partially filled with fluid. *Vestnik Tumenskogo gosudarstvennogo universiteta – UT Research Journal*, 2014, no. 7, pp. 120–126. (in Russ.).
4. Cassolato M.R., Love J.S., Tait M.J. Modeling of a tuned liquid damper with inclined damping screens. *Struct. Struct. Control Health Monit.*, 2011, Vol. 18, Issue 6, pp. 674–286. DOI: 10.1002/stc.397
5. Gopala V.R., Van Wachem B.G.M. Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows. *Chemical Engineering Journal*, 2008, Vol. 141, Issue 6, pp. 204–221. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cej.2007.12.035>
6. Moukalled F., Mangani L., Darwish M. *The finite volume method in computational fluid dynamics: an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab*. Switzerland, Springer International Publishing, 2015, 791 p. DOI: 10.1007/978-3-319-16874-6
7. Hamelin J.A., Love J.S., Tait M.J., Wilson J.C. Tuned liquid dampers with a Keulegan-Carpenter number-depend screen drag coefficient. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, Vol. 43, pp. 271–286. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2013.09.006
8. Yeh H.H., Shrestha M. Free surface flow through screen. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1989, Vol. 115, Issue 10, pp. 1371–1385. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1989)115:10(1371)

*Received March 9, 2017*