Физика

УДК 535.41

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СУПЕРОСЦИЛЛЯЦИЙ НА ОСНОВЕ ТРЕХВОЛНОВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

М.А. Дрязгов, И.В. Свиридова, Д.С. Исаков, Ю.В. Микляев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация E-mail: dryazgovm@gmail.com

> Оптические суперосцилляции являются одним из способов преодоления дифракционного предела. Явление суперосцилляций известно уже более полувека, но до сих пор существуют весьма ограниченный набор формы получаемых картин распределения света. Использование интерференции пучков Бесселя и Гаусса в настоящий момент является наиболее исследованным теоретически и фактически единственным методом получения оптических суперосцилляций на практике. В данной работе представлен новый метод получения оптических суперосцилляций, основанный на явлении трехволновой интерференции. Исследованы теоретические основы получения оптических суперосцилляций на основе рассмотрения распределения амплитуды поля при интерференции трёх когерентных коллимированных источников. Исследована зависимость контраста оптических суперосцилляций от соотношения амплитуд волн, которая имеет экспоненциальный вид. Также исследована зависимость размера оптических суперосцилляций от их контраста, которая, как оказалось, имеет степенную форму. Выполнено моделирование двумерных интерференционных картин оптических суперосцилляций, создаваемых тремя компланарными волнами. В этом случае оптические суперосцилляции имеют постоянный размер вдоль интерференционных полос. В случае некомпланарных волн при движении вдоль интерференционных полос наблюдается периодическое исчезновение и появление оптических суперосцилляций.

> Ключевые слова: оптические суперосцилляции; интерференция; субволновые эффекты.

Введение

Современные темпы развития технологий приводят к постоянному уменьшению размеров как используемых инструментов, так и создаваемых изделий. Это требует увеличения разрешающей способности измерительной и контролирующей аппаратуры, что, в свою очередь, ведёт к развитию микроскопии. Однако существование фундаментального ограничения разрешающей способности, так называемого «дифракционного предела» [1], существенно ограничивает эту область исследований.

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2n},\tag{1}$$

где d_{min} – минимальный диаметр пятна, в которое можно сфокусировать электромагнитное излучение, λ – длина волны электромагнитного излучения в вакууме, n – показатель преломления среды, в которой распространяется излучение.

Существует множество способов как уменьшить влияние этого ограничения (использование рентгеновских волн [2, 3], иммерсионная микроскопия [4]), так и полностью его избежать (зондовая микроскопия [5–7]). Одним из способов преодоления дифракционного предела в оптике (получения сверхразрешения как в микроскопии, так и в литографии) является использование оптических суперосцилляций.

Суперосцилляции – это локальные участки в распределении интенсивности, которые имеют характерные размеры деталей существенно меньшие половины длины волны. Другими словами,

Физика

локально эти осцилляции имеют период меньше периода самых высоких пространственных частот, допустимых диапазоном несущих частот [8, 9].

Первые упоминания о суперосцилляциях в радиоволнах встречаются в 1940-х годах, когда была использована антенна специального вида для фокусировки радиоволн в сколь угодно малую область [10, 11]. Было обнаружено, что лишь малая часть мощности излучения может существовать в виде суперосцилляций, остальная часть приходилась на сильное гало.

В 1952 появилась идея применить подобный интерференционный принцип для получения суперосцилляций в области видимого электромагнитного излучения [12, 13]. И всего несколько лет назад (в 2012 году) оптические суперосцилляции были практически получены с помощью сложения пучков Бесселя и Гаусса [14, 15].

В данной работе предложен другой способ создания оптических суперосцилляций, основанный на интерференции нескольких коллимированных пучков. Проведено теоретическое исследование таких оптических суперосцилляций, получены зависимости их размера и амплитуды от параметров схемы интерференции.

Теоретические основы получения оптических суперосцилляций

Как известно, распределение амплитуды поля при интерференции N когерентных коллимированных источников излучения может быть представлено в виде:

$$A = \sum_{i=1}^{N} A_{i} e^{-i\vec{k}_{i}\vec{r}_{i}}.$$
 (2)

Здесь k_i – волновой вектор *i*-ой волны, $k_i = 2\pi/\lambda$. При N = 2 мы получаем синусоидальное распределение интенсивности $I = |A|^2$. Наименьший период этого распределения равен половине длины волны при встречном распространении волн (когда $\vec{k_1} = -\vec{k_2}$). На рис. 1, *a* показано распределение амплитуды электрического поля волны вдоль оси X и соответствующее распределение интенсивности для случая, когда биссектриса между векторами $\vec{k_1} = -\vec{k_2}$ параллельна оси Y.

Простейший случай возникновения суперосцилляции наблюдается уже при рассмотрении интерференции трех коллимированных волн. Возьмем три волны с компланарными волновыми векторами, причем волновой вектор третьей волны направлен по биссектрисе угла между первыми двумя волнами. Если волновой вектор 2-ой волны параллелен оси Y, то график распределения амплитуды вдоль оси X будет иметь вид, показанный на рис. 1, *b*. Как видим, по сравнению с рис. 1, *a* график сместился по вертикали на постоянную величину, зависящую от амплитуды этой 3-ей волны. При этом в распределении интенсивности I(x) (рис. 1, *b*) возникают локальные участки, чей размер, то есть расстояние между двумя нулями, меньше, чем $\lambda/2$, а интенсивность существенно ниже, чем у окружающих их пиков. Эти локальные максимумы можно классифицировать как простейший случай суперосцилляций. В связи с этим представляет особый интерес исследование свойств именно этого вида суперосцилляций.



Рис. 1. Распределение амплитуды и интенсивности при интерференции 2-х волн (а) и 3-х компланарных волн (b). Значения амплитуды и интенсивности взяты в условных единицах. Распределение интенсивности выделено толстой линией

Дополнительной особенностью данного вида суперосцилляций является их повторяемость с малым периодом.

Зависимость размера и амплитуды оптических суперосцилляций от амплитуды одной из интерферирующих волн

Интенсивность и размер оптических суперосцилляций зависят от соотношения амплитуд интерферирующих волн. В данной работе мы исследовали изменения этих параметров при варьировании интенсивности волны, распространяющейся между двумя другими волнами, когда амплитуды этих волн равны между собой.



Рис. 2. График зависимости интенсивности оптических суперосцилляций от амплитуды 3-ей волны источника. Сплошная линия соответствует обнаруженной зависимости, пунктирная соответствует аппроксимации вида $C_1 e^{-x} + C_2$

суперосцилляции превращаются в обычные интерференционные полосы.

На рис. З показан график зависимости размера оптических суперосцилляций от их интенсивности. Можно заметить, что зависимость имеет вил $y = C_3 \sqrt[3]{x}$. Причём, когда размер суперосцилляций стремится к нулю, их интенсивность также стремится к нулю. Когда их интенсивность равна 4, то есть интенсивности обычных интерференционных полос, размер оптических суперосцилляций равен половине длины волны, то есть оптические суперосцилляции превращаются в обычные интерференционные полосы.

На рис. 2 показан график зависимости интенсивности оптических суперосцилляций от амплитуды 3-ей волны. Можно заметить, что зависимость имеет вид $y = C_1 e^{-x} + C_2$, где C_1 и C_2 – константы, подобранные так, чтобы концы графиков совпадали. Если рассматривать относительные величины амплитуд, то при $A_3 = 2$ и $A_1 = A_2 = 1$ оптические суперосцилляции пропадают, так как график распределения А поднимается так высоко над осью абсцисс, что уже не пересекает её. При $A_3 = 0$ интенсивность оптических суперосцилляций равна 4, то есть квадрату суммы амплитуд 2-х других волн. Это соответствует тому, что оптические оференционные полосы.



Рис. 3. График зависимости размера оптических суперосцилляций от их интенсивности. Сплошная линия соответствует обнаруженной зависимости, пунктирная соответствует предполагаемой зависимости

Двумерное распределение интенсивности при интерференции трех волн

В ходе реального эксперимента происходит наблюдение не за одномерным срезом, а за двумерной интерференционной картиной. Поэтому для наглядности была смоделирована 2D интерференционная картина от 3-х плоских волн с компланарными волновыми векторами (рис. 4, *a*). На картине видны обычные светлые интерференционные полосы, а посередине тёмных интерференционных полос наблюдаются тонкие светлые полосы, соответствующие оптическим суперосцилляциям.

Однако, если волновой вектор 3-ей волны сместить из плоскости, образуемой волновыми векторами первых двух волн, интерференционная картина потеряет трансляционную симметрию вдоль оси Y. На рис. 4, *b* показана интерференционная картина, соответствующая случаю, когда проекция волнового вектора третьей волны на исходную плоскость направлена по биссектрисе между волновыми векторами двух других волн. При движении вдоль оси Y наблюдается появление и последующее исчезновение суперосцилляционных полос (тонкие полосы на фоне темных полос). Такое поведение связано с тем, что при движении вдоль оси Y происходит монотонное изменение сдвига фаз между первыми двумя и третьей волной.

На рис. 5 показано, как смещение волнового вектора 3-ей волны из плоскости волновых векторов двух других волн влияет на изменение получаемой интерференционной картины оптиче-

Физика

ских суперосцилляций. На плоскости XY была выбрана область для моделирования, по OZ откладывалась интенсивность.



Рис. 4. *а*) Интерференционная картина от 3-х плоских волн с компланарными волновыми векторами; *b*) интерференционная картина от 3-х плоских волн в случае, когда волновой вектор третьей волны выходит из плоскости, образуемой волновыми векторами первых двух волн



Рис. 5. Зависимость перетекания оптических суперосцилляций в обычные интерференционные полосы от отклонения волнового вектора 3-ей волны от плоскости, образуемой волновыми векторами двух других волн

Как видно из рис. 5, при незначительном отклонении 3-го волнового вектора (отношение проекций $k_{3y}/k_3x=1/100$) интерференционная картина слабо изменяется в пространстве. Но при увеличении этого расстояния на исследуемом участке увеличивается количество переходов оптических суперосцилляций в обычные интерференционные полосы. В итоге, все три волны попарно интерфереируют между собой и интерференционные картины накладываются друг на друга.

Заключение

Исследован метод получения оптических суперосцилляций, основанный на интерференции от трёх коллимированных волн. Получены следующие результаты:

1) зависимость интенсивности оптических суперосцилляций от амплитуды 3-ей волны источника имеет экспоненциальный вид;

2) зависимость размера оптических суперосцилляций от их интенсивности имеет вид корневой зависимости.

3) получены распределения интенсивности света, соответствующие интерференции компланарных и некомпланарных волн, обеспечивающие возникновение как одномерных, так и двумерных суперосцилляций; обнаружено исчезновение суперосцилляций при удалении от некомпланарной ориентации волновых векторов.

Литература

1. Rogers, E.T.F. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging / E.T.F. Rogers, N.I. Zheludev // Journal of Optics. – 2013. – Vol. 15, no. 9. – P. 94008.

2. Phase evolution in single-crystalline LiFePO₄ followed by in situ scanning X-ray microscopy of a micrometre-sized battery / N. Ohmer, B. Fenk, D. Samuelis *et al.* // Nature Communications. -2015. - Vol. 6. - Article no. 6045.

3. Scanning transmission X-ray microscopy studies of chromium hydroxide hollow spheres and nanoparticles formed by gamma-radiation / Z. Wang, L. Alrehaily, J. Joseph *et al.* // Canadian Journal of Chemistry. – 2017. – e-First Article: P. 1–5.

4. Brakenhoff, G.J. Confocal scanning light microscopy with high aperture immersion lenses / G.J. Brakenhoff, P. Blom, P. Barends // Journal of Microscopy. – 1979. – Vol. 117, Issue 2. – P. 219–232.

5. Miklyaev, Y.V. Optical near-field scanning by microparticles suspended in immersion fluid / Y.V. Miklyaev, S.A. Asselborn, A.M. Gerasimov // Technical Physics Letters. – 2014. – Vol. 40, Issue 8. – P. 640–643.

6. Superresolution microscopy in far-field by near-field optical random mapping nanoscopy / Y.V. Miklyaev, S.A. Asselborn, K.A. Zaytsev, M.Y. Darscht // Applied Physics Letters. – 2014. – Vol. 105, Issue 11. – P. 113103.

7. Superresolved nanoscopy using Brownian motion of fluorescently labeled gold nanoparticles / T. Ilovitsh, A. Ilovitsh, O. Wagner, Z. Zalevsky // Applied Optics. – 2017. – Vol. 56, Issue 5. – P. 1365–1369.

8. Wong, A.M.H. Superoscillations without Sidebands: Power-Efficient Sub-Diffraction Imaging with Propagating Waves / A.M.H. Wong, G.V. Eleftheriades // Scientific Reports. – 2015. – Vol. 5. – Article no. 8449.

9. Chojnacki, L. New methods for creating superoscillations / L. Chojnacki, A. Kempf // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2016. – Vol. 49, no. 50. – P. 505203.

10. Bouwkamp, C.J. The problem of optimum antenna current distribution / C.J. Bouwkamp, N.G. de Bruijn // Philips Research Reports. – 1945. – Vol. 1. – P. 135–158.

11. Woodward, B.P.M. The theoretical precision with which an arbitrary radiation-pattern may be obtained from a source of finite size, (2) / B.P.M. Woodward, J.D. Lawson // Journal of the Institution of Electrical Engineers – Part I: General. – 1948. – Vol. 95, no. 93. – P. 405.

12. Di Francia, G.T. Super-gain antennas and optical resolving power / G.T. Di Francia // Il Nuovo Cimento. – 1952. – Vol. 9, Supplement 3. – P. 426–438.

13. Wong, A.M.H. Adaptation of Schelkunoff's superdirective antenna theory for the realization of superoscillatory antenna arrays / A.M.H. Wong, G.V. Eleftheriades // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2010. – Vol. 9. – P. 315–318.

14. Experimental generation of arbitrarily shaped diffractionless superoscillatory optical beams / E. Greenfield, R. Schley, I. Hurwitz *et al.* // Optics Express. – 2013. – Vol. 21, Issue 11. – pp. 13425–13435.

15. A super-oscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging / E.T.F. Rogers, J. Lindberg, T. Roy // Nature Materials. – 2012. – Vol. 11, Issue 5. – P. 432–435.

Поступила в редакцию 26 сентября 2017 г.

Bulletin of the South Ural State University Series "Mathematics. Mechanics. Physics" 2017, vol. 9, no. 4, pp. 59–65

DOI: 10.14529/mmph170408

A NEW METHOD OF OBTAINING OPTICAL SUPER-OSCILLATIONS BASED ON THREEWAVE INTERFERENCE

M.A. Dryazgov, I.V. Sviridova, D.S. Isakov, Yu.V. Miklyaev

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation E-mail: dryazgovm@gmail.com

Optical super-oscillation is one of the methods to overcome diffraction limit. The phenomenon of super oscillations has been known for more than half a century, but there is still a limited set of shapes of the resulting light distribution patterns. The use of interference of Bessel and Gauss beams is currently the most studied theoretically and in fact the only method of obtaining optical super oscillations in practice. The paper presents a new method of obtaining optical super-oscillations based on three wave interference. We have studied the theoretical basis for obtaining optical super-oscillations considering distribution of the field amplitude in the interference of three coherent collimated sources. The dependence of the contrast of optical super- oscillations on the ratio of wave amplitudes, which has an exponential form, is studied. The correlation of the size of optical super-oscillations depending on the contrast which is proved to be of a power form is analyzed. We have modeled two-dimensional interference patterns of optical super-oscillations obtained by three coplanar waves. In this case optical super oscillations have a constant size along interference fringes. In case of noncoplanar waves when moving along interference fringes periodic extinction and appearance of optical super-oscillations are observed.

Keywords: optical super-oscillations; interference; subwave effects.

References

1. Rogers E.T.F., Zheludev N.I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging. *Journal of Optics*, 2013, Vol. 15, no. 9, p. 94008. DOI: 10.1088/2040-8978/15/9/094008

2. Ohmer N., Fenk B., Samuelis D., Chen C.-C., Maier J., Weigand M., Goering E., Schütz G. Phase evolution in single-crystalline LiFePO₄ followed by in situ scanning X-ray microscopy of a micrometre-sized battery. Nature Communications, 2015, Vol. 6, Article no. 6045. DOI: 10.1038/ncomms7045

3. Wang Z., Alrehaily L., Joseph J., Wren J.C., Wang J., Sham T.-K. Scanning transmission X-ray microscopy studies of chromium hydroxide hollow spheres and nanoparticles formed by gamma-radiation. *Canadian Journal of Chemistry*, 2017, e-First Article: pp. 1–5. DOI: 10.1139/cjc-2017-0142

4. Brakenhoff G.J., Blom P., Barends P. Confocal scanning light microscopy with high aperture immersion lenses. Journal of Microscopy, 1979, Vol. 117, Issue 2, pp. 219–232. DOI: 10.1111/j.1365-2818.1979.tb01178.x

5. Miklyaev Y.V., Asselborn S.A., Gerasimov A.M. Optical near-field scanning by microparticles suspended in immersion fluid. *Technical Physics Letters*, 2014, Vol. 40, Issue 8, pp. 640–643. DOI: 10.1134/S1063785014080100

6. Miklyaev Y.V., Asselborn S.A., Zaytsev K.A., Darscht M.Y. Superresolution microscopy in farfield by near-field optical random mapping nanoscopy. *Applied Physics Letters*, 2014, Vol. 105, Issue 11, p. 113103. DOI: 10.1063/1.4895922

7. Ilovitsh T., Ilovitsh A., Wagner O., Zalevsky Z. Superresolved nanoscopy using Brownian motion of fluorescently labeled gold nanoparticles. *Applied Optics*, 2017, Vol. 56, Issue 5, pp. 1365–1369. DOI: 10.1364/AO.56.001365

8. Wong A.M.H., Eleftheriades G.V. Superoscillations without Sidebands: Power-Efficient Sub-Diffraction Imaging with Propagating Waves. *Scientific Reports*, 2015, Vol. 5, Article no. 8449. DOI: 10.1038/srep08449 9. Chojnacki L., Kempf A. New methods for creating superoscillations. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2016, Vol. 49, no. 50, p. 505203. DOI: 10.1088/1751-8113/49/50/505203

10. Bouwkamp C.J., Bruijn, de, N.G. The problem of optimum antenna current distribution. *Philips Research Reports*, 1945, Vol. 1, pp. 135–158.

11. Woodward B.P.M., Lawson J.D. The theoretical precision with which an arbitrary radiationpattern may be obtained from a source of finite size, (2). *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part I: General*, 1948, Vol. 95, no. 93, p. 405. DOI: 10.1049/ji-1.1948.0163

12. Di Francia G.T. Super-gain antennas and optical resolving power. *Il Nuovo Cimento*, 1952, Vol. 9, Supplement 3, pp. 426–438. DOI: 10.1007/BF02903413

13. Wong A.M.H., Eleftheriades G.V. Adaptation of Schelkunoff's superdirective antenna theory for the realization of superoscillatory antenna arrays. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2010, Vol. 9, pp. 315–318. DOI: 10.1109/LAWP.2010.2047710

14. Greenfield E., Schley R., Hurwitz I., Nemirovsky J., Makris K.G., Segev M. Experimental generation of arbitrarily shaped diffractionless superoscillatory optical beams. *Optics Express*, 2013, Vol. 21, Issue 11, pp. 13425–13435. DOI: 10.1364/OE.21.013425

15. Rogers E.T.F., Lindberg J., Roy T., Savo S., Chad J.E., Dennis M.R., Zheludev N.I. A superoscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging. *Nature Materials*, 2012, Vol. 11, Issue 5, pp. 432–435. DOI: 10.1038/nmat3280

Received September 26, 2017