

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЕ

И.В. Свиридова, М.А. Дрязгов, А.Е. Коренченко, Э.А. Бибилова

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: korenchenkoa@susu.ru

Рассмотрены оптические явления, связанные с влиянием продольной (т. е. направленной параллельно волновому вектору) компоненты электрического поля в электромагнитной волне. Актуальность работы связана с исследованием объектов субволновых масштабов и дополнительных степеней свободы пространственно-неоднородных оптических полей в новых областях оптики – фотонике, плазмонике и нанооптике. Численный анализ проведен для плоских волн с гауссовым профилем интенсивности и однородной (линейной или круговой) поляризацией. Решение уравнений Максвелла проведено методом конечных разностей. Для тестирования точности программы проведено сравнение коэффициентов отражения электромагнитной волны на границе прозрачной диэлектрической среды с аналитическим решением Френеля. Проведен расчет распределения электромагнитного поля при фокусировке толстой симметричной линзой. Получено увеличение интенсивности продольной компоненты в фокальной плоскости линзы в ~ 25 раз по сравнению с величиной E_{\parallel} в падающем излучении. Впервые проведен численный анализ геометрического спинового эффекта Холла при фокусировке асимметрично сходящегося светового пучка. Эффект состоит в смещении «центра тяжести» распределения интенсивности продольной компоненты светового пучка для различных состояний круговой поляризации. Рассчитанный сдвиг составил $\sim 0,5\lambda$ для право- и левополяризованного света при диаметре фокального пятна $\sim 2\lambda$, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Проведенные исследования показали, что разработанный пакет может быть использован для расчетов распределения полей при распространении электромагнитных волн произвольной конфигурации в оптически неоднородных средах.

Ключевые слова: спин-орбитальное взаимодействие; продольная компонента поля; геометрический спиновый эффект Холла.

Введение

Волновое уравнение для электрического $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, E_z\}$ и магнитного $\mathbf{H} = \{H_x, H_y, H_z\}$ полей в электромагнитной волне (ЭМВ) выводится из системы уравнений Максвелла на основании параксиального приближения $|\partial^2 H_z / \partial x^2| \gg |k_x \partial H_z / \partial x|$, здесь $k_x = 2\pi/\lambda$ – составляющая волнового вектора $\mathbf{k} = \{k_x, 0, 0\}$, волна распространяется вдоль оси x . Следствием применения параксиального приближения является утверждение, что векторы напряженности электрического и магнитного полей лежат в плоскости фронта волны, то есть электромагнитные волны поперечны. Однако, как показано в [1], данное приближение верно только для пучков с «крупной», в сравнении с λ , пространственной неоднородностью интенсивности. Для демонстрации этого утверждения запишем уравнения Максвелла для системы, в которой волна, среда и все оптические элементы однородны и бесконечны вдоль оси z . В этом случае все производные по z равны 0 и для волны, распространяющейся вдоль оси x , система имеет вид:

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu\mu_0} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{\partial H_z}{\partial y}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что продольная компонента E_x равна нулю лишь для бесконечной плоской волны с однородным профилем интенсивности. Если распределение интенсивности в поперечном сечении пучка не является однородным, т. е. $\partial H_z/\partial y \neq 0$, то такая ЭМВ содержит продольную компоненту, причем тем большую, чем больше $\partial H_z/\partial y$. Таким образом, чем сильнее поперечная неоднородность электромагнитного поля, тем больше продольная компонента, и, значит, рассмотрение субволновых масштабов в оптике выходит за рамки парааксиального приближения.

Как показано в работе [2], продольная компонента может влиять на остроту фокусировки пучка, которая имеет значение во многих областях: фотолитография, оптические диски памяти, конфокальная микроскопия, оптическая манипуляция, высокоразрешающая метрология, ускорение электронов. Диаметр фокального пятна при острой фокусировке света зависит от вида поляризации и от фокусирующего оптического элемента. Для гауссова пучка световое пятно получается уширенным из-за вклада продольной компоненты [3]. Однако в случае пучка с Бесселевым распределением преобладание продольной компоненты в фокальной плоскости способствует сужению пучка и вытягиванию фокуса вдоль направления распространения [4].

В настоящее время все больший интерес представляет исследование объектов субволновых масштабов и дополнительных степеней свободы пространственно-неоднородных оптических полей. Свет обладает собственными степенями свободы, которые связаны с осциллирующими во времени электрическим и магнитным полями. В квантовом рассмотрении правая и левая круговые поляризации электрического и магнитного поля соответствуют двум спиновым состояниям фотонов. Спиновые и орбитальные свойства световых пучков связаны друг с другом. Эту связь принято называть спин-орбитальным взаимодействием или оптическим спиновым эффектом Холла.

Поляризация света влияет на траекторию его распространения и, наоборот, траектория оказывает влияние на поляризацию [5]. Так, при смене знака циркулярности поляризованного по кругу асимметрично сходящегося пучка происходит сдвиг «центра тяжести» продольной компоненты ЭМВ в направлении, перпендикулярном оси распространения света. Величина сдвига мала и составляет значение порядка радиуса перетяжки пучка. Этот эффект был изучен теоретически и экспериментально [6, 7], однако его численный анализ, насколько нам известно, не проводился.

Цель работы состоит в разработке программного пакета для анализа продольной компоненты электрического поля при взаимодействии ЭМВ с различными оптическими элементами и численном исследовании явления поперечного сдвига «центра тяжести» продольной компоненты при прохождении лево- или право-поляризованной ЭМВ через половину линзы.

Математическая модель

Пусть световой пучок распространяется в немагнитной среде, не содержащей зарядов и токов. Система уравнений Максвелла в этом случае записывается в виде:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right), \quad (4) \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right), \quad (5) \quad \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \quad (6) \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right). \quad (9)$$

Для численного решения системы (4)–(9) использовался метод конечных разностей во временной области (FDTD-подход) [8]. Вычислительный объем представлял собой прямоугольный параллелепипед с размерами $40\lambda \times 40\lambda \times 100\lambda$. На границах помещалась специальная поглощающая среда (далее PML), оптические параметры которой были подобраны таким образом, чтобы предотвратить отражение света обратно в объем и обеспечить полное поглощение преломленного пучка внутри PML [9]. Расчеты проводились для различных пространственных разбиений и временных шагов, и было получено независимое от параметров сетки решение. Параметры моде-

лирования: длина волны излучения $\lambda = 0,5$ мкм, толщина поглощающего слоя PML $\sim \lambda$. Алгоритм был протестирован с помощью задачи об отражении/преломлении света на границе вакуум-диэлектрик. Вычисления проводились на суперкомпьютере Торнадо (ЮУрГУ).

Проверка выполнения формул Френеля

Для проверки достоверности результатов расчетов было смоделировано падение электромагнитной волны на плоскую границу прозрачной диэлектрической среды. Коэффициенты отражения и преломления в этом случае могут быть вычислены аналитически с помощью формул Френеля.

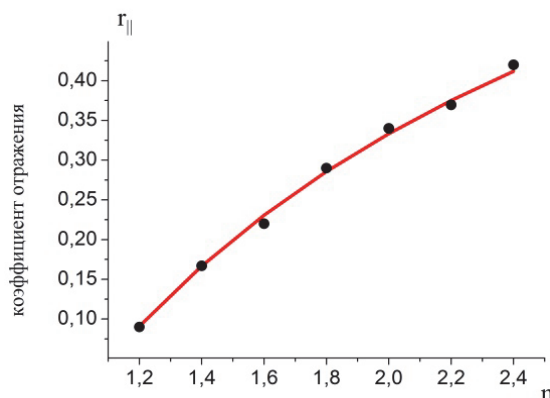


Рис. 1а. Зависимость коэффициента отражения света от показателя преломления среды при нормальном падении

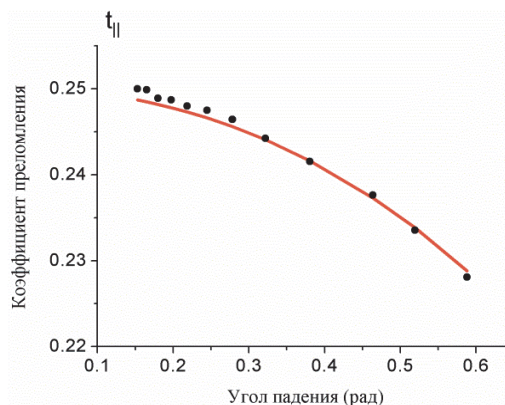


Рис. 1б. Зависимость коэффициента преломления света от угла падения; $n = 1,5$

• – расчет в программе FDTD-методом; — – расчет по формулам Френеля

На рис. 1, а и б показаны результаты тестовых расчетов. На рис. 1, а изображена зависимость коэффициента отражения ЭМВ от показателя преломления среды при нормальном падении, на рис. 1, б показана зависимость коэффициента преломления света от угла падения при фиксированном показателе преломления ($n = 1,5$). Как видно из рисунков, результаты численного эксперимента хорошо согласуются с теоретическими значениями, погрешность составила менее 3 %, что говорит о высокой точности применяемого метода.

Исследование продольной составляющей электрического поля для плоско- и циркулярно-поляризованных электромагнитных волн, распространяющихся в вакууме

На рис. 2 показана интенсивность поперечной E_y (левая шкала) и продольной E_x (правая шкала) компонент электрического поля при распространении в вакууме линейно-поляризованного гауссова светового пучка. По оси абсцисс графика отложено расстояние от центра пучка вдоль оси y , выраженное в длинах волн, по оси ординат отложена интенсивность в условных единицах. Полуширина пучка по $1/e$ – спаду интенсивности (FWHM) на входе в вычислительный объем составляла 5λ . Как видно из рисунка, интенсивность поперечной компоненты в ~ 1000 раз превышает интенсивность продольной, это позволяет пренебрегать вкладом E_x в параксиальном приближении при описании, например, мод лазера. Интенсивность продольной компоненты излучения имеет вид двугорбой кривой, максимумы которой соответствуют наибольшим значениям $\partial H_z / \partial y$.

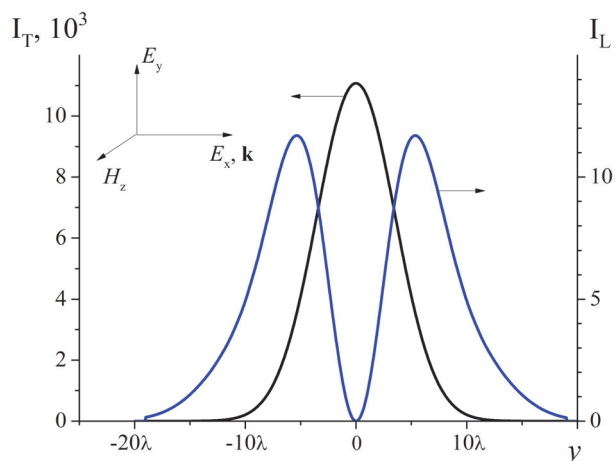


Рис. 2. Интенсивность в условных единицах поперечной (шкала слева) и продольной компоненты (шкала справа) при распространении линейно-поляризованного излучения Гауссова профиля в изотропной однородной среде

При распространении такой же волны, но с циркулярной поляризацией, в пространстве наблюдалась динамическая картина изменения

продольной компоненты, показанная на рис. 3. Каждая картинка на рисунке представляет собой мгновенное распределение модуля E_x в поперечном сечении пучка. Зачерненные участки картинок соответствуют наибольшим значениям продольного поля (по модулю). Как видно из рисунка, картина продольного поля поворачивается со временем, это связано с вращением вектора магнитного поля. Распределение интенсивности продольной компоненты было рассчитано из этих данных усреднением по времени и качественно совпало с данными работы [10].

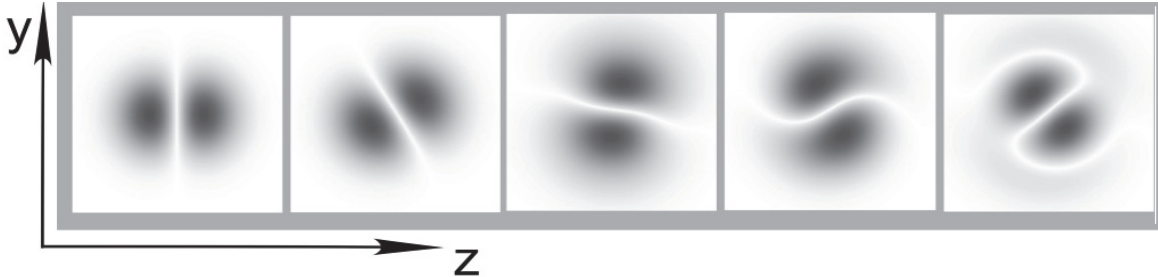


Рис. 3. Временная эволюция мгновенных распределений модуля продольной компоненты электрического поля для циркулярно-поляризованного гауссового пучка

Исследование продольной составляющей при прохождении плоско-поляризованной электромагнитной волны через линзу

Для исследования возможностей пакета в вычислительный объем была помещена плоско-выпуклая линза. Материал линзы имел показатель преломления $n = 2$, радиус сферической поверхности составлял $\sim 50\lambda$, толщина линзы в самом широком месте $\sim 5\lambda$, рассчитанное фокусное расстояние было равно 10 мкм, что составляло 20λ . Линейно поляризованная плоская ЭМВ с гауссовым профилем интенсивности падала нормально на плоскую поверхность линзы. Радиус сгенерированного падающего пучка, определенный, как полуширина пучка по критерию $1/e$, был равен 5λ .

На рис. 4 показан график зависимости радиуса пучка от расстояния до линзы. Как видно из графика, линза формирует протяженный ($\sim 2\lambda$) фокус с субволновым поперечным размером $\sim 0,5\lambda$. Значение продольной компоненты зависит от степени неоднородности распределения интенсивности светового пучка, поэтому в фокальной плоскости линзы, в зоне, где пучок имеет наименьший радиус, продольная компонента должна возрастать. Как и ожидалось, соотношение интенсивностей продольной и поперечной компонент электрического поля в перетяжке составило ~ 40 (см. вкладку рис. 4), тогда как в падающем пучке это отношение составляло 1000 (рис. 1).

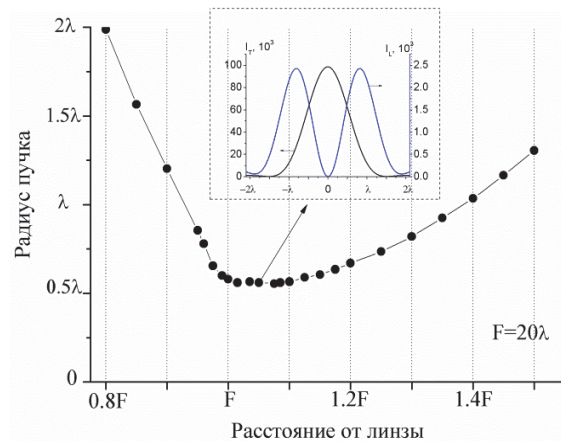


Рис. 4. Фокусировка светового пучка. Зависимость радиуса пучка от расстояния от линзы

Изучение продольной компоненты электромагнитной волны на границе диэлектрик-вакуум

При изучении прохождения электромагнитной волны через линзу был замечен скачок продольной компоненты на границе диэлектрик-вакуум (со стороны сферической поверхности линзы). Схема эксперимента представлена на вкладке рис. 5. В плоскости, показанной на схеме, проводился расчет компонент электрического поля и усреднение квадратов их значений. Скачок возникает при переходе из материала линзы в воздух и связан с локальной поперечной неоднородностью диэлектрической проницаемости при выходе из линзы. Из рис. 5 видно, что как поперечная, так и продольная компоненты электрического поля реагируют на неоднородность среды резким локализованным скачком. Интерес представляет также интерференционная картина, возникающая внутри линзы. Колебания интенсивности в интерференционной картине показаны на

рис. 5 слева и возникают при сложении падающей и отраженной от внутренней поверхности линзы волн.

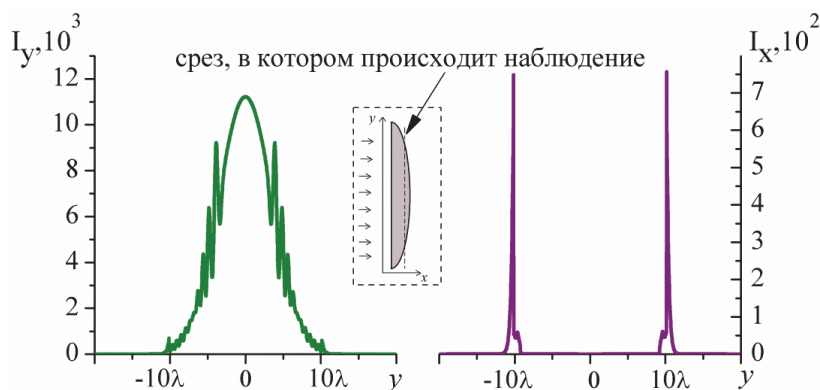


Рис. 5. Поперечное распределение интенсивности компонент электрического поля. Интерференционная картина внутри линзы (слева) и локальный скачок интенсивности на границе диэлектрик-вакуум (справа)

Исследование сдвига «центра тяжести» продольной компоненты электромагнитной волны

В рамках создания универсального пакета для исследования взаимодействия ЭМВ с различными оптическими элементами была создана численная модель эксперимента, описанного в работе [7]. Геометрический спиновый эффект Холла – оптическое явление, демонстрирующее спин-орбитальное взаимодействие в световом пучке и заключающееся во влиянии состояния поляризации света на траекторию пучка. Для создания светового пучка в вычислительный объем помещалась половина линзы. Полученный асимметричный пучок обладал ненулевым орбитальным моментом. Спин-орбитальное взаимодействие приводило к тому, что траектории пучка для право- и лево-поляризованного света отличались друг от друга, что становилось особенно заметно в фокальной плоскости линзы. Анализ результатов численного эксперимента показал, что радиус перетяжки составил величину, примерно равную длине волны $\sim \lambda$, а в зоне фокуса было замечено смещение центра тяжести продольной компоненты пучка от первоначального направления на $\sim 0,45\lambda$ влево для левоциркулярно поляризованного пучка и на $\sim 0,47\lambda$ для правоциркулярно поляризованного пучка. На рис. 6 заметно смещение центра тяжести продольной компоненты пучка от первоначального положения, отмеченного вертикальной прямой, в плоскости, перпендикулярной распространению волны. Этот результат хорошо соотносится с экспериментальными результатами [7], что говорит о точности созданной программы и о том, что геометрический спиновый эффект Холла возможно получить численно решением уравнений классической электродинамики.

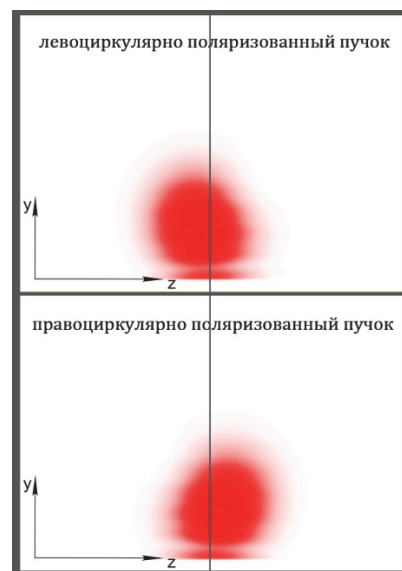


Рис. 6. Интенсивность продольной компоненты излучения в фокальной плоскости для пучков с различными спиновыми состояниями. Видно отклонение пучков от направления первоначального распространения, связанное со спиновым эффектом Холла

Заключение

Таким образом, в работе описан пакет программ для численного решения уравнений Максвелла, разработанный на основе метода FDTD. Пакет позволяет моделировать взаимодействие ЭМ излучения в оптическом диапазоне с различными оптическими элементами. Проведено тестирование пакета на основе сравнения коэффициентов отражения и преломления при падении ЭМВ на диэлектрическую среду с результатами применения формул Френеля. Получено хорошее согласие численных и аналитических данных, погрешность не превышала 3%. С использованием разработанного пакета проведено численное исследование продольной компоненты электрического поля и получены следующие результаты:

1. Анализ фокусировки светового пучка с помощью простой оптической линзы показал возрастание амплитуды продольной компоненты электрического поля в ЭМВ в ~ 25 раз в области

перетяжки. На границе диэлектрик-вакуум было замечено локальное возрастание продольной компоненты до величин, сопоставимых с поперечной компонентой. Эффекты связаны с возрастанием степени неоднородности поперечного распределения интенсивности светового пучка.

2. Впервые численно изучен геометрический спиновый эффект Холла. Наблюдалось отклонение центра тяжести продольной компоненты асимметричного пучка от первоначального направления для пучков с право и лево-циркулярной поляризацией. Рассчитанный сдвиг пучка в фокальной плоскости половины линзы, создающей асимметричный пучок, составил $\sim \lambda/2$ при радиусе фокальной перетяжки примерно равном λ , что хорошо согласуется с литературными данными [6, 7].

Работа выполнена в рамках темы государственного задания № 0389-2014-0030.

Литература

1. Lax, M. From Maxwell to paraxial wave optics / M. Lax, W.H. Louisell, W.B. McKnight // *Physical Review A*. – 1975. – Vol. 11, № 4. – P. 1365–1370.
2. Hao, B. Experimental measurement of longitudinal component in the vicinity of focused radially polarized beam / B. Hao, J. Leger // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15, № 6. – P. 3550–3556.
3. Quabis, S. Focusing light to a tighter spot / S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler // *Optics Communications*. – 2000. – Vol. 179, № 1. – P. 1–7.
4. Khonina, S.N. Analysis of the formation of a longitudinally polarized optical needle by a lens and axicon under tightly focused conditions / S.N. Khonina, S.A. Degtyarev // *Journal of Optical Technology*. – 2016. – Vol. 83, № 4. – P. 197–205.
5. Bliokh, K.Y. Spin-orbit interactions of light / K.Y. Bliokh, F.J. Rodríguez-Fortuño, F. Nori, A.V. Zayats // *Nature Photonics*. – 2015. – Vol. 9, № 12. – P. 796–808.
6. Baranova, N.B. Transverse shift of a focal spot due to switching of the sign of circular polarization / N.B. Baranova // *JETP Letters*. – 1994. – Vol. 59. – P. 216–218.
7. Зельдович, Б.Я. Наблюдение поперечного сдвига фокальной перетяжки при смене знака циркулярной поляризации / Б.Я. Зельдович, Н.Д. Кундикова, Л.Ф. Рогачева // *Письма в ЖЭТФ*. – 1994. – Т. 59. – С. 737.
8. Yee, K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K. Yee // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1996. – Vol. 14, № 3. – P. 302–307.
9. Berenger, J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves / J.-P. Berenger // *Optics Communications*. – 1994. – Vol. 114, № 2. – P. 185–200.
10. Nieminen, T.A. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam / T. A. Nieminen, A.B. Stilgoe // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2008. – Vol. 10, no. 11. – P. 115005.

Поступила в редакцию 4 августа 2017 г.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE LONGITUDINAL COMPONENT OF ELECTRIC FIELD IN ELECTROMAGNETIC WAVE

I.V. Sviridova, M.A. Dryazgov, A.E. Korenchenko, E.A. Bibikova

*South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation
E-mail: korenchenkoae@susu.ru*

Optical phenomena connected with the influence of the longitudinal component (i.e. parallel to the wave vector) of the electric field in electromagnetic wave are considered. The topicality of the study is connected with the analysis of the objects of subwave scales and additional degrees of freedom of

spatially inhomogeneous optical fields in new areas of optics; they are photonics, plasmonics and nanooptics. The numerical analysis is carried out for plane waves with Gauss intensity profile and homogeneous (linear or circular) polarization. The solution of Maxwell equations is carried by the method of finite differences. To test the accuracy of the program the reflection coefficients of an electromagnetic wave on the boundary of a transparent dielectric medium with analytic Fresnel solution are compared. The distribution of the electromagnetic field at focusing with a thick symmetrical lens is calculated. The increase in the intensity of the longitudinal component in the focal plane of the lens is found to be ~ 25 fold compared with the value of E_{\parallel} in the incident radiation. A numerical analysis of the geometric spin Hall effect is carried out for the first time when focusing an asymmetrically converging light beam. The effect is in shifting the center of gravity of the intensity distribution of the longitudinal component of the light beam for different states of circular polarization. The calculated shift is $\sim 0,5\lambda$ for right-handed and left polarized light with a focal spot diameter of $\sim 2\lambda$ which agrees with experimental data well. Carried out research has shown that the developed package can be used to calculate field distribution in the propagation of electromagnetic waves of arbitrary configuration in optically inhomogeneous media.

Keywords: spin-orbital interaction; longitudinal component of the field; geometric spin Hall effect.

References

1. Lax M., Louisell W.H., McKnight W.B. From Maxwell to paraxial wave optics. *Physical Review A*, 1975, Vol. 11, no 4, pp. 1365–1370. DOI: 10.1103/PhysRevA.11.1365
2. Hao B., Leger J. Experimental measurement of longitudinal component in the vicinity of focused radially polarized beam. *Optics Express*, 2007, Vol. 15, no. 6, pp. 3550–3556. DOI:10.1364/OE.15.003550
3. Quabis S., Dorn R., Eberler M. Focusing light to a tighter spot. *Optics Communications*, 2000, Vol. 179, no. 1, pp. 1–7. DOI: 10.1016/S0030-4018(99)00729-4
4. Khonina S.N., Degtyarev S.A. Analysis of the formation of a longitudinally polarized optical needle by a lens and axicon under tightly focused conditions. *Journal of Optical Technology*, 2016, Vol. 83, no. 4, p. 197–205. DOI: 10.1364/JOT.83.000197
5. Bliokh K.Y., Rodríguez-Fortuño F.J., Nori F., Zayats A.V. Spin-orbit interactions of light. *Nature Photonics*, 2015, Vol. 9, no. 12, pp. 796–808. DOI: 10.1038/nphoton.2015.201
6. Baranova N.B. Transverse shift of a focal spot due to switching of the sign of circular polarization. *JETP Letters*, 1994, Vol. 59, pp. 216–218.
7. Zeldovich B.Y. Kundikova N.D. Observation of the transverse shift of the focal waist when the sign of the circular polarization is changing. *JETP Letters*, 1994, Vol. 59, p. 737.
8. Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, Vol. 14, no. 3, pp. 302–307. DOI: 10.1109/TAP.1966.1138693
9. Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Optics Communications*, 1994, Vol. 114, no. 2, pp. 185–200. DOI: 10.1006/jcph.1994.1159
10. Nieminen T.A., Stilgoe A.B. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2008, Vol. 10, no. 11, pp. 115005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/11/115005

Received August 4, 2017