

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МАССОПЕРЕНОСА КОМПОНЕНТ ВОДНО-СОЛЕВОГО РАСТВОРА В ПУЧИНИСТЫХ ГРУНТАХ НА ОСНОВАНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЖИДКОСТЕЙ

Е.В. Марков¹, С.А. Пульников¹, А.Д. Гербер²

¹Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень, Российская Федерация

²Тюменское высшее военное-инженерное командное училище, г. Тюмень, Российская Федерация
E-mail: markov.ev@mail.ru

Надежность инженерных сооружений во многом зависит от способности сопротивляться неблагоприятным факторам внешней среды. Одним из наиболее опасных геологических процессов является морозное пучение грунтов, которое способно развивать огромные давления и значительные неравномерные вертикальные деформации. Особенно опасны такие процессы для нежестких сооружений с отрицательной среднегодовой температурой ($-6...-0,5$ °С), например, для подземных газо- и конденсаторов. Под действием давления морозного пучения трубопроводы испытывают сильные изгибы на коротких участках, что зачастую приводит к аварийным инцидентам. Для прогнозирования морозного пучения необходимо решить задачу массопереноса грунтового водно-солевого раствора из талой зоны в мерзлую.

С использованием кинетической теории жидкости авторы статьи разработали математическую модель массопереноса воды и соли в талых, промерзающих и мерзлых грунтах. Модель позволяет в явном виде определить вклад различных механизмов массопереноса: термодиффузия, концентрационная диффузия, фильтрация. Полученные в работе уравнения диффузионного переноса позволяют учитывать неодинаковую подвижность молекул в адсорбированной плёнке. Дополнительно было показано, что классическое выражение для плотности диффузионного потока справедливо только в частном случае равенства коэффициентов диффузии каждого компонента в соответствии с кинетической теорией жидкости.

Ключевые слова: кинетическая теория жидкостей; массоперенос в грунтовой среде; капиллярно-сорбционный потенциал; диффузионный поток.

Сезонные процессы морозного пучения оказывают существенное влияние на устойчивость зданий и сооружений, поэтому их прогнозирование является актуальной задачей.

Известно, что морозное пучение грунтов развивается в результате перемещения влаги из теплых зон грунта в холодные. Пересекая фронт промерзания, грунтовая влага замерзает и образует скопления ледяных шпиров. Особенно интенсивно пучения развиваются под сооружениями, которые способны поддерживать в грунте температуры около $-6...-0,5$ °С (например под газо- и конденсаторами [1, 2]), что связано с высокой проницаемостью грунтов при данных температурах [3].

Прогнозирование процессов перемещения поровой влаги, величины вертикальной деформации и давления морозного пучения на сегодняшний день осложняется отсутствием единой физической модели фильтрационно-диффузионных процессов в талых, промерзающих и мерзлых грунтах. Несмотря на значительное количество гипотез о природе сил, вызывающих перемещение влаги, многие из них не имеют достаточной количественной основы, позволяющей проводить расчеты [4]. В связи с этим активно развивалось феноменологическое направление, посвященное установлению количественных соотношений между эмпирическими закономерностями.

Наиболее часто в мировой гидрофизике грунтов для моделирования динамики поровой влаги применяются различные модификации уравнения Ричардса [5, 6]. И.Л. Калюжный и С.А. Лавров рекомендуют следующие уравнения для описания движения почвенной влаги [4]:

$$g_{\text{вс}}^{-\text{зр}} = -\rho_{\text{вс}}^u \frac{\lambda_w}{g} \left(\frac{\partial \psi_w}{\partial W_{\text{нз}}} \bar{\nabla} W_{\text{нз}} + \frac{\partial \psi_w}{\partial \Pi} \bar{\nabla} \Pi + g \bar{\nabla} H \right) - \rho_{\text{вс}}^u \lambda_w \bar{e}_z ; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_s^{zp}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\omega_s \bar{g}_{ec}^{zp}) - \nabla \cdot (\rho_{ec}^{zp} D_{ws} \bar{\nabla} \omega_s); \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_w^{zp}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\omega_w \bar{g}_{ec}^{zp}), \quad (3)$$

где \bar{g}_{ec}^{zp} – вектор суммарного массового потока водно-солевого раствора через единицу поверхности грунта, кг/(м²·с); ρ_{ec}^u – истинная плотность водно-солевого раствора, кг/м³; λ_w – коэффициент влагопроводности, совпадающий с коэффициентом фильтрации, м/с; ψ_w – капиллярно-сорбционный потенциал воды, Дж/кг; W_{nz} – влажность по незамерзшей воде как отношение массы незамерзшей воды к массе твердых нерастворимых компонентов грунта, д. ед.; Π – пористость (отношение объема пор к объему твердых нерастворимых компонентов грунта), д. ед.; ρ_w^{zp} – водосодержание как отношение массы незамерзшей воды к объему грунта, кг/м³; ρ_s^{zp} – солесодержание как отношение массы растворенных солей к объему грунта, кг/м³; ω_w, ω_s – массовая доля воды и солей в незамерзшем водно-солевом растворе, д. ед.; D_{ws} – эффективный коэффициент диффузии солей в грунте, м²/с; ρ_{ec}^{zp} – растворосодержание, как отношение массы незамерзшего раствора к объему грунта, кг/м³; H – гидравлический напор, м; \bar{e}_z – единичный вектор вдоль оси z (вертикальная ось).

При отрицательных температурах формула (1) по-прежнему применима для описания потока влаги в грунте, однако частичное замерзание поровой влаги приводит к тому, что теперь капиллярно-сорбционный потенциал ψ_w является лишь только функцией температуры T , поэтому при отрицательных температурах ее можно записать в следующей форме

$$\bar{g}_w^{zp} = -\rho_{ec}^u \frac{\lambda_w}{g} \left(\frac{\partial \psi_w}{\partial T} \bar{\nabla} T + g \bar{\nabla} H \right) - \rho_{ec}^u \lambda_w \bar{e}_z, \quad (4)$$

где T – температура, К.

Уравнения (1)–(4) позволяют рассчитать плотность потока воды и солей в талых, промерзающих и мерзлых грунтах. Интегрирование уравнения (3) позволяет рассчитать массу сегрегационного льдовыделения.

Приведенные уравнения позволяют удовлетворительно описывать процессы массообмена с необходимой для инженеров точностью, однако, как будет показано ниже, они не позволяют провести четкого разделения и оценки вклада каждого механизма массопереноса в суммарный процесс переноса масс и учесть подвижность адсорбированных молекул.

Авторы статьи поставили задачу рассмотреть модель, в которой явления диффузионного массопереноса воды и солей как в талых, так и промерзающих, и мерзлых грунтах происходят при наличии градиентов содержания воды ρ_w^{zp} и соли ρ_s^{zp} в грунте, температуры T , пористости Π , давления P с учетом неодинаковой подвижности компонентов вблизи минеральной поверхности и в объемном растворе.

Известно, что в однородном по физико-механическим свойствам грунте при постоянном внешнем давлении, температуре и концентрации раствора вода перемещается из зоны с высокой влажностью в зону с низкой влажностью. Этот массоперенос обусловлен двумя основными механизмами: фильтрация и диффузия. Явление диффузии, в данной ситуации её обычно называют плёночной диффузией, происходит в плёнках водно-солевого раствора, адсорбированных на поверхности минеральных частиц грунтовой системы.

С позиций кинетической теории жидкостей, разработанной Френкелем, переход молекулы из одного положения равновесия в другое можно рассматривать как последовательность двух событий: «испарение» из первоначального положения равновесия в промежуточное с последующей «конденсацией» в новое положение равновесия. В этом случае среднюю скорость перемещения молекулы можно рассматривать как дистанцию между двумя положениями равновесия (равную длине свободного пробега в жидкости), деленную на время пребывания молекулы равновесии [7]:

$$u = \frac{\delta}{\tau} = \frac{\delta}{\tau_0} \exp\left(-\frac{E_N}{kT}\right) = \frac{\delta}{\tau_0} \exp\left(-\frac{EM}{RT}\right), \quad (5)$$

где u – средняя скорость перемещения молекулы в произвольном направлении, м/с; δ – длина свободного пробега молекулы жидкости между двумя положениями временного равновесия, м; τ – среднее время пребывания молекулы около временного положения равновесия, с; τ_0 – среднее время пребывания молекулы около временного положения равновесия при отсутствии дополнительного потенциального барьера, с; E_N – потенциальный барьер на одну частицу, Дж; E – потенциальный барьер на 1 кг вещества, Дж/кг; k – постоянная Больцмана, Дж/К; T – температура, К; M – молярная масса, кг/моль; $R = 8,31$ – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К). С учетом принципиального отличия жидкости от газа будем считать, что длина пробега δ не подчиняется закону Клаузиуса, а имеет приблизительно одну и ту же величину [7].

Получим уравнение для диффузионного потока в грунте, основываясь на теории Френкеля для i -й компоненты водно-солевого раствора. Проведем в объеме грунта три плоскости: $x = x_0$, $x = x_0 + \delta_i$, $x = x_0 - \delta_i$. Если длина свободного пробега молекулы i -й компоненты равна δ_i , тогда плоскость $x = x_0$ могут пересечь лишь те молекулы, что находятся в пределах $x = x_0 \pm \delta_i$. Так как молекулы могут двигаться в 6 различных направлениях (вперёд-назад, вверх-вниз, влево-вправо), то масса жидкости, пересекающая плоскость $x = x_0$ снизу вверх, равна

$$\Delta m_{\text{вс}} = \frac{1}{6} \left(\rho_i^u \Big|_{x_0 - \delta_i/2} \theta \right) \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (6)$$

где $\rho_i^u \Big|_{x_0 - \delta_i/2}$ – парциальная плотность i -й компоненты водно-солевого раствора, кг/м³; θ – объемная доля воды в грунте, д. ед. Тогда плотность массового потока, проходящего через плоскость $x = x_0$ снизу вверх в единицу времени, равна

$$g_{\text{вс}} = \frac{\Delta m_{\text{вс}}}{\Delta y \Delta z \Delta t} = \frac{\rho_i^u \Big|_{x_0 - \delta_i/2} \theta}{6} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (7)$$

Но $\Delta x = \delta_i$, $\Delta t = \tau_i$, поэтому с учетом (5) имеем

$$g_{\text{вс}} = \frac{1}{6} \left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0 - \delta_i/2}, \quad (8)$$

где ρ_i^{sp} – содержание i -го компонента в единице объема грунта, кг/м³.

Аналогичную формулу имеем и для потока, идущего сверху вниз,

$$g_{\text{вн}} = \frac{1}{6} \left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0 + \delta_i/2}. \quad (9)$$

Если принять, что плотность массового потока мало меняется с расстоянием, то можем разложить её в ряд Тейлора и оставить только первые слагаемые:

$$g_{\text{вс}} = \frac{\left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0 - \delta_i/2}}{6} = \frac{1}{6} \left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0} - \frac{1}{6} \frac{\partial \left(u_i \rho_i^{sp} \right)}{\partial x} \Big|_{x_0} \frac{\delta_i}{2}; \quad (10)$$

$$g_{\text{вн}} = \frac{\left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0 + \delta_i/2}}{6} = \frac{1}{6} \left(u_i \rho_i^{sp} \right) \Big|_{x_0} + \frac{1}{6} \frac{\partial \left(u_i \rho_i^{sp} \right)}{\partial x} \Big|_{x_0} \frac{\delta_i}{2}. \quad (11)$$

Тогда, для результирующей плотности массового потока i -го компонента, в направлении оси x ,

$$g_{i,x} = g_{\text{вс}} - g_{\text{вн}} = -\frac{\delta_i}{6} \frac{\partial \left(u_i \rho_i^{sp} \right)}{\partial x}. \quad (12)$$

Обобщая уравнение (12), запишем его в векторной форме с учетом (5):

$$\bar{g}_i = -\frac{\delta_i^2}{6(\tau_0)_i} \bar{\nabla} \left(\rho_i^{sp} \exp \left(-\frac{E_i M_i}{RT} \right) \right), \quad (13)$$

где \bar{g}_i – чисто диффузионная плотность массового потока i -го компонента, как отношение массового расхода к площади поверхности грунта, кг/(с·м²).

На следующем этапе рассмотрим водно-солевой раствор в грунте в виде двух компонентов: растворенных солей и воды и присвоим соответствующую нижнюю индексацию s и w . Тогда имеем два чисто диффузионных потока:

$$\bar{g}_w = \frac{-\delta_w^2}{6(\tau_0)_w} \bar{\nabla} \left(\rho_w^{sp} e^{-\left(E_w M_w / RT \right)} \right); \quad (14)$$

$$\bar{g}_s = \frac{-\delta_s^2}{6(\tau_0)_s} \bar{\nabla} \left(\rho_s^{sp} e^{-\left(E_s M_s / RT \right)} \right). \quad (15)$$

Поскольку известно [8], что вода в грунте вблизи поверхности минеральных частиц находится в связанном состоянии, то её энергетический барьер отличается от такового для свободной воды на какую-то дополнительную величину. С позиций термодинамики энергетический барьер это дополнительная энергия, которую необходимо затратить для удаления вещества из указанного места в адсорбированной плёнке. Известно, что капиллярно-сорбционный потенциал воды $\psi_w(\rho_w^{sp}, \omega_w, \Pi)$ – это энергия, которую необходимо затратить, чтобы добавить единицу массы воды в адсорбированную плёнку, и является функцией водосодержания ρ_w^{sp} , концентрации ω_w и пористости грунта Π . Понижение химического потенциала растворителя по сравнению с чистым веществом $\mu_w^k(\omega_w)$ – это энергия, которую необходимо затратить, чтобы добавить единицу массы воды в раствор, и она является функцией концентрации. Таким образом, исходя из определения, получаем:

$$\bar{g}_w = \frac{-\delta_w^2}{6(\tau_0)_w} \bar{\nabla} \left(\rho_w^{sp} e^{-\left(E_w^0 M_w / RT \right)} e^{M_w(\psi_w + \mu_w^k) / RT} \right); \quad (16)$$

$$\bar{g}_s = \frac{-\delta_s^2}{6(\tau_0)_s} \bar{\nabla} \left(\rho_s^{sp} e^{-\left(E_s^0 M_s / RT \right)} e^{M_s(\psi_s + \mu_s^k) / RT} \right). \quad (17)$$

Следует заметить, что капиллярно-сорбционный потенциал ψ_w изменяется по толщине плёнки довольно значительно (от $-0,1$ Дж/кг в состоянии полного водонасыщения грунта до ≈ -2 МДж/кг при нулевой влажности [9]), а, следовательно, поток \bar{g}_w изменяется еще сильнее, так как ψ_w является показателем экспоненты. Это подтверждается многочисленными экспериментами, в ходе которых была установлена низкая подвижность молекул воды вблизи минеральной поверхности [8]. Следовательно, в пределах рассматриваемого поперечного сечения грунта молекулы более близко расположенные к минеральной поверхности будут диффундировать значительно медленнее, чем молекулы в свободном поровом пространстве. Чтобы учесть различие в скоростях диффузии и сохранить формализм уравнений фильтрационного типа, необходимо усреднить чисто диффузионную плотность массового потока по сечению грунта:

$$\bar{g}_w = \frac{-\delta_w^2}{6(\tau_0)_w} \bar{\nabla} \left(\frac{1}{\rho_w^{sp}} \int_0^{\rho_w^{sp}} \rho_w^{sp} e^{-\left(E_w^0 M_w / RT \right)} e^{M_w(\psi_w + \mu_w^k) / RT} d\rho_w^{sp} \right); \quad (18)$$

$$\bar{g}_s = \frac{-\delta_s^2}{6(\tau_0)_s} \bar{\nabla} \left(\frac{1}{\rho_s^{sp}} \int_0^{\rho_s^{sp}} \rho_s^{sp} e^{-\left(E_s^0 M_s / RT \right)} e^{M_s(\psi_s + \mu_s^k) / RT} d\rho_s^{sp} \right). \quad (19)$$

Для случая диффузии в свободном растворе при постоянной температуре можем получить следующие закономерности:

$$\bar{g}_w = \frac{-\delta_w^2}{6(\tau_0)_w} e^{-\left(E_w^0 M_w / RT\right)} \bar{\nabla}(\rho_w^u) = D_w \bar{\nabla}(\rho_w^u); \quad (20)$$

$$\bar{g}_s = \frac{-\delta_s^2}{6(\tau_0)_s} e^{-\left(E_s^0 M_s / RT\right)} \bar{\nabla}(\rho_s^u) = D_s \bar{\nabla}(\rho_s^u). \quad (21)$$

Интересно сравнить классические выражения для диффузионных потоков с аналогичными из кинетической теории жидкости. Величину чисто диффузионных потоков можно записать через сумму диффузионных потоков и конвективного потока, помноженного на концентрацию соответствующего компонента:

$$\bar{j}_w = \omega_w (\bar{g}_w + \bar{g}_s) + \bar{j}_w, \quad (22)$$

$$\bar{j}_s = \omega_s (\bar{g}_w + \bar{g}_s) + \bar{j}_s. \quad (23)$$

Тогда, исходя из (22) и (23), диффузионные потоки записываются следующим образом:

$$\bar{j}_w = -\bar{j}_s = \omega_s \bar{g}_w - \omega_w \bar{g}_s \quad (24)$$

Для простейшего случая диффузии в объемном растворе из (20)–(21) получаем:

$$\bar{j}_w = -\bar{j}_s = -\omega_s D_w \bar{\nabla}(\rho_w^u) + \omega_w D_s \bar{\nabla}(\rho_s^u). \quad (25)$$

В тоже время классическое выражение для диффузионного потока записывается следующим образом:

$$\bar{j}_w = -\bar{j}_s = -D_{ws} \rho_{ec}^u \bar{\nabla}(\omega_w) = -\omega_s D_{ws} \bar{\nabla}(\rho_w^u) + \omega_w D_{ws} \bar{\nabla}(\rho_s^u). \quad (26)$$

Сравнивая (25) и (26) приходим к выводу, что в соответствии с кинетической теорией жидкости классическое уравнение диффузии (26) справедливо только в частном случае $D_w = D_s$.

Из уравнений (19)–(20) становится видно, что чисто диффузионные потоки соли и воды, вообще говоря, могут быть различными. В тоже время сумма диффузионных потоков обычно принимается равной нулю [10] как в уравнении (26). Последнее допущение обуславливает неучтенную конвекцию диффузионного типа, которая представляет собой перекрестный эффект диффузии и для объемного раствора описывается следующей формулой

$$\bar{g}_{ws} = \bar{g}_w + \bar{g}_s = -D_w \bar{\nabla}(\rho_w^u) - D_s \bar{\nabla}(\rho_s^u), \quad (27)$$

где \bar{g}_{ws} – перекрестный эффект диффузии, выражающий конвективный поток всего раствора, кг/(с·м²).

Для расчета коэффициентов D_w и D_s требуется не менее 4-х измерений скорости диффузии при различных температурах. Температурная зависимость коэффициентов диффузии позволяет также рассчитать термодиффузию компонентов, которая на 1–2 порядка меньше концентрационной.

Окончательные выражения для диффузионного массопереноса компонент водно-солевого раствора в грунте с учетом выражений (20)–(21) для коэффициентов диффузии в объемном растворе записываются следующим образом:

$$\bar{g}_{dw} = -\bar{\nabla} \left(\frac{D_w(T)}{\rho_w^{2p}} \int_0^{\rho_w^{2p}} \vartheta_w^{2p} e^{M_w(\psi_w + \mu_w^k)/RT} d\vartheta_w^{2p} \right); \quad (28)$$

$$\bar{g}_{ds} = -\bar{\nabla} \left(\frac{D_s(T)}{\rho_s^{2p}} \int_0^{\rho_s^{2p}} \vartheta_s^{2p} e^{M_s(\psi_s + \mu_s^k)/RT} d\vartheta_s^{2p} \right). \quad (29)$$

Выпишем выражение для фильтрационного потока воды и соли с учетом градиента давления, исходя из выражения (4):

$$\bar{g}_{fw} = -\lambda_p \omega_w \left(\rho_w^u \frac{\partial \psi_w}{\partial \rho_w^{ep}} \bar{\nabla} \rho_w^{ep} + \rho_w^u \frac{\partial \psi_w}{\partial \Pi} \bar{\nabla} \Pi + \bar{\nabla} P \right), \quad (30)$$

$$\bar{g}_{fs} = -\lambda_p \omega_s \left(\rho_w^u \frac{\partial \psi_w}{\partial \rho_w^{ep}} \bar{\nabla} \rho_w^{ep} + \rho_w^u \frac{\partial \psi_w}{\partial \Pi} \bar{\nabla} \Pi + \bar{\nabla} P \right), \quad (31)$$

где λ_p – коэффициент влагопроводности по Колунину [11].

Для случая температуры ниже начала замерзания водно-солевого раствора необходимо положить $\bar{\nabla} \Pi = 0$, так как в этом случае растворосодержание ρ_w^{ep} , а, следовательно, и потенциал ψ_w определяются только температурой [4].

Таким образом, теперь можно записать уравнения массопереноса, в которых структурно выделены в явном виде слагаемые, связанные с массопереносом вещества за счет различных механизмов:

$$\frac{\partial \rho_w^{ep}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{g}_{dw} + \bar{g}_{fw}), \quad (32)$$

$$\frac{\partial \rho_s^{ep}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{g}_{ds} + \bar{g}_{fs}), \quad (33)$$

где диффузии соответствуют потоки \bar{g}_{dw} и \bar{g}_{ds} , а фильтрации соответствуют потоки \bar{g}_{fw} и \bar{g}_{fs} .

Выражения (28)–(29) показывают, что диффузионный поток соли и воды является функцией следующих величин: ρ_w^{ep} , ρ_s^{ep} , T . Таким образом, использование кинетической теории жидкости взамен феноменологических законов позволило составить математическую модель диффузии, которая позволяет описать одновременно термодиффузию и концентрационную диффузию Фика в грунтах и учесть неодинаковую подвижность молекул в адсорбированной плёнке. Выражения (30)–(31) для фильтрационного потока позволяют дополнительно учитывать конвективный массоперенос как функцию ρ_w^{ep} , Π , P .

Выводы

Используя подход, основанный на кинетической теории жидкости, построена математическая модель массопереноса в грунтовой среде, позволяющая в явном виде определить вклад различных механизмов.

На основе данного подхода получены выражения для плотности чисто диффузионного потока воды и растворенных солей с учетом неодинаковой подвижности молекул в адсорбированной плёнке (28)–(29) и позволяющие описать одновременно термодиффузию и концентрационную диффузию Фика.

Показано, что классическое выражение для плотности диффузионного потока справедливо только в частном случае равенства коэффициентов диффузии каждого компонента в соответствии с кинетической теорией жидкости (26)–(27).

Литература

1. Марков, Е.В. Расчет температурного режима многолетнемерзлых грунтов с учетом радиационного излучения в инфракрасной области спектра и термического сопротивления снежного покрова / Е.В. Марков, С.А. Пульников, А.Д. Гербер // *Фундаментальные исследования*. – 2015. – № 11 (часть 1). – С. 100–104.
2. Горковенко, А.И. Основы теории расчета пространственного положения подземного трубопровода под влиянием сезонных процессов: дис. ... д-ра. тех. наук / А.И. Горковенко. – Тюмень, 2006. – 305 с.
3. Иванов, И.А. Магистральные трубопроводы в районах глубокого сезонного промерзания пучинистых грунтов / И.А. Иванов, С.Я. Кушнир. – СПб: ООО «Недра», 2010. – 174 с.
4. Калюжный, И.Л. Гидрофизические процессы на водосборе: экспериментальные исследования и моделирование / И.Л. Калюжный, С.А. Лавров. – СПб: Нестор-История, 2012. – 616 с.

5. Михайлов, П.Ю. Динамика тепломассообменных процессов и теплосилового взаимодействия промерзающих грунтов с подземным трубопроводом: дис. ... канд. физ.-мат. наук / П.Ю. Михайлов. – Тюмень, 2012. – 175 с.

6. Физико-статистическая интерпретация параметров функции водоудерживающей способности почвы / В.В. Терлеев, W. Mirschel, В.Л. Баденко и др. // Физика, биофизика и экология почв. – 2012. – № 4(8). – С. 1–8.

7. Френкель, Я.И. Кинетическая теория жидкостей / Я.И. Френкель. – Изд-во «Наука», Ленингр. отд., Л., 1975. – 592 с.

8. Основы геокриологии. Ч. 1: Физико-химические основы геокриологии / под ред. Э.Д. Ершова. – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 368 с.

9. Почвоведение. В 2 ч. Ч. 1: Почва и почвообразование / Г.Д. Белицина, В.Д. Васильевская, Л.А. Гришина и др. – М.: Высш. шк., 1988. – 400 с.

10. Лыков, А.В. Теория тепло- и массопереноса / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 537 с.

11. Колунин, В.С. Моделирование тепломассообменных процессов в мерзлых породах с подвижной ледовой компонентой: дис. ... д-ра геол.-мин. наук. – Тюмень, 2011. – 262 с.

Поступила в редакцию 5 октября 2016 г.

*Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2018, vol. 10, no. 1, pp. 37–44*

DOI: 10.14529/mmph180105

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF COMPONENT MASS TRANSFER OF WATER-SALT SOLUTION IN HEAVING SOILS BASED ON THE KINETIC THEORY OF LIQUIDS

E.V. Markov¹, S.A. Pulnikov¹, A.D. Gerber²

¹*Tyumen Industrial University, Tyumen, Russian Federation*

²*Tyumen Higher Military Engineering Command School, Tyumen, Russian Federation*

E-mail: markov.ev@mail.ru

The reliability of engineering structures mostly depends on the possibility to resist adverse environmental factors. One of the most dangerous geological processes is frost heaving of soils, which is capable to develop a huge pressure and significant irregular vertical deformations. This processes is especially dangerous for non-rigid structures with a negative average annual temperature (–6...–0,5 °C), for example, for underground gas and condensate pipelines. Pipelines has a strong bends in short sections under the influence of frost heaving pressure, that often leads to emergency incidents. To predict the frost heaving it is necessary to solve the problem of mass transfer of water-salt solution from thawed to frozen soil.

Using the kinetic theory of fluid, the authors of the article developed a mathematical model of the mass transfer of water and salt in thawed, freezing and frozen soils. The model allow to determine in an explicit form the contribution of different mechanisms of mass transfer: thermal diffusion, concentration diffusion, and filtration. The equations of diffusion transport allow to take into account the unequal mobility of molecules in an adsorbed film. In addition, it was shown that the classical expression for the diffusion flux density is valid only in the particular case of equality of the diffusion coefficients of each component in accordance with the kinetic theory of the liquid.

Keywords: kinetic theory of liquids; mass transfer; matrix potential; diffusion flow.

References

1. Markov E.V., Pul'nikov S.A., Gerber A.D. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2015, no. 11 (part 1), pp. 100–104. (in Russ.).

2. Gorkovenko A.I. *Osnovy teorii rascheta prostranstvennogo polozheniya podzemnogo truboprovoda pod vliyaniem sezonnykh protsessov: dis. ... d-ra. tekhn. nauk* (Basics of the theory of calculating the spatial position of an underground pipeline under the influence of seasonal processes: Dr. engineering sci. diss.) / A.I. Gorkovenko, Tyumen, 2006, 305 p. (in Russ.).
3. Ivanov I.A., Kushnir S.Ya. *Magistral'nye truboprovody v rayonakh glubokogo sezonnogo promerzaniya puchinistykh gruntov* (Trunk pipelines in regions of deep seasonal freezing of the soils). SPb: Nedra Publ., 2010, 174 p. (in Russ.).
4. Kalyuzhnyy I.L., Lavrov S.A. *Gidrofizicheskie protsessy na vodosbore: Eksperimental'nye issledovaniya i modelirovanie* (Hydrophysical processes in the catchment area: experimental research and modeling). Spb, Nestor-Istoriya Publ., 2012, 616 p. (in Russ.).
5. Mikhaylov P.Yu. *Dinamika teplomassoobmennyykh protsessov i teplosilovogo vzaimodeystviya promerzayushchikh gruntov s podzemnym truboprovodom: dis. ... kand. fiz.-mat. nauk* (Dynamics of heat and mass exchange processes and heat-force interaction of freezing soils with underground pipelines: Cand. phys. and math. sci. diss.), Tyumen, 2012, 175 p. (in Russ.).
6. Terleev V.V., Mirschel W., Badenko V.L., Guseva I.Yu., Gurin P.D. *Fizika, biofizika i ekologiya pochvy*, 2012, no. 4(8), pp. 1–8. (in Russ.).
7. Frenkel' Ya.I. *Kineticheskaya teoriya zhidkostey*. Leningrad, Nauka Publ., 1975, 592 p. (in Russ.).
8. Ershov E.D. (ed.) *Osnovy geokriologii. Ch. 1: Fiziko-khimicheskie osnovy geokriologii*. Moscow, MGU Publ., 1995, 368 p. (in Russ.).
9. Belitsina G.D., Vasil'evskaya V.D., Grishina L.A. *et al. Pochvovedenie. Ucheb. dlya un-tov. Ch. 1. Pochva i pochvoobrazovanie* (Soil science. Part 1: Soil and soil formation). Moscow, Vyssh. Shk. Publ., 1988, 400 p. (in Russ.).
10. Lykov A.V., Mikhaylov Yu.A. *Teoriya teplo- i massoperenosa* (Theory of heat and mass transfer). Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1963, 537 p. (in Russ.).
11. Kolunin V.S. *Modelirovanie teplomassoobmennyykh protsessov v merzlykh porodakh s podvizhnoy ledovoy komponentoy: dis. ... d-ra. geol.-min. nauk* (Modeling of heat and mass transfer processes in frozen rocks with a mobile ice component: Dr. geological and mineralogical sci. diss.). Tyumen, 2011, 262 p. (in Russ.).

Received October 5, 2016