УДК 512.542 DOI: 10.14529/mmph180202

МИНИМАЛЬНЫЙ СПУТНИК τ-ЗАМКНУТОГО n-КРАТНО Ω-РАССЛОЕННОГО КЛАССА ФИТТИНГА

О.В. Камозина
Брянский государственный инженерно-технологический университет, г. Брянск, Российская Федерация
E-mail: ovkamozina@yandex.ru

Множество групп, содержащее вместе с каждой группой и ей изоморфные, называется классом групп. Среди классов конечных групп особо выделены формации, классы Фиттинга и классы Шунка. Изучение классов конечных групп в нашей стране было начато в работах Л.А. Шеметкова, где была показана роль функции в исследованиях формации, определены различные типы формаций. В последние годы А.Н. Скибой, С.Ф. Каморниковым и М.В. Селькиным рассмотрены подгрупповые функторы, установлена связь между ними и классами групп, введено понятие замкнутости класса групп относительно подгруппового функтора. Можно проследить успешное изучение формаций, замкнутых относительно подгрупповых функторов. Однако классы Фиттинга в этом направлении изучены очень мало. Поэтому исследования классов Фиттинга, замкнутых относительно подгрупповых функторов, весьма актуальны. В данной работе введено понятие корегулярного и корадикального подгруппового функтора и получено описание строения единственного минимального спутника кратно расслоенного класса Фиттинга, замкнутого относительно подгруппового функтора. При доказательстве основных теорем использовался метод встречных включений. Также в работе получен ряд свойств кратно расслоенных классов Фиттинга, замкнутых относительно подгруппового функтора, а именно свойство кратности, пересечения, зависимости между самим классом Фиттинга и его спутником.

Ключевые слова: конечная группа; класс Фиттинга; подгрупповой функтор; Ω-расслоенный класс Фиттинга; минимальный спутник.

Рассматриваются только конечные группы. Для удобства чтения статьи приведем необходимые определения и обозначения из работ [1–5]. В частности, $\mathbf{G}$ – класс всех конечных групп; Ω – непустой подкласс класса всех конечных простых групп $\mathbf{I}$; $\mathbf{U}$ – класс всех конечных абелевых групп; $\Omega' = \mathbf{I} \setminus \Omega$; $K(G)$ – класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G; $K(\mathbf{X})$ – объединение классов $K(G)$ для всех $G \in \mathbf{X}$, где $\mathbf{X}$ – класс конечных групп; (G) – класс всех групп, изоморфных группе G; $\mathbf{G}_\Omega$ – класс всех конечных Ω-групп, т. е. таких групп G, для которых $K(G) \subseteq \Omega$, причем $1 \in \mathbf{G}_\Omega$; для $A \in \mathbf{I}$ полагают $\mathbf{G}_A = \mathbf{G}_{(A)}$, $A' = \mathbf{I} \setminus (A)$.

Класс групп $\mathbf{F}$ называется формацией Фиттинга, если $\mathbf{F}$ является формацией и классом Фиттинга одновременно. Все рассматриваемые функции принимают одинаковые значения на изоморфных группах из их области определения. Функция f, отображающая множество $\Omega \cup \{\Omega'\}$ в множество классов Фиттинга, называется ΩR-функцией; функция φ, отображающая множество $\mathbf{I}$ в множество непустых формаций Фиттинга, называется FR-функцией. Через $O^\Omega(G)$ обозначается $\mathbf{G}_\Omega$-корадикал группы G, $G^{\varphi(A)}$ – $\varphi(A)$-корадикал группы G. Класс Фиттинга $\mathbf{F} = \Omega R(f, \varphi) = (G : O^\Omega(G) \in f(\Omega')$ и $G^{\varphi(A)} \in f(A)$ для любой $A \in \Omega \cap K(G))$ называется Ω-расслоенным с Ω-спутником f и направлением φ. Направление φ является r-направлением, если $\varphi(A) = \varphi(A)\mathbf{G}_{A'}$ для любой $A \in \mathbf{I}$. Класс Фиттинга $\mathbf{F} = \Omega R(f, \varphi)$ называется Ω-свободным ($\mathbf{F} = \Omega FrR(f)$), если $\varphi(A) = \mathbf{G}_{A'}$ для любой $A \in \mathbf{I}$; Ω-биканоническим ($\mathbf{F} = \Omega BR(f)$), если $\varphi(A) = \mathbf{G}_{A'}$ для любой неабелевой $A \in \mathbf{I}$ и $\varphi(A) = \mathbf{G}_A\mathbf{G}_{A'}$ для любой абелевой $A \in \mathbf{I}$; Ω-каноническим ($\mathbf{F} = \Omega KR(f)$), если $\varphi(A) = \mathbf{G}_A\mathbf{G}_{A'}$ для любой $A \in \mathbf{I}$. Направления Ω-

свободного, Ω-биканонического и Ω-канонического классов Фиттинга обозначаются через φ_0, ψ_2 и ψ_2' соответственно.

Пусть $n \in \mathbf{N}$, $\mathbf{N}$ – множество всех натуральных чисел. При $n \geq 1$ класс Фиттинга $\mathbf{F}$ называется n-кратно Ω-расслоенным с направлением φ ($\Omega\varphi^n$-расслоенным классом Фиттинга), если $\mathbf{F}$ имеет хотя бы один Ω-спутник, все непустые значения которого являются $(n-1)$-кратно Ω-расслоенными классами Фиттинга с тем же направлением φ ($\Omega\varphi^{n-1}$-спутник); произвольный класс Фиттинга считается 0-кратно Ω-расслоенным с направлением φ.

Через τ обозначается отображение, сопоставляющее каждой группе G некоторую систему ее подгрупп $\tau(G)$. Если $\tau(G)^{\varphi} = \tau(G^{\varphi})$ для любого изоморфизма φ группы G, то τ называется подгрупповым функтором. Если $K(N) \subseteq K(G)$ для любой подгруппы $N \in \tau(G)$, то говорят, что подгрупповой функтор τ замкнут относительно композиционных факторов. Класс групп $\mathbf{F}$ называется τ-замкнутым, если $\tau(G) \in \mathbf{F}$ для любой группы $G \in \mathbf{F}$.

Перейдем к изложению полученных результатов.

В леммах 1, 2 изучаются свойства кратности и пересечения τ-замкнутых n-кратно Ω-расслоенных классов Фиттинга.

Лемма 1. *Если* $\mathbf{F}$ *является* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^n$*-расслоенным классом Фиттинга, то* $\mathbf{F}$ *является* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^{n-1}$*-расслоенным классом Фиттинга,* $n \in \mathbf{N}$.

Доказательство.

Покажем, что $\mathbf{F}$ является $\Omega\varphi^{n-1}$-расслоенным классом Фиттинга.

Используем метод математической индукции.

Пусть n = 1. Тогда $\mathbf{F}$ – Ω-расслоенный класс Фиттинга с направлением φ, а значит $\mathbf{F}$ – класс Фиттинга. В этом случае по определению кратности $\mathbf{F}$ является 0-кратно Ω-расслоенным с направлением φ.

Предположим, что утверждение леммы верно при $n = k$.

Докажем справедливость утверждения леммы при $n = k + 1$. Пусть $\mathbf{F}$ – $\Omega\varphi^{(k+1)}$-расслоенный класс Фиттинга. Тогда по определению кратности $\mathbf{F}$ имеет Ω-спутник f, все непустые значения которого являются $\Omega\varphi^k$-расслоенными классами Фиттинга. Используя предположение индукции, получаем, что все непустые значения f являются $\Omega\varphi^{(k-1)}$-расслоенными классами Фиттинга, т. е. f является $\Omega\varphi^{(k-1)}$-спутником. Следовательно, по определению кратности $\mathbf{F}$ является $\Omega\varphi^k$-расслоенным классом Фиттинга.

Таким образом, утверждение леммы выполняется для любого $n \in \mathbf{N}$.

Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть* φ *–* ΩR*-функция,* τ *– подгрупповой функтор. Тогда пересечение любой совокупности* τ*-замкнутых* $\Omega\varphi^n$*-расслоенных классов Фиттинга является* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^n$*-расслоенным классом Фиттинга,* $n \in \mathbf{N}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{F} = \cap_{i \in I} \mathbf{F}_i$, где $\mathbf{F}_i$ – τ-замкнутый $\Omega\varphi^n$-расслоенный класс Фиттинга, $i \in I$. Покажем, что $\mathbf{F}$ – τ-замкнутый $\Omega\varphi^n$-расслоенный класс Фиттинга.

1. Докажем, что $\mathbf{F}$ является τ-замкнутым классом Фиттинга.

Пусть $G \in \mathbf{F} = \cap_{i \in I} \mathbf{F}_i$. Тогда $G \in \mathbf{F}_i$ для всех $i \in I$. Так как $\mathbf{F}_i$ – τ-замкнутый класс Фиттинга, то из $N \in \tau(G)$ следует $N \in \mathbf{F}_i$ для всех $i \in I$. Следовательно, $N \in \cap_{i \in I} \mathbf{F}_i = \mathbf{F}$ и $\mathbf{F}$ – τ-замкнутый класс Фиттинга.

2. По лемме 1 [6] $\mathbf{F}$ является $\Omega\varphi^n$-расслоенным классом Фиттинга.

Лемма доказана.

По аналогии с определениями работы [7] введем следующие определения.

Подгрупповой функтор τ назовем корегулярным, если из $N \lhd G$, $M \in \tau(G)$ следует $N \cap M \in \tau(N)$.

Подгрупповой функтор τ назовем Ω-корадикальным, если для любой группы G и для любой $N \in \tau(G)$ выполняется равенство $O^{\Omega}(G) \cap N = O^{\Omega}(N)$; φ-корадикальным, если для любой группы G и для любой $N \in \tau(G)$ выполняется равенство $G^{\varphi(A)} \cap N = N^{\varphi(A)}$ для всех $A \in \mathbf{I}$; $\Omega\varphi$-корадикальным, если τ является Ω-корадикальным и φ-корадикальным.

В лемме 3 устанавливается связь между τ-замкнутостью n-кратно Ω-расслоенного класса Фиттинга с направлением φ и τ-замкнутостью его $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутника.

Лемма 3. *Пусть* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-расслоенный класс Фиттинга с направлением* φ, τ *– корегулярный* $\Omega\varphi$*-корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов,* $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F}$ *обладает хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^{(n-1)}$*-спутником, то* $\mathbf{F}$ *является* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^{n}$*-расслоенным классом Фиттинга.*

Доказательство.

Пусть f – τ-замкнутый $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутник класса Фиттинга $\mathbf{F}$, $G \in \mathbf{F}$, $N \in \tau(G)$. Покажем, что $N \in \mathbf{F}$.

Из $G \in \mathbf{F} = \Omega R(f,\varphi)$ следует, что $O^{\Omega}(G) \in f(\Omega')$. В силу корегулярности подгруппового функтора τ из $O^{\Omega}(G) \lhd G$, $N \in \tau(G)$ имеем $O^{\Omega}(G) \cap N \in \tau(O^{\Omega}(G))$. Так как $f(\Omega')$ – τ-замкнутый класс Фиттинга, то $O^{\Omega}(G) \cap N \in f(\Omega')$. Так как τ – Ω-корадикальный подгрупповой функтор, то $O^{\Omega}(G) \cap N = O^{\Omega}(N)$. Тогда $O^{\Omega}(N) \in f(\Omega')$.

Кроме того, из $G \in \mathbf{F} = \Omega R(f,\varphi)$ следует, что $G^{\varphi(A)} \in f(A)$ для любой $A \in \Omega \cap K(G)$. Так как $N \in \tau(G)$ и τ – подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов, то $K(N) \subseteq K(G)$, а следовательно, $G^{\varphi(A)} \in f(A)$ для любой $A \in \Omega \cap K(N)$. Пусть $A \in \Omega \cap K(N)$. В силу корегулярности подгруппового функтора τ из $G^{\varphi(A)} \lhd G$, $N \in \tau(G)$ получаем $G^{\varphi(A)} \cap N \in \tau(G^{\varphi(A)})$. Так как $f(A)$ – τ-замкнутый класс Фиттинга, то $G^{\varphi(A)} \cap N \in f(A)$. Так как τ – φ-корадикальный подгрупповой функтор, то $G^{\varphi(A)} \cap N = N^{\varphi(A)}$. Тогда $N^{\varphi(A)} \in f(A)$.

Следовательно, $N \in \Omega R(f,\varphi) = \mathbf{F}$ и класс Фиттинга $\mathbf{F}$ является τ-замкнутым.

Учитывая определение кратности, получаем, что $\mathbf{F}$ – $\Omega\varphi^{n}$-расслоенный класс Фиттинга.

Лемма доказана.

Пример. Согласно лемме 1 [6] класс всех конечных групп $\mathbf{G} \in \Omega\varphi^{n}$ для любого $\Omega \subseteq \mathbf{G}$, $n \in \mathbf{N}$, причем $\mathbf{G} = \Omega R(m,\varphi)$, где $m(A) = \mathbf{G}$ для всех $A \in \Omega \cup \{\Omega'\}$, φ – произвольное направление.

Так как G и система подгрупп $\tau(G)$ являются конечными группами, то $\mathbf{G}$ является τ-замкнутым классом Фиттинга.

Через $\tau\Omega^{n}R(\mathbf{X},\varphi)$ обозначим пересечение всех τ-замкнутых $\Omega\varphi^{n}$-расслоенных классов Фиттинга, содержащих класс групп $\mathbf{X}$.

Теорема 1. *Пусть* $\mathbf{X}$ *– непустой класс групп,* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-расслоенный класс Фиттинга с направлением* φ, $\varphi_0 \le \varphi$, *обладающий хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^{(n-1)}$*-спутником,* τ *– корегулярный* $\Omega\varphi$*-корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов,* $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F} = \tau\Omega^{n}R(\mathbf{X},\varphi)$, *то* $\mathbf{F}$ *имеет единственный минимальный* τ*-замкнутый* $\Omega\varphi^{(n-1)}$*-спутник* f *вида*

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)}R((O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}),\varphi),$$

$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)}R((G^{\varphi(A)} \mid G \in \mathbf{X}), \varphi) \text{ } для\ любой \text{ } A \in \Omega \cap K(\mathbf{X}),$$

$$f(A) = \varnothing \text{ } для\ любой \text{ } A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X}).$$

Доказательство. Поскольку $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{G}$, то ввиду рассмотренного выше примера класс Фиттинга $\tau\Omega^n R(\mathbf{X}, \varphi)$ существует. Так как $\mathbf{F}$ обладает хотя бы одним τ-замкнутым $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутником, то множество L всех τ-замкнутых $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутников класса Фиттинга $\mathbf{F}$ не является пустым. Обозначим через f_1 пересечение всех элементов из L. По лемме 12 [4] f_1 является Ω-спутником класса Фиттинга $\mathbf{F}$, по лемме 2 все значения f_1 – τ-замкнутые $\Omega\varphi^{(n-1)}$-расслоенные классы Фиттинга. Кроме того, из $f_1 \le f_i$ для любого $f_i \in L$ следует, что f_1 – единственный минимальный τ-замкнутый $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутник класса Фиттинга $\mathbf{F}$.

Пусть f – ΩR-функция, описание которой приведено в заключении теоремы.

Покажем, что $\mathbf{F} \subseteq \Omega R(f, \varphi)$. Если $M \in \mathbf{X}$, то из строения f получаем $O^{\Omega}(M) \in f(\Omega')$ и $M^{\varphi(A)} \in f(A)$ для всех $A \in \Omega \cap K(M) \subseteq \Omega \cap K(\mathbf{X})$. Следовательно, $M \in \Omega R(f, \varphi)$ и $\mathbf{X} \subseteq \Omega R(f, \varphi)$. Поскольку все значения f являются τ-замкнутыми $\Omega\varphi^{(n-1)}$-классами Фиттинга, то по лемме 3 класс Фиттинга $\Omega R(f, \varphi)$ является τ-замкнутым $\Omega\varphi^n$-расслоенным классом Фиттинга, и значит $\mathbf{F} = \tau\Omega^n R(\mathbf{X}, \varphi) \subseteq \Omega R(f, \varphi)$.

Покажем, что $\Omega R(f, \varphi) \subseteq \mathbf{F}$. Пусть $G \in \mathbf{X}$. Так как $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{F} = \Omega R(f_1, \varphi)$, то $O^{\Omega}(G) \in f_1(\Omega')$. В силу того, что f_1 – τ-замкнутый $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутник, получаем

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)}R((O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}), \varphi) \subseteq f_1(\Omega').$$

Пусть $A \in \Omega \cap K(\mathbf{X})$. Тогда существует такая группа $H \in \mathbf{X}$, что $A \in \Omega \cap K(H)$. Так как $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{F} = \Omega R(f_1, \varphi)$, то $H^{\varphi(A)} \in f_1(A)$ и $f_1(A) \ne \varnothing$. Пусть $G \in \mathbf{X} \subseteq \mathbf{F}$. Если $A \in \Omega \cap K(G)$, то из $\mathbf{F} = \Omega R(f_1, \varphi)$ получаем $G^{\varphi(A)} \in f_1(A)$. Пусть $A \in (\Omega \cap K(\mathbf{X})) \setminus K(G)$. Тогда $G \in \mathbf{G}_{A'} = \varphi_0(A) \subseteq \varphi(A)$, а следовательно, $G^{\varphi(A)} = 1 \in f_1(A)$. Таким образом,

$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)}R((G^{\varphi(A)} \mid G \in \mathbf{X}), \varphi) \subseteq f_1(A).$$

Пусть $A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X})$. Тогда из строения f следует

$$f(A) = \varnothing \subseteq f_1(A).$$

Получаем $f \le f_1$ и $\Omega R(f, \varphi) \subseteq \mathbf{F}$. Следовательно, $\mathbf{F} = \Omega R(f, \varphi)$, и значит $f \in L$. Так как f_1 – единственный минимальный τ-замкнутый $\Omega\varphi^{(n-1)}$-спутник класса Фиттинга $\mathbf{F}$, то из $f \le f_1$ получаем, что $f = f_1$.

Теорема доказана.

Теорема 2. *Пусть* $\mathbf{X}$ *– непустой класс групп,* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-расслоенный класс Фиттинга с* r*-направлением* φ*, обладающий хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega\varphi^{(n-1)}$*-спутником,* τ *– корегулярный* $\Omega\varphi$*-корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов,* $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F} = \tau\Omega^n R(\mathbf{X}, \varphi)$*, то* $\mathbf{F}$ *имеет единственный минимальный* τ*-замкнутый* $\Omega\varphi^{(n-1)}$*-спутник* f *вида*

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)}R((O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}), \varphi),$$

$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)}R((G^{\varphi(A)} \mid G \in \mathbf{X}), \varphi) \text{ } для\ любой \text{ } A \in \Omega \cap K(\mathbf{X}),$$

$$f(A) = \varnothing \text{ } для\ любой \text{ } A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X}).$$

Доказательство аналогично доказательству теоремы 2 с учетом того, что если $A \in (\Omega \cap K(\mathbf{X})) \setminus K(G)$, то $G \in \mathbf{G}_{A'} \subseteq \varphi(A)\mathbf{G}_{A'} = \varphi(A)$.

Следствие 1. *Пусть* $\mathbf{X}$ *– непустой класс групп,* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-свободный класс Фиттинга, обладающий хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega Fr^{(n-1)}$*-спутником,* τ *– корегулярный* ΩFr*-*

корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов, $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F} = \tau\Omega^n FrR(\mathbf{X})$, *то* $\mathbf{F}$ *имеет единственный минимальный* τ*-замкнутый* $\Omega Fr^{(n-1)}$*-спутник* f *вида*

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)} FrR(O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}),$$
$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)} FrR(O^{A'}(G) \mid G \in \mathbf{X}) \text{ для любой } A \in \Omega \cap K(\mathbf{X}),$$
$$f(A) = \varnothing \text{ для любой } A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X}).$$

Следствие 2. *Пусть* $\mathbf{X}$ *– непустой класс групп,* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-биканонический класс Фиттинга, обладающий хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega B^{(n-1)}$*-спутником,* τ *– корегулярный* ΩB*-корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов,* $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F} = \tau\Omega^n BR(\mathbf{X})$, *то* $\mathbf{F}$ *имеет единственный минимальный* τ*-замкнутый* $\Omega B^{(n-1)}$*-спутник* f *вида*

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)} BR(O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}),$$
$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)} BR(O^{A'}(G) \mid G \in \mathbf{X}) \text{ для любой } A \in (\Omega \setminus \mathbf{U}) \cap K(\mathbf{X}),$$
$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)} BR(O^{A,A'}(G) \mid G \in \mathbf{X}) \text{ для любой } A \in \Omega \cap \mathbf{U} \cap K(\mathbf{X}),$$
$$f(A) = \varnothing \text{ для любой } A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X}).$$

Следствие 3. *Пусть* $\mathbf{X}$ *– непустой класс групп,* $\mathbf{F}$ *–* Ω*-канонический класс Фиттинга, обладающий хотя бы одним* τ*-замкнутым* $\Omega K^{(n-1)}$*-спутником,* τ *– корегулярный* ΩK*-корадикальный подгрупповой функтор, замкнутый относительно композиционных факторов,* $n \in \mathbf{N}$. *Если* $\mathbf{F} = \tau\Omega^n KR(\mathbf{X})$, *то* $\mathbf{F}$ *имеет единственный минимальный* τ*-замкнутый* $\Omega K^{(n-1)}$*-спутник* f *вида*

$$f(\Omega') = \tau\Omega^{(n-1)} KR(O^{\Omega}(G) \mid G \in \mathbf{X}),$$
$$f(A) = \tau\Omega^{(n-1)} KR(O^{A,A'}(G) \mid G \in \mathbf{X}) \text{ для любой } A \in \Omega \cap K(\mathbf{X}),$$
$$f(A) = \varnothing \text{ для любой } A \in \Omega \setminus K(\mathbf{X}).$$

Доказательство. Поскольку $\varphi_0 = \varphi_0$, $\varphi_0 \le \psi_2$, $\varphi_0 \le \psi_2'$ и φ_0, ψ_2, ψ_2' являются r-направлениями, то следствия 1, 2, 3 получаются непосредственно из теоремы 1 или теоремы 2. Учитывая определения указанных направлений, получаем строение минимального τ-замкнутого спутника τ-замкнутого n-кратно Ω-свободного (Ω-биканонического, Ω-канонического) класса Фиттинга.

Следствия доказаны.

Литература

1. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 271 с.
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Каморников, С.Ф. Подгрупповые функторы и классы конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин. – Минск: Беларуская навука, 2003. – 254 с.
4. Ведерников, В.А. Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп / В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13, № 3. – С. 125–144.
5. Ведерников, В.А. Максимальные спутники Ω-расслоенных формаций и классов Фиттинга / В.А. Ведерников // Алгебра. Топология, Сборник статей, Труды института математики и механики УрО РАН. – 2001. – Т. 7, № 2. – С. 55–71.
6. Камозина, О.В. Алгебраические решетки кратно Ω-расслоенных классов Фиттинга / О.В. Камозина // Дискретная математика. – 2006. – Т. 18, № 2. – С. 139–145.
7. Корпачева, М.А. Критические Ω-расслоенные τ-замкнутые формации конечных групп / М.А. Корпачева, М.М. Сорокина // Вестник БГУ. Серия «Точные и естественные науки». – 2012. – № 4(2). – С. 75–79.

Поступила в редакцию 15 ноября 2017 г.

Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2018, vol. 10, no. 2, pp. 22–27

DOI: 10.14529/mmph180202

MINIMUM SATELLITE OF τ-CLOSED *n*-FOLD Ω-FOLIATED FITTING CLASS

O.V. Kamozina
Bryansk State engineering-technological University, Bryansk, Russian Federation
E-mail: ovkamozina@yandex.ru

A multitude of groups containing isomorphic ones to each group is called a class of groups. Among the classes of finite groups formations, Fitting classes, and Schunk classes are distinguished. The study of classes of finite groups in our country was begun in the works of L.A. Shemetkov, where the role of the function in the study of formation was shown, different types of formations were defined. In recent years, A.N. Skiba, S.F. Kamornikov and M.V. Selkin considered subgroup functors, established a connection between them and classes of groups, introduced the notion of closedness of a class of groups with respect to a subgroup functor. You can trace the successful study of formations, closed respective of subgroup functors. However, Fitting classes in this field have been studied very little. Therefore research on the Fitting classes closed respective of subgroup functors is highly relevant. In this work, we introduced the concept of coregular and coradical subgroup functor, and the description was obtained of the structure of the only minimum satellite of an n-fold foliated Fitting class closed respective of subgroup functor. To prove the fundamental theorems a method of colliding particles was used. The work also resulted in obtaining a number of properties of n-fold foliated Fitting classes closed respective of subgroup functor, and namely, the property of multiplicity, crossing, dependency between a Fitting class and its satellite.

Keywords: finite group; Fitting class; subgroup functor; Ω-foliated Fitting class; minimum satellite.

References

1. Shemetkov L.A. *Formatsii konechnykh grupp* (Formations of Finite Groups). Moscow, Nauka Publ., 1978, 271 p. (in Russ.).

2. Skiba A.N. *Algebra formatsiy* (Algebra of Formations). Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 1997, 240 p. (in Russ.).

3. Kamornikov S.F., Sel'kin M.V. *Podgruppovye funktory i klassy konechnykh grupp* (Subgroup functors and classes of finite groups). Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2003, 254 p.(in Russ.).

4. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. Ω-foliated formations and Fitting classes of finite groups. *Discrete Mathematics and Applications*, 2001, Vol. 11, no. 5, pp. 507–527. DOI: 10.1515/dma.2001.11.5.507

5. Vedernikov V.A. Maximal satellites of Ω-foliated formations and Fitting classes. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics (Supplementary issues)*, 2001, Suppl. 2, S217–S233. DOI: 10.1515/dma.2001.11.5.507

6. Kamozina O.V. Algebraic lattices of multiply Ω-foliated Fitting classes. *Discrete Mathematics and Applications*, 2006, Vol. 16, no. 3, pp. 299–305. DOI: 10.1515/156939206777970453

7. Korpacheva M.A., Sorokina M.M. *Vestnik BGU. Seriya "Tochnye i estestvennye nauki"*, 2012, no. 4(2), pp. 75–79. (in Russ.).

Received November 15, 2017