

АНАЛИЗ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕОДНОРОДНОЙ ПОЛОСЫ С НАКЛОННОЙ КОНТАКТНОЙ ГРАНИЦЕЙ И НАРУЖНЫМ МАКРОДЕФЕКТОМ В БОЛЕЕ ПРОЧНОЙ ЧАСТИ

А.И. Носачева

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: nosali00@mail.ru

Рассматривается напряженное состояние соединения в виде упруго-пластической полосы с прямолинейными параллельными краями в условиях плоской деформации. Полоса состоит из двух частей разной прочности из однородных изотропных материалов, разделенных прямой, образующей произвольный угол с краем полосы. Соединение подвержено растягиваемой нагрузке. В более прочной части расположен поверхностный макродефект в форме наружного разреза или углубления. Цель работы – исследование критического состояния соединения при всевозможных геометрических и механических параметрах и на этой основе вычисление критического усилия растяжения. Метод основан на исследовании полей характеристик (линий скольжения) в пластической зоне с учетом наличия разрыва напряжений в более прочной части. Дан полный анализ вариантов картин полей характеристик, приводящих к различным эпюрам напряжений по нетто-сечению, в зависимости от взаимного расположения дефекта и контактной границы, размеров дефекта, угла наклона контактной границы и коэффициента механической неоднородности соединения. Разработан алгоритм для вычисления критического растягивающего усилия в общем случае. Вычислены средние критические напряжения в наиболее характерных случаях.

Ключевые слова: упруго-пластическое напряженное состояние; плоская деформация; критические напряжения; поверхностный макродефект; неоднородное соединение.

Введение. Знание распределения напряжений в различных частях неоднородных конструкций необходимо для оценки несущей способности этих конструкций. Измерение распределений напряжений в неоднородных образцах и конструкциях с осложненной геометрией, в том числе при наличии дефектов, вызывает в натуральных экспериментах труднопреодолимые сложности, не говоря о высокой стоимости экспериментов. Поэтому актуально теоретическое, на основе разработки адекватных математических моделей, исследование напряженного состояния (НС) таких конструкций, особенно в критический момент нагружения. Возникающие в этих моделях граничные задачи для нелинейных уравнений в частных производных требуют для их изучения разработки соответствующих аналитических и численных методов. В случае плоской деформации во многих случаях простым и эффективным оказывается метод характеристик (линий скольжения). При этом необходимо учитывать возможность в некоторых случаях разрыва полей напряжений (нарушение гладкости характеристик) [1, 2].

В работе рассматривается НС неоднородной полосы с поверхностным макродефектом в форме наружного разреза или углубления, в более прочной части или на контактной границе, под растягивающей нагрузкой (рис. 1, а). Граница между более прочной (БП) и менее прочной (МП) частью (контактная граница) прямолинейна, но, как нередко бывает в реальных сварных соединениях, не предполагается ортогональной направлению нагрузки, т. к. существуют различные разделки кромок свариваемых частей с наклонными контактными границами [3, 4] (см. рис. 1, а). БП часть соединения может испытывать в процессе пластического деформирования ослабляющее влияние МП части. Изучение НС таких неоднородных соединений необходимо для определения прочностных свойств реальных соединений, содержащих наклонные контактные границы и дефекты, поверхностные и внутренние, различной формы и расположения, в сварных конструкциях, в том числе трубах большого диаметра, сосудах давления, соединительных деталях и др. [4–14].

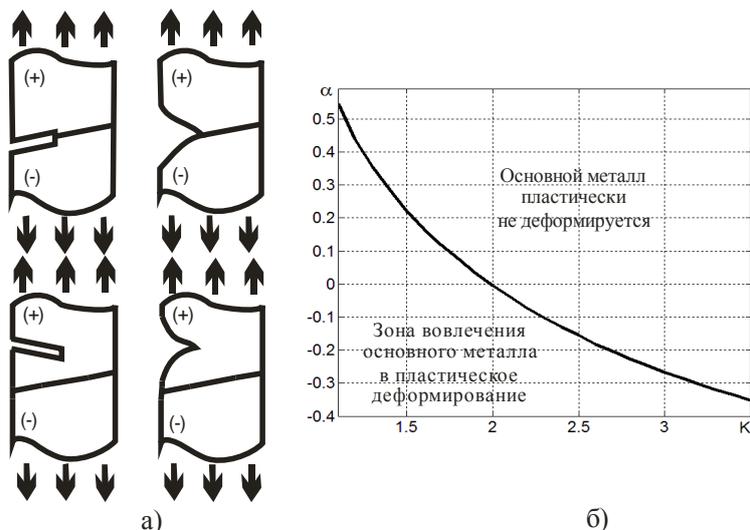


Рис. 1: а) варианты расположения дефектов; б) критерий вовлечения БП части соединения в пластическое деформирование в зависимости от угла α и коэффициента K

Математической моделью НС рассматриваемой полосы является граничная задача для системы уравнений пластического равновесия гиперболического типа (при плоской деформации) относительно компонент тензора напряжений. Она, в частности, содержит внутреннее граничное условие на контактной границе и, в общем случае, оказывается переопределенной [1, 15–17]: участки, которые однозначно определяют решения в окрестностях свободной и контактной поверхности, могут накладываться друг на друга. Следствием этого является разрывность решения задачи и негладкость характеристик. Вид и расположение линий разрыва напряжений определяются формой границы и внутренними граничными условиями [1, 15–18].

В работе исследуется критический момент нагружения. Для неоднородных соединений с поперечной менее прочной прослойкой и не очень большой механической неоднородностью он характеризуется началом течения основного металла в приконтактных зонах [4, 17]. Это явление положено в основу создания вычислительной схемы нахождения критической нагрузки в листовых и стержневых образцах и тонкостенных цилиндрических оболочках, содержащих менее или более прочные поперечные прослойки, в том числе с дефектами.

Исследование критических состояний неоднородных соединений в виде полосы с наклонной контактной границей рассматривалось в работах [19–24]. Заметим, что решение задачи сопряжения для напряжений на наклонной контактной границе позволило установить [20, 21, 23] критерий вовлечения БП части соединения в пластическое деформирование в зависимости от угла наклона α и коэффициента механической неоднородности соединения K (рис. 1, б). В работе [25] изучался случай, когда дефект находился в МП части соединения при $\alpha = 0$.

Цель работы – на основе полного описания полей характеристик, характеризующих критические состояния растягиваемой неоднородной полосы с наружным макродефектом в более прочной части или на контактной границе, при использовании численного решения [21, 23] задачи сопряжения для напряжений на наклонной контактной границе получить алгоритмы для нахождения критической нагрузки, необходимой для разрушения неоднородного соединения в виде полосы в зависимости от его параметров: размеров и расположения дефекта, угла наклона контактной границы α и коэффициента механической неоднородности K .

Всюду в работе верхний индекс «+» указывает на отношение данной величины к БП участку соединения, верхний индекс «-» – к МП участку.

Задача сопряжения для напряжений на контактной границе. Метод нахождения напряженного состояния в различных точках полосы основан на использовании полей характеристик (линий скольжения) участков, находящихся в зоне пластического деформирования. Он в равной мере эффективен для задач растяжения и сжатия [26, 27].

Уравнения равновесия для напряжений на контактной поверхности в безразмерных координатах имеют вид [15–17]:

$$\sigma_{y'}^- = K\sigma_{y'}^+; \quad \tau_{x'y'}^- = K\tau_{x'y'}^+, \quad K = k^+/k^-, \quad (1)$$

где k^+ и k^- – параметры пластичности БП и МП участков соответственно. Здесь $(x'; y')$ – декартовы координаты с осью Ox' , направленной вдоль контактной границы. Безразмерные напряжения получены делением размерных напряжений в БП части на k^+ , а в МП части – на k^- . Благодаря такой искусственной нормировке различными величинами условие пластичности и, как следствие, система уравнений равновесия с условием пластичности в целом всюду имеет одинаковый вид. Будем называть уравнения (1) *условиями сопряжения*. После нахождения условных напряжений для вычисления критических нагрузок, определяемых в БП и МП частях полосы, и построения соответствующих эпюр следует вернуться к естественной нормировке, например, делением размерных напряжений на k^- всюду в соединении, что равносильно умножению на K напряжений $\sigma_{y'}^+$ и $\tau_{x'y'}^+$.

Задача сопряжения для напряжений на контактной границе, впервые рассмотренная одним из авторов для плоской контактной поверхности, ортогональной направлению внешней нагрузки, формулируется так: *на основе граничных условий и заданных на контактной поверхности условий сопряжения (1) для напряжений найти напряжения $\sigma_{y'}^\pm$ и $\tau_{x'y'}^\pm$ на контактной поверхности*.

В работах [15–17] показано, что если угол α наклона контактной поверхности к направлению, ортогональному направлению нагрузки, равен нулю, то БП материал начинает течь в критическом состоянии тогда, когда $K < 2$. В работах [20, 21] установлено, что при $\alpha \neq 0$ начало течения БП материала зависит не только от коэффициента механической неоднородности K , но и от угла α , и найден количественный критерий вовлечения материала БП участка в процесс пластического деформирования. Эта зависимость связана с ограниченностью угла ω^- поворота характеристик в МП части величиной $\pi/4 - \alpha$. С увеличением внешней нагрузки угол ω^- возрастает от нуля до тех пор, пока либо выполняется неравенство

$$\omega^- < \pi/4 - \alpha,$$

либо в какой-то момент БП материал перейдет в пластическое состояние и рост угла ω^- прекратится.

Известно [25], что углы поворота характеристик ω^- и ω^+ связаны с напряжениями на наклонной контактной поверхности уравнениями

$$\sigma_{y'}^+ = 1 - 2\omega^+ + \cos(2\omega^+ + 2\alpha), \quad \sigma_{y'}^- = 1 + 2\omega^- + \cos(2\omega^- + 2\alpha).$$

Эти уравнения и условия сопряжения (1) приводят к системе трансцендентных уравнений для нахождения неизвестных ω^- и ω^+ . Представляя неизвестные функции ω^- и ω^+ в виде степенных рядов по параметру $\lambda = K - 1$:

$$\omega^- = \sum \omega_k^- \lambda^k, \quad \omega^+ = \sum \omega_k^+ \lambda^k$$

в уравнения этой системы, можно последовательно находить коэффициенты $\omega_k, k = 1, 2, 3, \dots$. Таким образом получены приближенные аналитические выражения для вычисления углов ω^- и ω^+ . Эти выражения, приведенные в [20, 21], имеют в общем случае (когда $\alpha \neq 0$) громоздкий вид и неудобны для использования. Кроме того, ничего неизвестно о сходимости получающихся рядов. В работах [21, 23] разработан алгоритм численного решения упомянутой системы методом итераций. Написанная на его основе в среде MATLAB программа позволяет вычислять значения углов ω^- и ω^+ на каждом участке контактной границы в зависимости от вида поля характеристик на этом участке.

Напряженное состояние по нетто-сечению в полосе, содержащей в более прочной части поверхностный макродефект. Критическую растягивающую нагрузку можно определять через среднее предельное напряжение σ_{yav} по самому слабому сечению. Это сечение – либо нетто-сечение, определяемое положением дефекта в БП части соединения, либо любое сечение в МП части. Обозначим через σ_{yav}^+ – среднее предельное напряжение по нетто-сечению в БП части, проходящее через дно дефекта ортогонально боковой (свободной) поверхности полосы, а через σ_{yav}^- среднее предельное напряжение в МП части. Здесь

$$N_{cr} = \min(N_{cr}^+, N_{cr}^-), \quad N_{cr}^+ = m K \sigma_{yav}^+, \quad N_{cr}^- = t \sigma_{yav}^-. \quad (2)$$

Здесь t – ширина полосы, m – ширина полосы в области дефекта (нетто-сечение), N_{cr}^- – предельное растягивающее усилие для МП части, N_{cr}^+ – предельное растягивающее усилие для БП части, то есть по нетто-сечению. Критические значения нормальных напряжений σ_y^\pm вычисляются по формулам [17, 28]:

$$\sigma_y = 1 - 2\omega + \cos(2\omega), \quad (3)$$

где в простых однородных полях либо $\omega = 0$, когда характеристики одного из семейств образуют угол $\pi/4$ с нетто-сечением, либо $\omega = \omega^+$, $\omega = 0$, когда характеристики одного из семейств образуют угол $\pi/4 - \omega^+$ с нетто-сечением. В веерно-центрированных полях угол ω изменяется от $\pi/4 - \omega^+$ до $\pi/4$.

Произвольность угла наклона контактной поверхности и расположения относительно этой поверхности дефекта приводят к большому разнообразию распределений напряжений по нетто-сечению. Существенна не форма дефекта, а положение точки, расположенной на дне дефекта, относительно свободной и контактной поверхности, которое определяется параметрами g и m (рис. 2, 3), а точнее, отношениями g/t и m/t . На рис. 2 и 3 показаны всевозможные варианты полей характеристик при наличии дефекта с дном в БП части или на контактной поверхности (показаны основные характеристики, определяющие всю картину характеристик).

Случаи, когда $\alpha < 0$, показаны на рис. 2.

Случай а) – дно дефекта расположено на контактной поверхности. Тогда, в соответствии с (2) и (3),

$$N_{cr}^+ = K \left[(1 - 2\omega^+ + \cos(2\omega^+))(m - g) + 2g \right], \quad (4)$$

$$N_{cr}^- = 2t.$$

Известно [21], что угол ω^+ , как правило, не превышает 0,2 (при $|\alpha| \geq 20^\circ$ $\omega^+ \leq 0,1$). Поэтому формулу (4) можно упростить с небольшой ошибкой:

$$N_{cr}^+ \approx K \left[(2 - 2\omega^+ - 0,5(\omega^+)^2)m + (2\omega^+ + 0,5(\omega^+)^2)g \right] \approx K \left[(2 - 2\omega^+)m + 2\omega^+g \right]. \quad (5)$$

Для того чтобы разрушение произошло по нетто-сечению, нужно, чтобы $N_{cr}^+ < N_{cr}^-$, то есть чтобы

$$m - \frac{t}{K} < \omega^+(m - g).$$

Это имеет место, в частности, если $K < t/m$.

Чтобы рассмотреть другие случаи, введем систему координат, приняв за начало координат точку O на дне дефекта, направив ось Ox по нетто-сечению, ось Oy – в направлении БП части. Для получения приведенных ниже соотношений использовались элементарные соображения из аналитической геометрии.

Случай б) (см. рис. 2). Если дно дефекта расположено достаточно далеко от контактной границы, МП часть не оказывает ослабляющее влияние на БП участок и эпюра напряжений σ_y постоянна вдоль контактной линии. Ограничением на этот случай является условие:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \omega^+\right) > \frac{g}{m - 2r},$$

где

$$r = \frac{g - m \operatorname{tg}|\alpha|}{1 - \operatorname{tg}|\alpha|} \quad (6)$$

– абсцисса точки пересечения характеристики, проходящей через точку O и линии контакта.

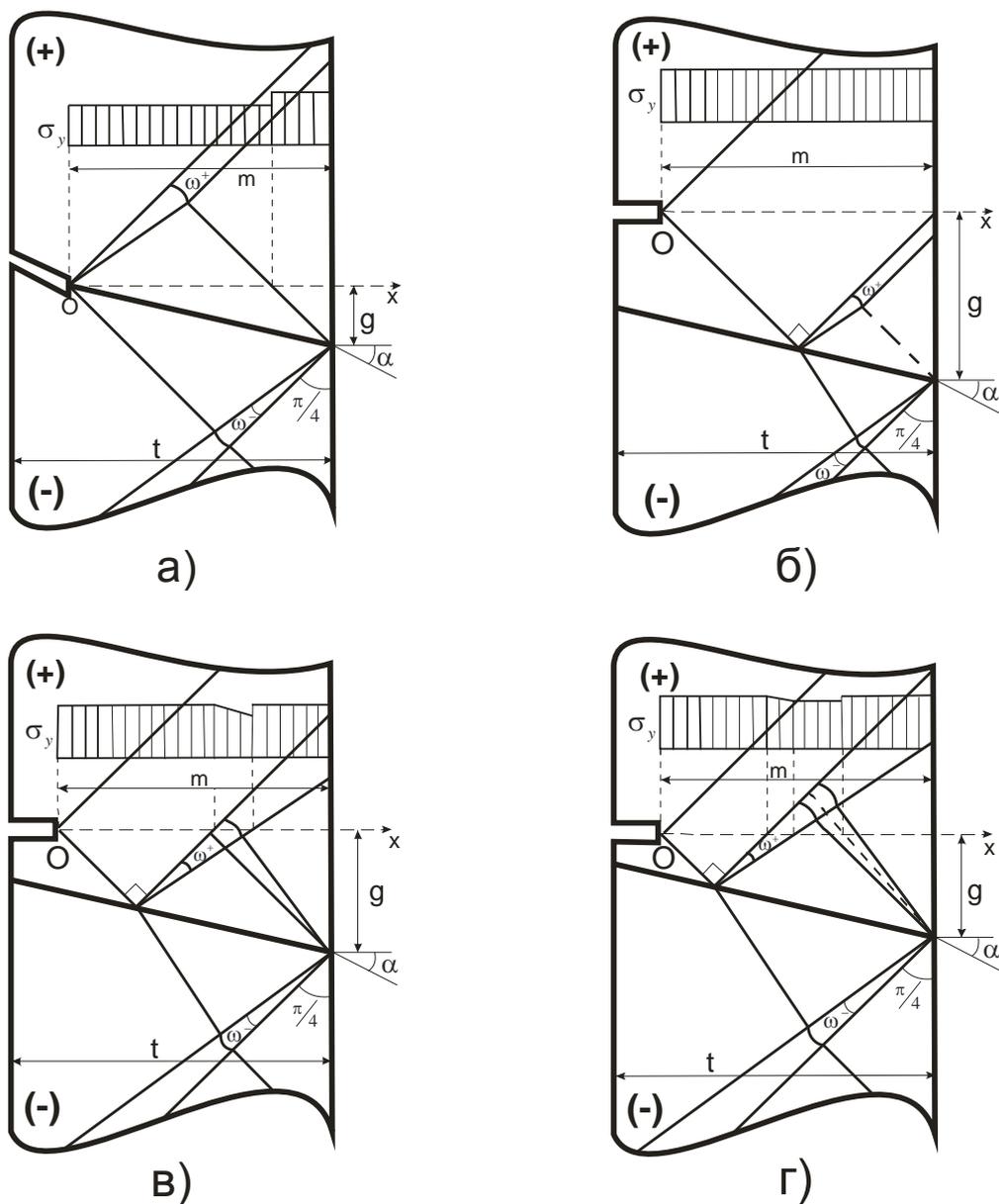


Рис. 2. Схемы полей характеристик и эпюры критических напряжений при отрицательном угле α наклона контактной поверхности: а) дно дефекта на контактной поверхности; б) – з) дно дефекта в БП части соединения: б) линия разрыва напряжений не пересекает нетто-сечение. Нетто-сечение целиком расположено в простом однородном поле характеристик; в) линия разрыва напряжений пересекает нетто-сечение внутри угла ω^+ ; з) линия разрыва напряжений пересекает нетто-сечение до пересечения угла ω^+

В этом случае по нетто-сечению $\sigma_y = 2K$, поэтому $N_{cr}^+ = 2Km$. Чтобы разрушение произошло по нетто-сечению, требуется, в соответствии с (2), выполнение условия $K < t/m$.

Случай в) (см. рис. 2). Ограничением на этот случай является условие:

$$\frac{m-2r}{g} \leq \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \omega^+\right) \leq \frac{m-g-r}{r} \quad (7)$$

или, что то же самое,

$$\frac{r}{m-g-r} \leq \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \omega^+\right) \leq \frac{g}{m-2r}.$$

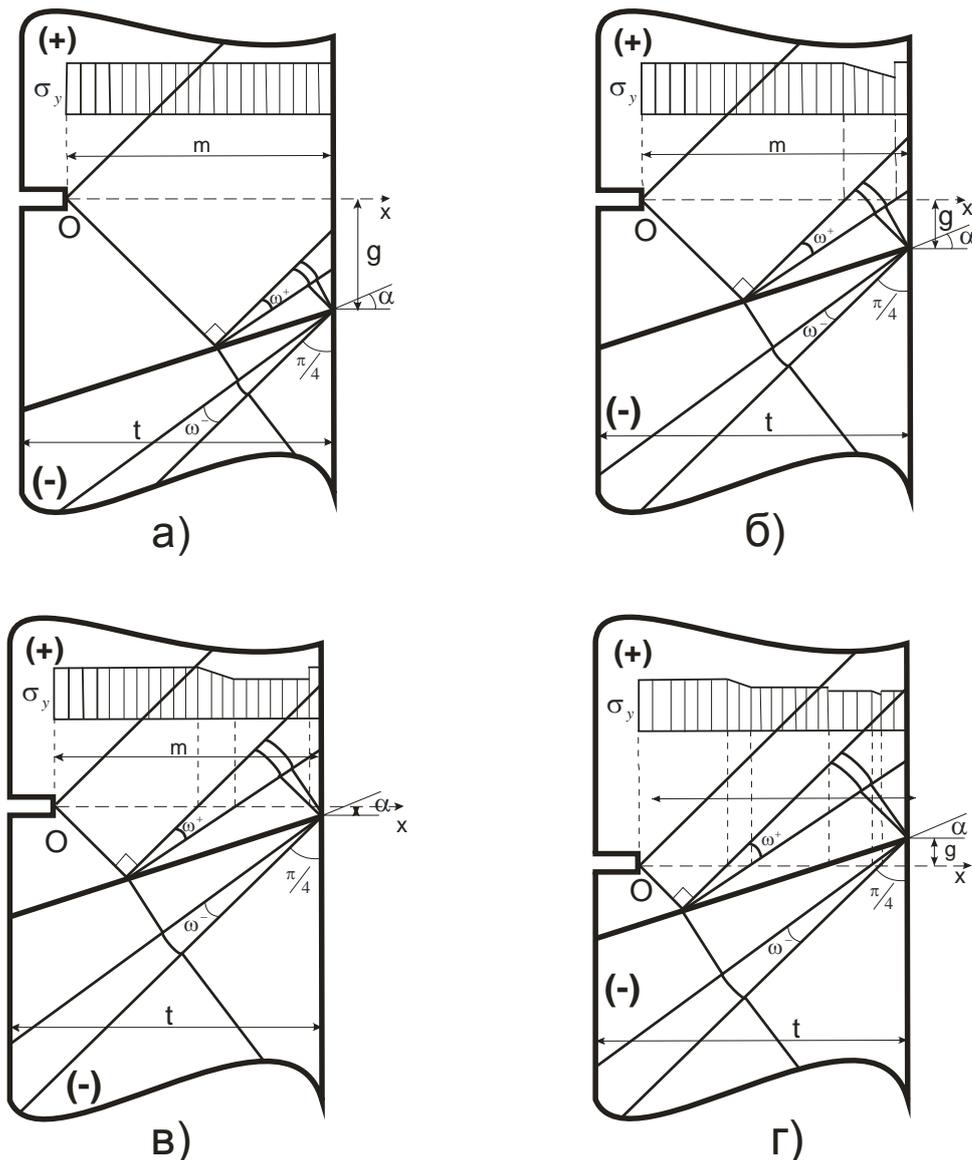


Рис. 3. Схемы полей характеристик и эпюры критических напряжений при положительном угле α наклона контактной поверхности. а) – в) нетто-сечение расположено целиком внутри БП части соединения; а) линия разрыва напряжений не пересекает нетто сечение. Нетто-сечение целиком расположено в простом однородном поле характеристик; б) Линия разрыва напряжений пересекает нетто-сечение внутри угла ω^+ ; в) Линия разрыва напряжений пересекает нетто-сечение до пересечения угла ω^+ ; г) нетто-сечение пересекает контактную границу

Здесь, за исключением небольшого промежутка в средней части, длина которого равна $\omega^+ g$, по нетто-сечению $\sigma_y = 2K$, а на этом промежутке среднее значение σ_y мало отличается от $2K$ и вычисляется по формуле

$$\sigma_y = K(1 - \omega^+ + \cos(2\omega^+)).$$

Поэтому $N_{cr}^+ \approx 2Km$.

Случай г) (см. рис. 2). Ограничением на этот случай является условие:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \omega^+\right) > \frac{r}{m - g - r}. \tag{8}$$

Или, что то же самое,

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \omega^+\right) < \frac{m - g - r}{r}.$$

Напряжения σ_y по нетто-сечению распределены следующим образом. На правом краю на отрезке длиной $g - \omega^+$, до наклонной пунктирной линии на рис. 2, *з*), являющейся линией разрыва напряжений [1], $\sigma_y = 2K$. Левее, после разрыва, напряжения снова постоянны: $\sigma_y = K(1 - 2\omega^+ + \cos(2\omega^+))$, на отрезке $[2r + 2\omega^+; m - g - \omega^+]$. Затем, на отрезке $[2r; 2r + 2\omega^+]$ они возрастают до $\sigma_y = 2K$ и, наконец, в окрестности дна дефекта напряжения снова постоянны: $\sigma_y = 2K$. Поэтому среднее критическое напряжение по нетто-сечению можно представить в виде:

$$N_{cr}^+ = 2K(2r + \omega^+) + K(1 - 2\omega^+ + \cos(2\omega^+))(m - g - 2r) + 2K(g - \omega^+).$$

Рассмотрим случаи взаимного расположения нетто-сечения и контактной границы, когда $\alpha > 0$ (см. рис. 3). Если дно дефекта расположено достаточно далеко от контактной границы, МП часть не оказывает ослабляющее влияние на БП участок, и эпюра напряжений σ_y постоянна вдоль контактной линии. Ограничением на этот случай (см. рис. 3, *а*) является условие:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \omega^+\right) < \frac{g}{m - 2r},$$

то есть такое же, как в случае рис. 2, *б*), где на этот раз абсцисса точки пересечения характеристики, проходящей через точку O , и линии контакта имеет вид:

$$r = \frac{g + m \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}.$$

Аналогично, условия реализации случаев рис. 3, *б*) и *в*) такие же, как в случаях на рис. 2, *в*) и *з*), то есть определяются формулами (7) и (8) соответственно. По тем же формулам вычисляются критические напряжения на нетто-сечении. Случай рис. 3, *з*) исследован в работе [23].

Заключение. В работе дано полное описание случаев взаимного расположения нетто-сечения и контактной границы, приводящих к существенно различным картинам полей характеристик, то есть описаны все случаи, требующие различных вычислительных схем для нахождения критической нагрузки (в работе рассмотрено наиболее важное с точки зрения приложений условие $|\alpha| < \pi/4$). Приведенные аналитические выражения вместе с условиями их реализации, данными также в аналитической форме, позволяют создать несложный алгоритм нахождения критического растягивающего усилия в общем случае расположения дефекта в БП части полосы или на контактной границе, в зависимости от ширины полосы, глубины дефекта, угла наклона и удаленности от дефекта контактной границы и коэффициента механической неоднородности соединения.

Литература

1. Дильман, В.Л. Напряженное состояние и прочность неоднородной пластической полосы с дефектом в более прочной части / В.Л. Дильман // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2010. – № 2. – С. 89–102.
2. Дильман, В.Л. Анализ напряженного состояния неоднородной полосы с дефектом в более прочной части / В.Л. Дильман // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15, вып. 3. – С. 463–464.
3. Оптимизация конструктивных и геометрических параметров стыковых сварных соединений теплоустойчивых разнородных сталей / М.В. Шахматов, В.В. Ерофеев, Л.И. Хмарова и др. // Автоматическая сварка. – 1987. – № 8. – С. 27–31.
4. Когут, Н.С. Несущая способность сварных соединений / Н.С. Когут, М.В. Шахматов, В.В. Ерофеев. – Львов: Свит, 1991. – 182 с.
5. Остсемин, А.А. Прочность нефтепровода с поверхностными дефектами / А.А. Остсемин, В.Ю. Заварухин // Проблемы прочности. – 1993. – № 12. – С. 51–59.
6. Dil'man, V.L. Strength of Mechanically Heterogeneous Welded Joints with a Slit-Like Defect / V.L. Dil'man, A.A. Ostsemin // Welding International. – 1999. – Vol. 13, no. 8. – P. 648–650.

7. Dil'man, V.L. Evaluation of the Effect of Defects and Service Reliability of Welded Joints in Straight-Seam and Spiral-Seam Pipes / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Welding International*. – 2002. – Vol. 16, Iss. 2. – P. 139–144.

8. Dil'man, V.L. Load-Carrying Capacity of Straight-Seam Large Diameter Pipes with Defects at the Fusion Boundary of the Welded Joint / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Welding International*. – 2003. – Vol. 17, Iss. 5. – P. 376–380.

9. Dil'man, V.L. Static Strength of a Welded Joint with Hard Interlayers and Defect at the Fusion Line of the Weld / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Welding International*. – 2004. – Vol. 18, no. 10. – P. 805–808.

10. Dil'man, V.L. Effects of surface defects on the static strength of welds in spiral-seam tubes / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Chemical and Petroleum Engineering*. – 2004. Vol. 40, Iss. 1–2. – P. 87–93.

11. Dil'man, V.L. Analysis of the Ductile Strength of Welds Weakened by Notches in Longitudinally Welded Pipes of Large Diameter by the Method of Slip Lines / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Strength of Materials*. – 2004. – Vol. 36, Iss. 3. – P. 274–281.

12. Dil'man, V.L. Static Strength of Mechanically Nonuniform Welded Joints with a One-Sided Surface Defect Subject to Ductile Failure / V.L. Dil'man, A.A. Ostsemin // *Chemical and Petroleum Engineering*. – 2005. – Vol. 41, Iss. 9–10. – P. 522–529.

13. Dil'man, V.L. Effect of Defects on the Load Carrying Capacity of Pipes of Transmission Oil and Gas Pipelines under Biaxial Loading / V.L. Dil'man, A.A Ostsemin // *Welding International*. – 2006. – Vol. 20, no. 1. – P. 63–67.

14. Остсемина, А.А. Влияние дефектов сварки, расположенных на границе сплавления, на прочность сварного соединения / А.А. Остсемина, В.Л. Дильман // *Вестник машиностроения*. – 2006. – № 2. – С. 21–26.

15. Дильман, В.Л. Исследование аналитическими методами математических моделей напряженного состояния тонкостенных неоднородных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование»*. – 2009. – Вып. 3. – № 17 (150). – С. 36–58.

16. Дильман, В.Л. Математические модели напряженного состояния неоднородных тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – 201 с.

17. Дильман, В.Л. Математическое моделирование критических состояний мягких прослоек в неоднородных соединениях / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. – Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2011. – 275 с.

18. Ерошкина, Т.В. Математическое моделирование напряженного состояния поперечного пластического слоя в круглом стержне / Т.В. Ерошкина, В.Л. Дильман // *Известия высших учебных заведений. Математика*. – 2011. – № 11. – С. 12–22.

19. Дильман, В.Л. О задаче сопряжения в плоских задачах теории пластичности неоднородных сред / В.Л. Дильман, А.И. Носачева // *Тезисы докладов Воронежской зимней математической школы С.Г. Крейна ВЗМШ-2010 (Воронеж, 25–30 января 2010 г.)*. – Воронеж: ВорГУ, 2010. – С. 55.

20. Дильман, В.Л. Особенности напряженного состояния неоднородной полосы с наклонной контактной границей / В.Л. Дильман, А.И. Носачева // *Труды всероссийской научной конференции с международным участием «Дифференциальные уравнения и их приложения» (г. Стерлитамак, 27–30 июня 2011 г.)*. – Уфа: Гилем, 2011. – С. 303–305.

21. Дильман, В.Л. Численный анализ напряжений на наклонной контактной поверхности при растяжении дискретно-неоднородного твердого тела / В.Л. Дильман, А.И. Носачева // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование»*. – 2012. – Вып. 14. – № 40 (299). – С. 167–171.

22. Носачева, А.И. Анализ напряженного состояния неоднородной полосы с наклонной контактной границей и макродефектом в более прочной части / А.И. Носачева, В.Л. Дильман // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2012. – Т. 19, вып. 2. – С. 273–274.

23. Носачева, А.И. Математическое моделирование напряженного состояния неоднородной полосы с наружным макродефектом / А.И. Носачева // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование»*. – 2013. – Т. 6, № 3. – С. 79–84.

24. Дильман, В.Л. Математическое моделирование критических состояний неоднородного слоя при плоской деформации / В.Л. Дильман, А.И. Носачева // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 46: Теория функций, ее приложения и смежные вопросы. – Казань: Казанский ун-т, 2013. – С. 176–178.25.

25. Дильман, В.Л. Анализ зависимости напряженного состояния неоднородной полосы с дефектом в менее прочной части / В.Л. Дильман, А.И. Носачева // Наука ЮУрГУ: материалы 66-й научной конференции. Секции естественных наук. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – С. 178–185.

26. Dilman, V.L. Features of Stress State of Less Durable Layers in Welded Joints / V.L. Dilman, T.V. Karpeta // Proc. of international conference «Modern problems of innovative technologies in oil and gas production and apply mathematics». Baku, December 13–14, 2018. – P. 48–49.

27. Dilman, V.L. Stress-Strain State of a Plastic Layer under Compression by Two Rigid Parallel Rough Plates / V.L. Dilman, T.V. Karpeta, A.N. Dheyab // Materials Science Forum. – 2019. – Vol. 946. – P. 768–774.

28. Kachanov, L.M. Foundations of the Theory of Plasticity / L.M. Kachanov. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1971.

Поступила в редакцию 30 сентября 2019 г.

*Bulletin of the South Ural State University
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"
2019, vol. 11, no. 4, pp. 62–72*

DOI: 10.14529/mmph190408

ANALYSIS OF THE CRITICAL STATE OF A DISCRETE-INHOMOGENEOUS STRIP WITH A TILTED CONTACT BOUNDARY AND AN EXTERNAL MACRODEFECT IN ITS MORE DURABLE PART

A.I. Nosacheva

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

E-mail: nosali00@mail.ru

The article considers the stress state of a joint in the form of an elastic-plastic strip with rectilinear parallel edges under conditions of plane deformation. The strip consists of two parts of different strengths made of homogeneous isotropic materials, separated by a straight line which is forming an arbitrary angle with the edge of the strip. The joint is subjected to tensile stress. In its stronger part, there is a surface macrodefect in the form of an external incision or recess. The purpose of the article is to study the critical state of the joint using various geometrical and mechanical parameters and, on this basis, calculate the critical tensile force. The method is based on the study of characteristic fields (slip lines) in the plastic zone, taking into account the presence of a voltage break in the more durable part. A complete analysis of variations of the patterns of characteristic fields leading to different stress diagrams over the net cross section is given, depending on the relative position of the defect and the contact boundary, the size of the defect, the angle of inclination of the contact boundary, and the coefficient of mechanical heterogeneity of the joint. An algorithm has been developed to calculate the critical tensile force in the general case. The average critical stresses in the most characteristic cases have been calculated.

Keywords: elastic-plastic stress state; plane deformation; critical stresses; surface macrodefect; inhomogeneous connection.

References

1. Dil'man V.L. Stress State and Strength of an Inhomogeneous Plastic Strip with a Defect in a Stronger Part. *Mechanics of Solids*, 2010, Vol. 45, no. 2, pp. 226–237. DOI: 10.3103/s0025654410020081

2. Dil'man V.L. Analiz napryazhennogo sostoyaniya neodnorodnoy polosity s defektom v bolee prochnoy chasti (Analysis of the Stressed State of an Inhomogeneous Strip with a Defect in its More

Durable Part). *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki*, 2008, Vol. 15, no. 3, pp. 463–464. (in Russ.).

3. Shakhmatov M.V., Erofeev V.V., Khmarova L.I. *et al.* Optimizatsiya konstruktivnykh i geometricheskikh parametrov stykovykh svarnykh soedineniy teploustoychivykh raznorodnykh staley (Optimization of Structural and Geometrical Parameters of Butt-Welded Joints of Inhomogeneous Thermal-Resistant Steels). *Avtomaticheskaya svarka*, 1987, no. 8, pp. 27–31. (in Russ.).

4. Kogut N.S., Shakhmatov M.V., Erofeev V.V. *Nesushchaya sposobnost' svarnykh soedineniy* (Bearing Capacity of Welded Joints). L'vov, Svit Publ., 1991, 182 p. (in Russ.).

5. Ostsemin A.A., Zavarukhin V.Yu. Prochnost' nefteprovoda s poverkhnostnyimi defektami (Strength of a Petroleum Pipeline with Surface Defects). *Problemy prochnosti*, 1993, no. 12, pp. 51–59. (in Russ.).

6. Dil'man V.L., Ostsemin A.A. Strength of Mechanically Heterogeneous Welded Joints with a Slit-Like Defect. *Welding International*, 1999, Vol. 13, no. 8, pp. 648–650.

7. Dilman V.L., Ostsemin A.A. Evaluation of the Effect of Defects and Service Reliability of Welded Joints in Straight-Seam and Spiral-Seam Pipes. *Welding International*, 2002, Vol. 16, Iss. 2, pp. 139–144. DOI: 10.1080/09507110209549507

8. Dilman V.L., Ostsemin A.A. Load-Carrying Capacity of Straight-Seam Large Diameter Pipes with Defects at the Fusion Boundary of the Welded Joint. *Welding International*, 2003, Vol. 17, Iss. 5, pp. 376–380. DOI: 10.1533/wint.2003.3013

9. Dilman V.L., Ostsemin A.A. Static Strength of a Welded Joint with Hard Interlayers and Defect at the Fusion Line of the Weld. *Welding International*, 2004, Vol. 18, Iss. 10, pp. 805–808. DOI: 10.1533/weli.17.5.376.22011

10. Dilman V.L., Ostsemin A.A. Effects of Surface Defects on the Static Strength of Welds in Spiral-Seam Tubes. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2004, vol. 40 (1–2), pp. 87–93. DOI: 10.1023/B:CAPE.0000024143.53688.ca

11. Dilman V.L., Ostsemin A.A. Analysis of the ductile strength of welds weakened by notches in longitudinally welded pipes of large diameter by the method of slip lines. *Strength of Materials*, 2004, Vol. 36, Iss. 3, pp. 274–281. DOI: 10.1023/B:STOM.0000035761.47001.4c

12. Dil'man V.L., Ostsemin A.A. Static Strength of Mechanically Nonuniform Welded Joints with a One-Sided Surface Defect Subject to Ductile Failure. *Chemical and Petroleum Engineering*, 2005, Vol. 41, Iss. 9–10, pp. 522–529. DOI: 10.1007/s10556-006-0012-6

13. Dil'man V.L., Ostsemin A.A. Effect of Defects on the Load Carrying Capacity of Pipes of Transmission Oil and Gas Pipelines under Biaxial Loading. *Welding International*, 2006, Vol. 20, no. 1, pp. 63–67.

14. Ostsemin A.A., Dil'man V.L. Vliyanie defektov svarki, raspolozhennykh na granitse splavleniya, na prochnost' svarnogo soedineniya (The impact of welding defects positioned on the weld fusion boundary on the joint weld efficiency). *Vestnik mashinostroeniya*, 2006, no. 2, pp. 21–26. (in Russ.).

15. Dil'man V.L. Research of the Mathematical Models of the Stress Condition of the Thin-Walled Heterogeneous Cylindrical Shells Based on Analytical Methods. *Bulletin of the South Ural State University, Series "Mathematical Modelling, Programming & Computer Software"*, 2009, Vol. 3, no. 17(150), pp. 36–58. (in Russ.).

16. Dil'man V.L. *Matematicheskie modeli napryazhennogo sostoyaniya neodnorodnykh tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek* (Mathematical Models of the Stress State of Inhomogeneous Thin-Walled Cylindrical Shells), Chelyabinsk, Izd-vo YuUrGU Publ., 2007, 201 p. (in Russ.).

17. Dil'man V.L., Eroshkina T.V. *Matematicheskoe modelirovanie kriticheskikh sostoyaniy myagkikh prosloek v neodnorodnykh soedineniyakh* (Mathematical Modeling of the Critical States of Soft Layers in Inhomogeneous Compounds). Chelyabinsk, Izdatel'skiy Tsentr YuUrGU Publ., 2011, 275 p. (in Russ.).

18. Eroshkina T.V., Dilman V.L. Mathematical Modeling of the State Stress of a Transverse Plastic Layer in a Round Rod. *Russian Mathematics*, 2011, Vol. 55, Iss. 11, pp. 9–17. DOI: 10.3103/S1066369X111110028

19. Dil'man V.L., Nosacheva A.I. O zadache sopryazheniya v ploskikh zadachakh teorii plastichnosti neodnorodnykh sred (On the Conjunction Problem in Plane Problems of the Theory of

Elasticity of Inhomogeneous Media) *Tezisy dokladov Voronezhskoy zimney matematicheskoy shkoly S.G. Kreyna VZMSh-2010 (Voronezh, 25–30 yanvarya 2010 g.)* (Proc. of the Voronezh Winter Mathematical School named after S.G. Kreina VZMSh-2010 (Voronezh, January 25–30, 2010).), Voronezh, VorGU Publ., 2010, pp. 55. (in Russ.).

20. Dil'man V.L., Nosacheva A.I. Osobennosti napryazhennogo sostoyaniya neodnorodnoy polosity s naklonnoy kontaktnoy granitsej (Specific Features of the Stress State of an Inhomogeneous Strip with a Tilted Contact Boundary). *Trudy vserossiyskoy nauchnoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem "Differentsial'nye uravneniya i ikh prilozheniya" (g. Sterlitamak, 27–30 iyunya 2011 g.)* (Proceedings of the All-Russian Scientific Conference with International Participation "Differential Equations and Their Applications" (Sterlitamak, June 27–30, 2011).). Ufa, Gilem, Publ., 2011, pp. 303–305. (in Russ.).

21. Dilman V.L., Nosacheva A.I. The Numerical Analysis of Tensions on the Inclined Contact Surface at Stretching of Discrete-Heterogeneous Solid. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Mathematical Modelling, Programming & Computer Software"*, 2012, vol. 14, no. 40 (299), pp. 167–171. (in Russ.).

22. Nosacheva A.I., Dil'man V.L. Analiz napryazhennogo sostoyaniya neodnorodnoy polosity s naklonnoy kontaktnoy granicej i makrodefektom v bolee prochnoy chasti (Analysis of the Stress State of an Inhomogeneous Strip with a Tilted Contact Boundary and a Macro Defect in its More Durable Part). *Obozrenie prikladnoj i promishlennoj matematiki*, 2012, vol. 19, no. 2, pp. 273–274. (in Russ.).

23. Nosacheva A.I. Mathematical Modelling a Stress State of Inhomogeneous Band with External Macrodefect. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Mathematical Modelling, Programming & Computer Software"*, 2013, Vol. 6, no. 3, pp. 79–84. (in Russ.).

24. Dil'man V.L., Nosacheva A.I. Matematicheskoe modelirovanie kriticheskikh sostoyaniy neodnorodnogo sloya pri ploskoy deformatsii (Mathematical Modeling of Critical States of an Inhomogeneous Layer under Plain Deformation). *Trudy Matematicheskogo tsentra imeni N.I. Lobachevskogo. T. 46: Teoriya funktsiy, ee prilozheniya i smezhnye voprosy* (Proceedings of the Mathematical Center named after N.I. Lobachevsky. Vol. 46: Function theory, its applications and related issues). Kazan': Kazanskiy un-t Publ., 2013, pp. 176–178. (in Russ.).

25. Dil'man V.L., Nosacheva A.I. Analiz zavisimosti napryazhennogo sostoyaniya neodnorodnoy polosity s defektom v menee prochnoy chasti (Analysis of dependency of the stress state of an inhomogeneous strip with a defect in its less durable part). *Nauka YuUrGU: materialy 66-y nauchnoy konferentsii. Sektsii estestvennykh nauk* (Proc. of the 66th scientific conference "Science of SUSU". Section of Natural Sciences). Chelyabinsk, Izdatel'skiy tsentr YuUrGU Publ., 2014, pp. 178–185. (in Russ.).

26. Dilman V.L., Karpeta T.V. Features of Stress State of Less Durable Layers in Welded Joints. *Proc. of international conference "Modern problems of innovative technologies in oil and gas production and apply mathematics"*. Baku, December 13–14, 2018, pp. 48–49.

27. Dilman V.L., Karpeta T.V., Dheyab A.N. Stress-Strain State of a Plastic Layer under Compression by Two Rigid Parallel Rough Plates. *Materials Science Forum*, 2019, Vol. 946, pp. 768–774. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.946.768

28. Kachanov L.M. *Foundations of the Theory of Plasticity*. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1971.

Received September 30, 2019