

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ИЗМЕРЕНИЯ И КВАНТОВАНИЯ НА ИНФОРМАТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭХО-СИГНАЛА ДОЖДЯ

В.В. Заволокин, В.И. Тамбовцев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация

E-mail: zavolokinvv@susu.ru

Приведена и обоснована физико-математическая модель эхо-сигнала отраженного от облачно-дождевых систем. Предложены алгоритмы получения несмещенных, эффективных и состоятельных оценок первого и второго начальных моментов эхо-сигнала от дождя. Предложены схемы оценки физических параметров капель дождя на основе оценки мощности отраженного сигнала: наведенного дипольного момента капли дождя, затухания при распространении сигнала вдоль сферической координаты дальности туда и обратно и параметров облачно-дождевой системы: интенсивности дождя, водности облачно-дождевой системы. Показана связь наведенного дипольного момента капель дождя с оценками диэлектрической проницаемости и проводимости дождевых капель. Эта связь выражается через соотношения между оптическими и электрическими характеристиками капель дождя. Эти соотношения позволяют составить и решить системы алгебраических уравнений относительно статистических оценок диэлектрической проницаемости и проводимости капель дождя, на основе предварительно выполненных оценок наведенного дипольного момента капель дождя, которые получаются на основе статистических алгоритмов формирования состоятельных и несмещенных оценок первого и второго моментов эхо-сигнала дождя. Показана связь формирования оценок с условиями проведения измерений, зависящими от времени года и суток. Предложенные статистические алгоритмы позволяют устранить смещение указанных оценок физических параметров вызванное тремя составляющими: тепловым шумом приемника, эхо-сигналами принимаемыми по боковых лепесткам антенны и шумом квантования. Это делает данные оценки не только несмещенными, но и физически реализуемыми. Формирование оценок по предлагаемым алгоритмам предполагает истинно когерентную измерительную систему.

Ключевые слова: оценки мощности сигнала метеозо; численное решение уравнения метеоцели; наведенный дипольный момент капли дождя; проводимость и диэлектрическая проницаемость дождевой капли; шум квантования; радиофизические и электрохимические задачи.

Введение

Известно [см. 1–3], что данные о физических свойствах дождевых капель: K_w – наведенном дипольном моменте капли, $I(r_0, K_w, R)$ – затухании при распространении сигнала вдоль сферической координаты дальности, а также данные о физических свойствах облачно-дождевых систем: R – интенсивности дождя и M – водности облачно-дождевой системы лежат в основе физико-математических моделей ориентированных на решения трех групп задач: радиофизические, задачи обработки сигналов и электрохимические.

Это следующие задачи: исследование загрязнения воздушной среды, построение зон радио покрытия сотовой связи в осадках и зон ослабления сигнала при радиорелейной связи, построение карт солёности (и/или загрязнений акваторий, или воздушного бассейна), обнаружения патогенных ионов в каплях дождя, измерение водности облачно-дождевых систем с целью предотвращения возгорания двигателей реактивных самолетов, измерение водности M при принудительном поливе сельскохозяйственных угодий в засушливые годы из кучевых облаков, построении метеорологических карт.

Формулировка радиофизической модели формирования сигнала метеозо

Алгоритм селекции физических свойств капель дождя и физических свойств облачно-дождевых систем изложен в [1, 2]. В [1] доказано, а в [2] обосновано, что эхо-сигнал от однород-

ных и изотропных импульсных объемов дождя есть центрированный двумерный нормальный вектор. Этот вектор является информативным относительно K_w , $l(r_0, K_w, R)$, R и M . Комплексная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ (см. [2]) связана с комплексным относительным показателем преломления и с наведенным дипольным моментом капли K_w (см. [2, 3]) так:

$$K_w = \frac{(m^2(\omega) - 1)}{(m^2(\omega) + 2)}, \quad (1)$$

где

$$m(\omega) = n(\omega) - jk(\omega) = \tilde{\varepsilon}(\omega)\mu = (\varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega))\mu \quad (2)$$

комплексный относительный показатель преломления; $\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$ – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость капель дождя; μ – относительная магнитная проницаемость воды $\mu \approx 1$ (0,999991) (см. [4]);

$$k(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + (\varepsilon''(\omega))^2} - \varepsilon'(\omega)\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + \left(\frac{\sigma\lambda}{2\pi\varepsilon_0 c}\right)^2} - \varepsilon'(\omega)\right)} = \\ = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + (599,758\lambda\sigma)} - \varepsilon'(\omega)\right)}; \quad (3)$$

– коэффициент поглощения;

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + (\varepsilon''(\omega))^2} + \varepsilon'(\omega)\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + \left(\frac{\sigma\lambda}{2\pi\varepsilon_0 c}\right)^2} + \varepsilon'(\omega)\right)} = \\ = \sqrt{\frac{1}{2}\mu\left(\sqrt{(\varepsilon'(\omega))^2 + (599,758\lambda\sigma)^2} + \varepsilon'(\omega)\right)} \quad (4)$$

– действительный показатель преломления; ε' – вещественная часть комплексной диэлектрической проницаемости; ε'' – мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости; σ – удельная проводимость среды распространения (капли воды); λ – длина волны зондирующего сигнала; ω – круговая частота зондирующего сигнала; $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость света в вакууме; ε_0 – электрическая постоянная (электрическая (диэлектрическая) проницаемость вакуума); μ_0 – магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума).

Многokrатно зондируя на каждой из рабочих частот (см. [2]) и каждый раз (по результатам четырех зондирований) численно решая систему из трех уравнений (5), каждое из которых получается для текущего зондирования, получаем выборочные значения K_w , $l(r_0, K_w, R)$ и R . На основе выборочных значений K_w получаем прямоугольные матрицы выборок $\|K_w\|$. Затем, из выборок $\|K_w\|$, формируем матрицы оценок $\|\hat{K}_w\|$. И, наконец, используя формулы (1)–(4) и уточненные формулы Дебая (см. [5, 6]), связывающие между собой величины: комплексную диэлектрическую проницаемость, T – температуру окружающей среды σ , ω и учитывающие зависимость σ и ε от T и ω , формируем матрицы оценок $\|\hat{\sigma}\|$ и $\|\hat{\varepsilon}'\|$. Заметим при этом, что физические величины K_w и R не зависят от давления в диапазоне возможных значений атмосферного давления на трассе распространения радиосигнала (см. [2, 3]).

Связь мощности эхосигнала $P(r_0)$ и K_w (см. [3]) имеет вид:

$$P(r_0) = \frac{P_u g^2 \lambda^2 l^2(r_0, K_w, R) \eta(r_0, K_w, R)}{(4\pi)^3 r_0^2} \int_r |W(r, r_0)|^2 dr \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f^4(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi =$$

$$= \frac{P_u g^2 \lambda^2 l^2(r_0, K_w, R)}{2^6 r_0^2} \frac{\pi^3}{\lambda^2} |K_w|^2 N_0 \Lambda^{-7} \gamma(7, \Lambda D_{\max}) \frac{\theta_1^2}{8 \ln 2} [\operatorname{cth}(aF\tau) - 1/(aF\tau)] \frac{c\tau}{2}$$

$$= Al^2 |K_w|^2 N_0 (\alpha R^{-\beta})^{-7} \gamma(7, \alpha R^{-\beta} D_{\max}). \quad (3)$$

В (5) приняты следующие обозначения. $P(r_0)$ – мощность эхо-сигнала отраженного от дождевого импульсного объема. $\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K_w|^2 Z$ – удельная эффективная площадь рассеяния.

$Z = \frac{1}{\Delta V} \sum_i D_i$ – отражаемость разрешаемого импульсного объема ΔV (см. [2]), D_i – диаметр капли, ΔV – величина импульсного объема на удалении r_0 , r_0 – значение наклонной дальности (сферической координаты) до центра импульсного объема ΔV , P_u – мощность, излучаемая передатчиком, g^2 – коэффициент усиления датчика (антенны) одновременно на прием и передачу,

$$W(r, r_0) = \frac{1}{2} \{ \operatorname{erf} [(2aF/c)(r_0 - r + c\tau/4)] - \operatorname{erf} [(2aF/c)(r_0 - r - c\tau/4)] \};$$

– вид весовой функции по дальности. r – значение текущей сферической координаты;

$$a = \frac{\pi}{2\sqrt{\ln 2}} \quad (6)$$

– первый коэффициент формирования амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) согласованного фильтра приемника, F – ширина полосы пропускания приемника по уровню половинной мощности, τ – длительность зондирующего импульса, R – интенсивность осадков мм/час. При использовании распределения капель по размерам Маршала–Пальмера $N(D) = N_0 e^{-\Lambda D}$, (см. [7]), уточняющих коэффициентов Литвинова и Циркунова и результатов из [8], имеет место выражение для уточненной отражаемости дождя $Z = N_0 \Lambda^{-7} \gamma(7, d)$ (параметры N_0 и Λ входящие в формулу, описывающую распределение капель по размерам). При этом, при метеорологических измерениях используют следующие пары параметров N_0 и Λ : $\Lambda = \alpha R^\beta = 3,7 \cdot R^{-0,37} \text{ мм}^{-1}$, $N_0 = 5,5 \cdot 10^3 \text{ мм}^{-1}$ – для осадков в течение первых 15 мин выпадения днём (см. [8]), $\Lambda = 4,3 \cdot R^{-0,23} \text{ мм}^{-1}$, $N_0 = 1 \cdot 10^4 \text{ мм}^{-1}$ – для осадков спустя 30 мин после начала их выпадения днём (см. [9, 10]) и $\Lambda = 4,6 \cdot R^{-0,23} \text{ мм}^{-1}$, $N_0 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ мм}^{-1}$ – для ночных осадков (см. [8, 9]). $\gamma(7, d)$ – неполная гамма функция (см. [10]), $d = \Lambda D_{\max}$ и D_{\max} – максимальный диаметр капли ($D_{\max} = 6,5 \text{ мм}$ (см. [3])).

$$l = \exp \left(- \int_0^r (k_g + k) dr \right) = \exp \left(- \int_0^r ((k_{g_{\text{H}_2\text{O}}} + k_{g_{\text{O}_2}}) + (k_\partial + k_c)) dr \right)$$

– потери в одну сторону за счет ослабления в атмосферных газах, в дожде и на каплях. $k_g = (k_{g_{\text{H}_2\text{O}}} + k_{g_{\text{O}_2}})$ – коэффициент равный сумме коэффициентов затухания в атмосферном кислороде и парах воды. $k = (k_\partial + k_c)$ – коэффициент ослабления в дожде и на каплях облаков. Поскольку k_c и k_∂ зависят от неизвестных K_w , R , M , а также от температуры среды, сезонного вида осадков и времени суток, то и величина $l(r_0, K_w, R)$ формально является неизвестным в выражении (5) так как зависит от неизвестных физических величин.

$$\int_0^\infty (W(r, r_0))^2 dr = \int_0^\infty l_0 f_w^2(r_0 - r) dr = \frac{l_r(a, F, \tau) c\tau}{2} \quad (7)$$

– результат вычисления внешнего интеграла выражения, $l_0 = \operatorname{erf}(b)$ – коэффициент при весовой функции $f_w^2(r_0 - r)$, который нормирует ее максимальное значение к единице,

$l_r(a, F, \tau) = [\text{cth}(aF\tau) - 1/(aF\tau)]$ – коэффициент потерь в приемнике обусловленный ограниченной полосой пропускания

$$f_w(r_0 - r) = \frac{1}{2\text{erf}(b)} (\text{erf}(x+b) - \text{erf}(x-b)); \quad (8)$$

– нормированная АЧХ приемника

$$b = F\tau\pi/4\ln\sqrt{2}; \quad (9)$$

– второй коэффициент формирования формы АЧХ приемника

$$x = (2aFc)(r_0 - r); \quad (10)$$

– формальная переменная функции (8).

Аналитическое решение $l_r(a, F, \tau)$ получается при известной аппроксимации функции $\text{erf}(y)$ функцией $\text{th}(y)$. Аппроксимация учитывает реальные значения величин (9)–(10) и выполняется с большой точностью (см. [2]).

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f^4(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi = \frac{\pi\theta_1^2}{8\ln 2}.$$

– значение внутреннего интеграла выражения (5) (см. [3]). Вычисление внутреннего интеграла (5) выполнено при предположении, что функция $f(\theta, \phi)$ – есть осесимметричная кривая гауссовского вида. θ_1 – угловая ширина (в радианах) однократно используемой (либо на прием, либо на передачу) диаграммы направленности антенны (или датчика); ϕ – азимут; θ – угол места.

Объединим по общим признакам все параметры формулы (5) в три группы. Первая группа (образует множитель $A = \frac{P_u g^2 \pi^3 \theta_1^2}{2^6 r_0^2 \lambda^2 8\ln 2} \left[\text{cth}(aF\tau) - \frac{1}{aF\tau} \right] \frac{c\tau}{2}$ в (5)) и объединяет априорно известные конструктивные параметры измерительной системы (постоянные параметры фиксированные для каждого текущего зондирования). Вторая группа образует вектор $\vec{B} = (N_0, \alpha, \beta)$ априорно известных параметров дождя, координаты которого определены выше. Третья группа это неизвестные и статистически оцениваемые величины $l(r_0, K_w, R)$, K_w и R .

Заметим, что неизвестные параметры $l(r_0, K_w, R)$, K_w и R можно грубо оценить по трем зондированиям $(P_1(r_0), P_2(r_0), (r_0))$, численно решая систему из трех уравнений (5). Для n зондирований каждой из m частот строится матрица статистической выборки $\|P(r_0)\|$ необходимая для расчета оценок $\hat{l}(r_0, K_w, R)$, \hat{K}_w , \hat{R} , \hat{M} , а затем и оценок $\hat{\sigma}$ и $\hat{\epsilon}$ по формулам (1)–(4) и уточненным эмпирическим формулам Дебая (см. [5, 6]). Меняя частоты зондирования в окрестности частоты $f = 2,99792$ ГГц ($\lambda = 10$ см, где K_w лежит в окрестности точки 0,9286 при $t = 20$ °С) и $f = 48,353622$ ГГц ($\lambda = 0,62$ см, где K_w лежит в окрестности точки 0,8926 при $t = 20$ °С) формируем матрицы $\|\hat{\sigma}\|$ и $\|\hat{\epsilon}\|$ по уточненным эмпирическим формулам Дебая (см. [5, 6]). Эти матрицы нужны для решения радиофизических и электрохимических задач. Заметим, что информацию о физических свойствах дождевых капель несет K_w , а информацию о свойствах облачно-дождевой системы $l(r_0, K_w, M)$, R , M . При этом, $|K_w|^2$ изменяется всего в пределах от 0,8312 до 0,9340 [3] для длин волн в диапазоне от 0,06 м до 0,10 м в диапазоне температур от 0 до 20 °С. Тогда очевидно, что смещение оценки величины $P(r_0)$, вызываемое как процессом формирования эхо-сигнала (тепловой шум приемника также искажает оценку $P(r_0)$), так и квантованием, недопустимо. Для ледяных сфер $|K_w|^2$ составляет около 0,18 [3] и не зависит ни от температуры, ни от длины волны. Поэтому зимой затруднено измерение физических свойств атмосферной влаги.

Алгоритмы формирования состоятельных и несмещенных оценок первого и второго начальных моментов эхо-сигнала дождя

Окончательный вид вектора второго начального момента эхо-сигнала дождя будет иметь вид:

$$\bar{P} = (P(r_0), P(r_0 + c\tau)) = \bar{P}_{\xi}, \quad (11)$$

где τ – шаг дискретизации при выборке сигнала или интервал времени между соседними выборочными отсчетами данных; c – скорость света.

Напомним, что первое и второе предложения раздела Формулировка радиофизической задачи имеет следующий вид: в [1] доказано, а в [2] обосновано, что эхо-сигнал от однородных и изотропных импульсных объемов дождя есть центрированный двумерный нормальный вектор. Этот случайный вектор является информативным относительно $K_w, l(r_0, K_w, R), R$ и M .

Действительно каждый элементарный отражатель – капля дождя находится на случайном расстоянии от излучателя и случайным образом ориентирована относительно плоского фронта падающей электромагнитной волны. Капли дождя приобретают скорость в поле тяготения земли. Форма капли при этом будет отличаться от сферической формы. Причина отклонения от сферической формы в том, что на движущиеся капли действуют: сопротивления воздуха, ветер и столкновения капель (см. [2]). Кроме того, капли имеют различные размеры. Поэтому эхо-сигнал от каждой капли будет иметь случайную фазу, распределенную в интервале от $[0, 2\pi]$.

Таким образом, цитируя фразу из [2] запишем. Теперь мы можем применить центральную предельную теорему к действительной и мнимой частям сигнала. Теорема устанавливает, что распределение суммы независимых случайных величин стремится к нормальному закону при условии, что число слагаемых велико и ни одно из них не выделяется по величине в сравнении с остальными. Очевидно, что оба эти условия справедливы для гидрометеоров (дождевых капель), откуда следует, что синфазная и квадратурная составляющая распределены по нормальному закону с нулевым средним.

Поэтому на входе приемника происходит сложение двух векторов в каждой из квадратур комплексного сигнала: вектора сигнала эхо-сигнала дождя $\bar{\xi}$ и вектора сигнала теплового шума приемника \bar{n} . Тогда обрабатывается вектор сигнала $\bar{\eta} = \bar{\xi} + \bar{n}$, который пройдя частотно-избирательные цепи (что учтено в (5)), поступает на аналого-цифровой преобразователь, где подвергается дискретизации по времени и квантованию по уровню.

В итоге получается суммарный вектор $\bar{\delta} = \bar{\xi} + \bar{n} + \bar{\zeta}$, из которого и надлежит выделить информативную составляющую вектор $\bar{\zeta}$.

Поскольку тепловой шум и эхо-сигнал дождя имеют различную природу, то координаты векторов $\bar{\xi}$ и \bar{n} не коррелированы. С другой стороны вектор $\bar{\zeta}$ статистически связан с вектором, $\bar{\eta} = \bar{\xi} + \bar{n}$ так как получается из него с помощью нелинейного преобразования. В этом случае, следуя теореме дисперсий [12, 13]:

$$D\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n D(X_i) + 2\sum_{i<j} K_{ij}; \quad (12)$$

И, переходя к системе обозначений данной статьи, можем записать:

$$\bar{D}_{\delta} = \bar{D}_{\xi} + \bar{D}_{\bar{n}} + \bar{D}_{\bar{\zeta}} + 2K_{\bar{\zeta},\bar{\xi}} + 2K_{\bar{\zeta},\bar{n}}. \quad (13)$$

Видим, что из выражения (13) следует следующее очевидное соотношение, позволяющее вычислить искомую информативную физическую величину $\bar{P}_{\xi} = \bar{D}_{\xi}$:

$$\bar{P}_{\xi} = \bar{D}_{\xi} = \bar{D}_{\delta} - \bar{D}_{\bar{n}} - \bar{D}_{\bar{\zeta}} - 2K_{\bar{\zeta},\bar{\xi}} - 2K_{\bar{\zeta},\bar{n}} = \bar{D}_{\delta} - \bar{D}_{\bar{n}} - \bar{D}_{\bar{\zeta}} - 2K_{\bar{\zeta},\bar{\eta}}. \quad (14)$$

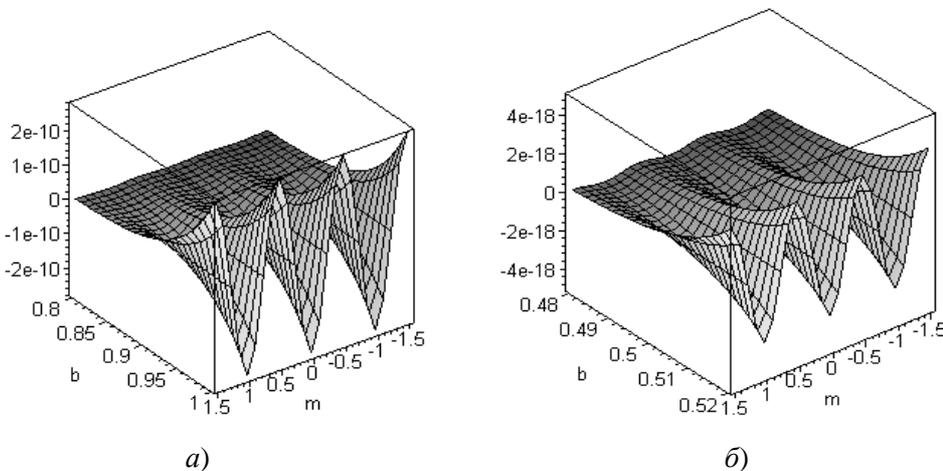
В работе [14] получено выражение для вектора второго начального момента шума квантования $\bar{D}_{\bar{\zeta}}$:

$$\bar{D}_{\bar{\zeta}} = (D_{\zeta_1}, D_{\zeta_2}) = \left(\frac{\Delta^2}{12} + \frac{\Delta^2}{(\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n)^2} q \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta} nm_1\right); \frac{\Delta^2}{12} + \frac{\Delta^2}{(\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n)^2} q \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta} nm_2\right) \right). \quad (15)$$

Второе слагаемое в формуле (15), как следует из (14), приводит к смещению оценки вектора $\hat{P}_{\xi} = \hat{D}_{\xi}$ при выполнении оценки даже по выборочному алгоритму оценки второго центрального момента (учитывая предварительно вычисленные оценки \hat{m}_1 и \hat{m}_2 первого момента, выполненные по выборочному алгоритму первых моментов).

Рассмотрим результат (10) с учетом формулировки радиофизической задачи. Известно, что реальное значение проводимости дождевых капель σ достаточно мало. Например (см. [15, 16]), $\sigma = 0,38 \cdot 10^{-5}$ см·м⁻¹ для тщательно очищенной воды, $\sigma = 5 \cdot 10^{-4} - 100 \cdot 10^{-4}$ см·м⁻¹ – для дождевой воды и линейно зависит от ее минерализации (см. [16]) (т. е. от загрязнения атмосферной влаги промышленными выбросами). Сначала из численного решения уравнений вида (5), учитывая априорно известный вектор $\bar{B} = (N_0, \alpha, \beta)$ и коэффициент A , получается выборочное значение K_w . Затем, по ансамблю выборочных значений K_w строится матрица оценок $\|\hat{K}_w(\lambda_i)\|$. И, наконец, по формулам (1)–(4) и уточненным формулам Дебая (см. [5, 6]), получаем оценки $\|\hat{\epsilon}\|$ и $\|\hat{\sigma}\|$ для решения указанных во введении радиофизических и электрохимических задач.

Информацию о K_w несет мощность принятого сигнала $P(r_0)$. Но, $P(r_0)$ прямо пропорциональна σ_{ξ}^2 (с точностью до коэффициента A из (5)). Поэтому при $m_1 \neq 0$ и $m_2 \neq 0$, как следует из (14), появляется смещение вектора \bar{D}_{ξ} принимаемых сигналов на основании теоремы сложения дисперсий, которое зависит от вторых слагаемых в формуле (14). Тогда, если не применить алгоритм (14), то оценки $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\sigma}$ также становятся смещенными и несостоятельными. На рис. изображено второе слагаемое в формуле (15), которое есть функция β и m_j .



Зависимости второго слагаемого в выражениях $\bar{D} = (D_1, D_2)$ как функции $\beta = \Delta^2 / \sigma_{\eta}^2$, ($\beta = b$) и m_j для формулы (14) при $\Delta = 1$ (отражающие доминанты есть).

На рисунке: *а* – зависимость получена при $\beta = 0,8 - 1$, *б* – при $\beta = 0,48 - 0,52$.

Основные выводы

Оценки \hat{D}_{ξ_i} $i = 1, 2, \dots, n$ формируются из выборок мощности $P(r_{0i})$, $i = 1, 2, \dots, n$ (5). Где n – количество анализируемых сканов при фиксированной длительности импульса и длине волны зондирующего импульса при секторном сканировании. Квадрат амплитуды эхо-сигнала от капельной структуры, центр импульсного объема которой расположен на удалении r_{0j} , имеет вид:

$$x_i = \frac{P(r_{0i})}{A}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \tag{16}$$

Из [12] известно, что оценки первого и второго центрального момента формируются в виде выборочных алгоритмов:

$$\hat{m}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\text{sgn}(\sqrt{x'_{ij}}) \right) \sqrt{x'_{ij}}, j=1,2; \quad (17)$$

$$\hat{D}_{\eta_j} = \sigma_{\eta_j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\left(\text{sgn}(\sqrt{x'_{ij}}) \right) \sqrt{x'_{ij}} - \hat{m}_j \right)^2, j=1,2, \quad (18)$$

где $\text{sgn}(\sqrt{x'_{ij}})$ – алгоритм определения знака амплитуды эхо-сигнала; $\sqrt{x'_{ij}}$ – модуль амплитуды эхо-сигнала.

Возвращаясь к формулировке четвертого абзаца предыдущего раздела и учитывая строгое доказательство центрированности случайного вектора эхо-сигнала, отраженного от дождя сделанное в [1] не трудно видеть, что для того, чтобы оценка D_δ стала несмещенной, величину оценки m_j мы вынуждены формировать (копить) когерентно в каждом из квадратурных каналов по алгоритму (17). Вычисление оценки \hat{D}_{η_j} в каждом из квадратурных каналов по выборочному алгоритму второго центрального момента все равно оставит ее смещенной, поскольку, при выполнении операции квантования, добавляется смещение этой оценки в виде второго слагаемого в выражении (15).

В когерентной измерительной системе (см. [17]) знак величины (амплитуды сигнала) $\sqrt{x'_{ij}}$ всегда определяется. Из [17] известно, что (18) это некогерентное накопление выборок (при возведении в квадрат теряется информация о знаке). Из [17] известно, что выигрыш сигнал/шум при некогерентном накоплении $d_{\text{вых}} = \sigma_{\xi_{\text{вых}}}^2 / \sigma_{\text{швых}}^2 \sim \sqrt{N}$. Выигрыш при когерентном накоплении $d_{\text{вых}j} = (\hat{m}_j)^2 / \sigma_{\text{швых}}^2 \sim N$. По этой причине для формирования оценки в соответствии с (17) объем выборки требуется меньший, чем при формировании оценки (18) при совпадающих дисперсиях оценок. Подставляя в (14) выражение для координаты (15) и учитывая то, что $m_j \approx \hat{m}_j$ перепишем (14) в следующем виде:

$$\hat{P}_{\xi_j} = \hat{D}_{\xi_j} = \hat{D}_{\delta_j} - \hat{D}_{\eta_j} - \left(\frac{\Delta^2}{12} + \frac{\Delta^2}{(\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n)^2} \exp\left(-\frac{2\pi^2 \sigma_{\eta_j}^2 n^2}{\Delta^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta} n \hat{m}_j\right) + 2 \sum_{i < j} \hat{K}_{\eta_i \xi_j} \right). \quad (19)$$

Из [2, 3, 18] известно, что диапазон изменения $d = \sigma_{\xi_{\text{вых}}}^2 / \sigma_{\text{швых}}^2$ имеет место от значений σ_{ξ}^2 , когда эхо от капель «спрятано» в шуме $\sigma_{\text{ш}}^2$, до значений, когда σ_{ξ}^2 может «занимать» весь динамический диапазон. Скорость сходимости оценки \hat{P}_{ξ_i} определяется величиной d . Здесь оценки \hat{D}_{ξ_i} требуют такие объемы выборок, чтобы оценка $|\hat{K}_w|^2$, лежащая в пределах от 0,8312 до 0,9340 была сформирована с наперед заданной точностью. При этом формирование $|\hat{K}_w|^2$ не должно противоречить условию физической реализуемости измерения. Под реализуемостью следует понимать отсутствия изменений $l(r_0, K_w, R)$, K_w , R , M вызванных ветром. Тогда (19) это алгоритм адаптивного оценивания \bar{P}_{ξ_i} мощности, отраженной от изотропной капельной структуры (дождя), устраняющий также и влияние отражающей доминанты. По этой причине оценки $\|\hat{\sigma}\|$ и $\|\hat{\epsilon}\|$ будут состоятельными и несмещенными.

Таким образом, видим, что если не отстроиться от сигнала отражающей доминанты, который при формировании оценки $\hat{D}_{\xi} = \hat{P}_{\xi}$ накопится когерентно, то смещение оценок $\hat{D}_{\xi} = \hat{P}_{\xi}$ может полностью исказить результаты радиофизических измерений и не позволить решить предпола-

гаемые радиофизические и электрохимические задачи. Это произойдет по той причине, что $\hat{m}_j \sim N$, а $\hat{D}_{\xi_j} \sim \sqrt{N}$, где N – объем выборки

А, поскольку при формировании оценок берутся выборки нескольких импульсных объемов (на интервале времени определяющем физическую реализуемость системы), то несмотря на исчезающе малые значения второго слагаемого в формуле (15), объем выборок столь велик, что сигнал отражающей доминанты в некоторых случаях сместит оценку \hat{D}_{ξ_i} до значений не позволяющих получить несмещенные оценки K_w , $l(r_0, K_w, \omega)$, R и M и, соответственно оценки $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\sigma}$ станут не состоятельными.

Литература

1. Заволокин, В.В. Построение математической модели метео сигналов для когерентно-импульсных РЛС / В.В. Заволокин, В.А. Зубков, Е.В. Чепель // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Радиолокационная техника (РЛТ). – 2008. – Вып. 2. – С. 129–136.
2. Довиак, Р. Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения / Р. Довиак, Д. Зрнич. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 511 с.
3. Степаненко, В.Д. Радиолокация в метеорологии (Радиометеорология) / В.Д. Степаненко – Л.: Гидрометеиздат, 1966. – 351 с.
4. Ландсберг, Г.С. Элементарный учебник физики. Т. 2. Электричество и магнетизм / Г.С. Ландсберг. – М.: Наука, 1985. – 479 с.
5. Садовский И.Н., Кузьмин А.В., Шарков Е.А., Сазонов Д.С., Пашинов Е.В., Ашеко А.А., Батулин С.А. Анализ моделей диэлектрической проницаемости водной среды, используемых в задачах дистанционного зондирования акваторий / И.Н. Садовский, А.В. Кузьмин, Е.А. Шарков и др. // Препринт Пр-2172. – М.: ИКИ РАН, 2013. – 60 с.
6. Пенской, А.С. Волны в волноводах при наличии тонких пленок полярных диэлектриков: дисс. ... канд. физ.-мат. наук / А.С. Пенской. – Волгоград, 2016. – 111 с.
7. Marshall, J.S. The distribution of raindrops with size / J.S. Marshall, W. Palmer // J. Meteorol. – 1948. – Vol. 5. – С. 165–166.
8. Шишкин, Н.С. Исследование заряжения капель тумана при наличии коронных разрядов между заряженными крупными каплями / Н.С. Шишкин, Т.А. Першина // Тр. ГГО. – 1973. – Вып. 302. – С. 55–61.
9. Сталевич, Д.Д. Изменение числа сближения капель дождя в процессе выпадения осадков / Д.Д. Сталевич, Т.С. Учеваткина // Труды ордена красного знамени главной геофизической обсерватории им. А.И. Воейкова (ГГО). Физика облаков и активных воздействий. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – Вып. 420. – С. 3–14.
10. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.
11. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
12. Пугачев, В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В.С. Пугачев. – М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.
13. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
14. Математическая модель шума квантования сигналов, отраженных от протяженных пространственных помех / Б.М. Балясников, М.С. Ворона, В.В. Заволокин и др. // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. – 2011. – Вып. 633. – Ч. 2. – С. 131–138.
15. Мучник, В.М. Физика грозы / В.М. Мучник. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 351 р.
16. Бондаренко Т.Г. Некоторые данные по электропроводности атмосферных осадков / Т.Г. Бондаренко // Труды ГГО. – 1962. – Вып. 134. – С. 33–37.
17. Ширман, Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
18. Бин, Б.Р. Радиометеорология / Б.Р. Бин, Е.Дж. Даттон. – Л.: Гидрометеиздат, 1971. – 362 с.

Поступила в редакцию 7 сентября 2019 г.

EFFECTS OF MEASUREMENT AND QUANTIZATION CONDITIONS ON INFORMATIVE PARAMETERS OF RAINDROP ECHO SIGNAL

V.V. Zavolokin, V.I. Tambovtsev

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

E-mail: zavolokinvv@susu.ru

The physical and mathematical model of the echo signal reflected from cloud-rain systems was presented and substantiated. The algorithms for obtaining unbiased, efficient and consistent estimates of the first and second initial moments of raindrop echo signal were proposed. The estimation schemes of physical parameters of raindrop were proposed based on the reflected signal power estimation, such as induced dipole moment of a raindrop, attenuation during signal propagation along the spherical coordinate of the distance back and forth, and the parameters of the cloud-rain system, such as rain intensity, water content of the cloud-rain system. The correlation between the estimation of dielectric permittivity and conductivity of raindrops was shown. The relationship between the induced dipole moment of raindrops and the estimates of the dielectric permittivity and conductivity of raindrops is shown. This relationship is expressed through the relationship between the optical and electrical characteristics of raindrops. These relations make it possible to create and solve systems of algebraic equations for statistical estimates of the dielectric permittivity and conductivity of raindrops, based on previously performed estimates of the induced dipole moment of raindrops, which are obtained on the basis of statistical algorithms for generating consistent and unbiased estimates of the first and second moments of the rain echo. The relationship of estimation formation with measurement conditions that depend on the time of year and day is shown. The proposed statistical algorithms allow us to eliminate the bias of these estimates of physical parameters caused by three components: thermal noise of the receiver, echo signals received on the side lobes of the antenna and quantization noise. This makes these estimates not only unbiased, but also physically realizable. The formation of estimates based on the proposed algorithms assumes a truly coherent measurement system.

Keywords: signal power estimation of meteorological echo; numerical solution of meteorological goal equation; dipole moment of a raindrop; conductivity and dielectric permittivity of a raindrop; quantization noise; radiophysical and electrochemical problems.

References

1. Zavolokin V.V., Zubkov V.A., Chepel' E.V. Postroenie matematicheskoy modeli meteo signalov dlya kogerentno-impul'snykh RLS (Mathematical Model Construction of Meteorological Signals for Coherent Pulse Radar). *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Radiolokatsionnaya tekhnika (RLT)*, 2008, Iss. 2., pp. 129–136. (in Russ.).
2. Doviak R.J., Zrnic D.S. *Doppler Radar and Weather Observations*. Orlando, San Diego, San Francisco, New York, London, Toronto, Montreal, Sydney, Tokyo, São Paulo: Academic Press Inc., 458 p.
3. Stepanenko V.D. *Radiolokatsiya v meteorologii (Radiometeorologiya)* (Radiolocation in Meteorology (Radiometeorology)). Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1966, 351 p. (in Russ.).
4. Landsberg G.S. *Elementarnyy uchebnyk fiziki. T. 2. Elektrizhestvo i magnetizm* (Elementary Textbook of Physics. Vol. 2. Electricity and Magnetism), Moscow, Nauka Publ., 1985, 479 p. (in Russ.).
5. Sadvoskiy I.N., Kuz'min A.V., Sharkov E.A., Sazonov D.S., Pashinov E.V., Asheko A.A., Batulin S.A. Analiz modeley dielektricheskoy pronitsaemosti vodnoy sredy, ispol'zuemykh v zadachakh distantsionnogo zondirovaniya akvatorii. Preprint Pr-2172 (Analysis of Dielectric Permittivity Models of Aquatic Environment Used in Water Areas Sounding. Preprint Pr-2172). Moscow, IKI RAN Publ., 2013, 60 p. (in Russ.).

6. Penskoy A.S. *Volny v volnovodakh pri nalichii tonkikh plenok polyarnykh dielektrikov : dissertatsiya kandidata fiziko-matematicheskikh nauk* (Waves in Waveguides in Terms of Polar Dielectric Films: Cand. phys. and math. sci. diss). Volgograd, 2016, 111 p. (in Russ.).
7. Marshall J.S., Palmer W. The Distribution of Raindrops with Size. *J. Meteorol.*, 1948, Vol. 5, pp. 165–166.
8. Shishkin N.S., Pershina T.A. Issledovanie zaryazheniya kapel' tumana pri nalichii koronnykh razryadov mezhdru zaryazhennymi krupnymi kaplyami (Research on Mist Droplets Charging in Terms of Corona Discharges among Charged Large Droplets). *Tr. GGO*, 1973, Iss. 302, pp. 55–61. (in Russ.).
9. Stalevich D.D., Uchevatkina T.S. Izmenenie chisla sbliženiya kapel' dozhdy v protsesse vypadeniya osadkov (Change in Number of Raindrops Convergence during Precipitation). *Trudy ordena krasnogo znamenii glavnoy geofizicheskoy observatorii im. A.I. Voeykova (GGO). Fizika oblakov i aktivnykh vozdeystviy* (Proceedings of the order of the red banner of the main geophysical Observatory. A.I. Voeikov (GGO). Cloud Physics and Active Impacts), Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1979, Iss. 420, pp. 3–14. (in Russ.).
10. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* (Tables of Integrals, Sums, Series and Products). Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 1100 p. (in Russ.).
11. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* (Statistical Radio Engineering). Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982, 624 p. (in Russ.).
12. Pugachev V.S. *Teoriya sluchaynykh funktsiy i ee primeneniye k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Random Process and Its Application to Automatic Control Problems). Moscow: Fizmatgiz Publ., 1960, 883 p. (in Russ.).
13. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnostey* (Probability Theory). Moscow, Nauka Publ., 1969, 576 p. (in Russ.).
14. Balyasnikov B.M., Vorona M.S., Zavolokin V.V., Korshunov A.Yu., Maksimenko M.D., Odinochenko N.M. Matematicheskaya model' shuma kvantovaniya signalov, otrazhennykh ot protyazhennykh prostranstvennykh pomekh (A Mathematical model of the quantization of the signals reflected from expended spatial interference). *Trudy Voenno-kosmicheskoy akademii im. A.F. Mozhayskogo* (Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy), 2011, Vol. 633, no. 2, pp. 131–138. (in Russ.).
15. Muchnik V.M. *Fizika grozy* (Physics of Thunderstorm). Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1974, 351 p. (in Russ.).
16. Bondarenko T.G. *Nekotorye dannye po elektroprovodnosti atmosferykh osadkov* (Some Data on Electrical Conductivity of Precipitation). *Trudy GGO*, 1962, Iss. 134, pp. 33–37. (in Russ.).
17. Shirman Ya.D., Manzhos V.N. *Teoriya i tekhnika obrabotki radiolokatsionnoy informatsii na fone pomekh* (Theory and Processing Technology of Radar Data in Terms of Background Noise). Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1981, 416 p. (in Russ.).
18. Bean B.R., Dutton E.J. *Radio Meteorology*. Washington, U.S. Govt. Print. Office, 1966, 435 p.

Received September 7, 2019