

МЕТОД РАСЧЁТА ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛАХ ГАЗОСТРУЙНЫХ СИСТЕМ

В.В. Кириллов

В энергетических установках различного типа рабочее тело движется в каналах различных формы, размеров и назначения. Во многих практически важных случаях установки включают в себя систему каналов со слиянием и разделением потоков. Обычно большую часть времени установки работают в стационарном режиме, однако в некоторых системах рабочие процессы протекают за малые промежутки времени и сопровождаются большими изменениями скорости, давления и температуры как по длине канала, так и во времени.

Математическая модель таких каналов включает в себя нестационарные уравнения в частных производных, описывающие законы сохранения массы, импульса и энергии. Для решения системы уравнений широко применяется метод конечных разностей. Данная краевая задача является нелинейной, поэтому для ее решения применяются численные методы.

В работе предложен численный метод расчёта процессов гидродинамики и теплообмена в каналах энергетических установок со слиянием и разделением потоков на основе метода конечных разностей и алгоритма ортогональной прогонки решения краевой задачи.

Разработанный алгоритм обладает высокой вычислительной эффективностью и позволяет рассчитывать высокоинтенсивные режимы работы канала как со сжимаемым, так и с несжимаемым рабочим телом, с теплообменом со стенками канала или в адиабатических условиях работы. Численный метод позволяет рассчитывать процессы как в отдельных каналах, так и в системе каналов в рамках единого подхода.

Ключевые слова: энергетическая установка, канал, математическая модель, разностная схема, численный метод.

Каналы различного вида, длины, формы, функционального назначения являются составной частью различных энергетических установок. Они используются как в качестве основных, так и вспомогательных элементов установок, в том числе в качестве протяжённых коллекторов со слиянием и разделением потоков жидкости и газа.

В ряде энергетических установок протекают процессы с высокими скоростями и температурами рабочего тела, при этом происходит интенсивный теплообмен между газом и стенками канала. Такие процессы могут протекать в течение весьма малых промежутков времени. В силу существенного изменения давления, скорости и температуры по длине канала рабочие процессы не могут быть описаны в рамках модели несжимаемой жидкости. Целью данной работы является разработка эффективного метода решения краевой задачи с распределёнными параметрами.

Течение и теплообмен в таких коллекторах с достаточной для многих технических приложений точностью можно описать одномерными математическими моделями, включающими в себя уравнения неразрывности, количества движения и энергии, а также уравнение теплопроводности для стенок каналов [1]. Будем считать газ идеальным.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho S}{\partial \tau} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

Уравнение количества движения:

$$\frac{\partial G}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{G^2}{S\rho} + pS \right) = -\xi \frac{G^2 \Pi}{8S^2 \rho}. \quad (2)$$

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\rho S \left(c_v T + \frac{w^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[G \left(c_v T + \frac{w^2}{2} \right) + pS w \right] = \alpha (T_w - T) \Pi. \quad (3)$$

Уравнение теплопроводности стенки канала:

$$\frac{\partial T_w}{\partial \tau} = \frac{a_w}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_w}{\partial r} \right). \quad (4)$$

Уравнение состояния:

$$p = \rho R T. \quad (5)$$

Начальные условия для уравнений (1)–(4) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} G(0, x) &= 0; & p(0, x) &= p_0; \\ T(0, x) &= T_0; & T_w(0, x) &= T_0. \end{aligned} \quad (6)$$

В (1)–(6) G – массовый расход; ρ – плотность; S – площадь сечения; p – давление; Π – периметр сечения канала; T – температура; w – скорость; α – коэффициент теплоотдачи; ξ – коэффициент гидравлического сопротивления; τ – время; x – продольная координата; r – радиальная координата; R – газовая постоянная; c_p, c_v – удельные теплоёмкости при постоянном давлении и объёме, соответственно; a – коэффициент теплопроводности; индексы: w – стенка канала; 0 – начальное значение.

Схема задачи с разделением потоков приведена на рис. 1. Газ, поступающий в канал, отводится к потребителям через отверстия в стенке канала. Расходы $G_j, j=1 \dots J$ можно определить

по известным соотношениям для истечения газа через отверстия [2].

На входе в канал при положительном значении скорости задаются условия сохранения энергии и импульса:

$$\frac{k}{k-1} R_{\text{вх}} T_{\text{вх}}(\tau) = \frac{k}{k-1} \frac{p(\tau, 0)}{\rho_{\text{вх}}(\tau)} + \frac{\rho(\tau, 0) G_{\text{вх}}^2(\tau, 0)}{2S_{\text{вх}}^2 \rho_{\text{вх}}}; \quad (7)$$

$$p_{\text{вх}}(\tau) = p(\tau, 0) + \rho(\tau, 0) w^2(\tau, 0). \quad (8)$$

На конце канала граничное условие задаётся в виде

$$G(\tau, l) = G_j(\tau). \quad (9)$$

В (7)–(9) k – отношение теплоёмкостей c_p и c_v ;

l – длина канала; индекс: вх – вход в канал.

Схема задачи со слиянием потоков приведена на рис. 2. Значения расходов G_j и температур T_j в источниках считаются известными функциями времени. В этом случае граничные условия задаются следующим образом:

$$p_1(\tau) - p(\tau, 0) = \xi_1 \frac{G_1^2(\tau)}{2S_1^2 \rho_1}; \quad (10)$$

$$T(\tau, 0) = T_1(\tau); \quad (11)$$

$$p_j(\tau, l_j) - p_{\text{вых}}(\tau) = \xi_j \frac{G_j^2(\tau, l_j)}{2S_j^2 \rho_j}. \quad (12)$$

В (10)–(12) ξ – коэффициент гидравлического сопротивления; индекс 1 обозначает параметры первого источника.

Рассмотрим условия в точках разветвления потоков (рис. 3).

Для j -й точки разветвления можно записать следующие условия:

$$G_{i+1}(\tau, 0) = G_i(\tau, l_i) - G_j; \quad (13)$$

$$h_{i+1}(\tau, 0) = h_i(\tau, l_i); \quad (14)$$

$$p_{i+1}(\tau, 0) = p_i(\tau, l_i) - \Delta p_j, \quad (15)$$

где h – удельная энтальпия; Δp_j – потери давления при переходе через j -ю точку отбора газа;

l_i – длина i -го участка канала между $(j-1)$ -й и j -й точками разветвления.

В j -й точке слияния потоков (рис. 4) можно записать следующие условия:

$$G_{i+1}(\tau, 0) = G_i(\tau, l_i) + G_j; \quad (16)$$

$$G_{i+1}(\tau, 0) h_{i+1}(\tau, 0) = G_i(\tau, l_i) h_i(\tau, l_i) + G_j h_j; \quad (17)$$

$$p_{i+1}(\tau, 0) = p_i(\tau, l_i) - \Delta p_j. \quad (18)$$

В (13)–(18) ноль означает начало i -го участка канала.

Для решения системы уравнений (1)–(3) применяется метод конечных разностей [3]. На участках канала между точками слияния или разветвления строится разностная сетка с количеством узлов N_i на каждом. Уравнения аппроксимируются неявными разностными схемами и приводятся к матричному двухточечному разностному уравнению вида [3]

$$A_n Y_n^{m+1} - B_{n-1} Y_{n-1}^{m+1} = C_n, \quad 1 \leq n \leq N_i, \quad (19)$$

где A_n, B_{n-1} – матрицы размерности 3×3 , Y_n, C_n – векторы размерности 3; $Y = |G, p, T|^T$. Граничные условия (7), (8) или (10), (11) в разностной аппроксимации преобразуются к виду

$$A_1 Y_1^{m+1} = C_1, \quad (20)$$

где A_1 есть матрица размерности 2×3 , а C_1 – вектор размерности 2. Граничные условия (9) или (12) в разностной аппроксимации имеют следующий вид:

$$B_N Y_N^{m+1} = C_N, \quad (21)$$

где B_N есть матрица размерности 1×3 , а C_N – скаляр.

Условия сопряжения в точках разветвления и слияния (13)–(15) или (16)–(18) можно в разностной аппроксимации записать в виде

$$Y_{N_i}^{m+1} = \alpha_i Y_{N_i+1}^{m+1} + \chi_i, \quad (22)$$

где α_i – матрицы размерности 3×3 , а χ_i – вектор размерности 3.

Для решения задачи (19)–(21) с условиями сопряжения (22) применяется алгоритм ортогональной прогонки [4].

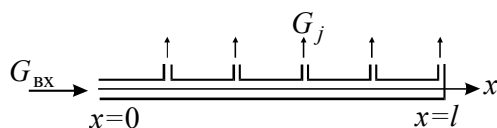


Рис. 1. Схема канала с разделением потоков

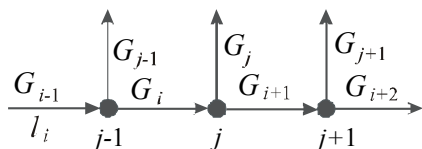


Рис. 3. Расчётная схема разветвления потоков

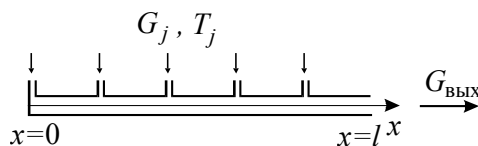


Рис. 2. Схема канала со слиянием потоков

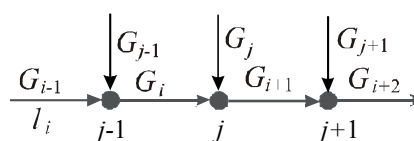


Рис. 4. Расчётная схема слияния потоков

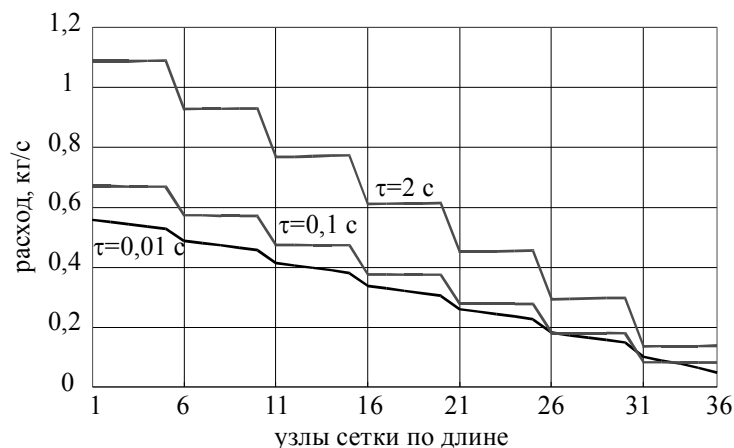


Рис. 5. Изменение расхода по длине канала с разделением потоков

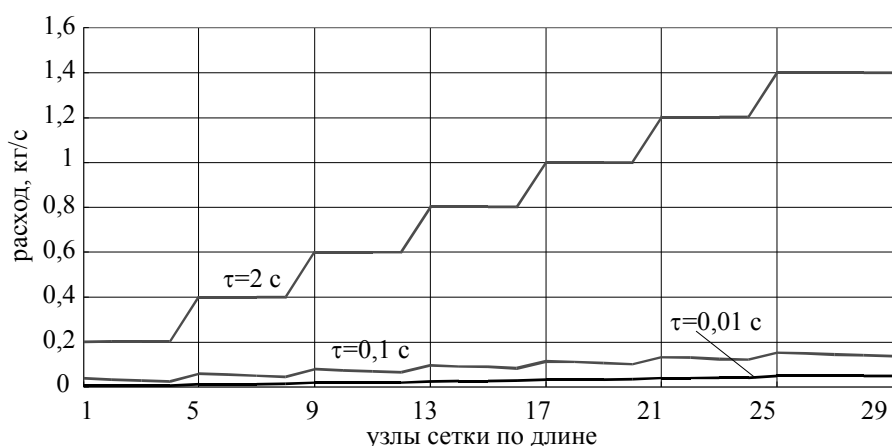


Рис. 6. Изменение расхода по длине канала со слиянием потоков

Уравнение теплопроводности (4) с граничными условиями третьего рода аппроксимируется неявной разностной схемой и решается методом трёхточечной скалярной прогонки по толщине стенки в каждом из узлов сетки по длине канала [4].

На рис. 5 и 6 показано изменение расхода газа по длине каналов с разделением и слиянием потоков в различные моменты времени.

Выводы

1. Разработанный метод решения краевой задачи обладает высокой вычислительной эффективностью и позволяет анализировать высокоинтенсивные режимы работы канала при наличии источников и (или) стоков массы как с теплообменом со стенками канала, так и без него.

2. Данный метод можно применять как для течения сжимаемого газа, так и несжимаемой

жидкости при условии применения соответствующего уравнения состояния.

Литература

1. Численный эксперимент в теории РДТТ / А.М. Липанов, В.П. Бобрышев, А.В. Алиев и др. – Екатеринбург: ИПМ УИФ «Наука», 1994. – 303 с.
2. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
3. Кириллов, В.В. Расчёт рабочих процессов в низкотемпературном газогенераторе с учётом движения гранул охладителя / В.В. Кириллов // Химическая физика и мезоскопия. – 2009. – Т. 11, № 2. – С. 172–180.
4. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 601 с.

Кириллов Валерий Владимирович, д-р техн. наук, профессор кафедры «Двигатели летательных аппаратов», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; valery.v.kirilov@gmail.com.

Поступила в редакцию 13 ноября 2013 г.

CALCULATION OF GAS FLOW IN DUCTS OF GAS-JET SYSTEMS

V.V. Kirillov, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,
valery.v.kirillov@gmail.com

In electric power plants of various types working medium moves in ducts of different forms, sizes and functions. In many essential cases power plants include system of ducts with stream confluence and separation. Usually power plants operate in stationary mode most of the time, but in some systems work processes run during small periods of time and are followed by significant changes in speed, pressure and temperature along the duct as well as in time.

Mathematical model of such ducts include unsteady-state partial equations governing the laws of mass, momentum and energy conservation. Solution of equation system is provided by extensive use of finite-difference method. This boundary problem is nonlinear, thus numerical methods are used for solution.

The paper presents numerical method for calculation of processes of hydrodynamics and heat exchange in the ducts of energetic power plants with stream confluence and separation on the basis of finite-difference method and algorithm of orthogonal pass of boundary problem solution.

Developed algorithm has high computational efficiency and allows calculating high-intensity operation modes of duct with compressible working medium as well as incompressible one, with heat exchange with duct walls or adiabatic operation conditions. Numerical method allows calculating processes both in particular ducts and duct system under consistent approach.

Keywords: power plant, the channel, the mathematical model, the difference scheme, numerical method.

References

1. Lipanov A.M., Bobryshev V.P., Aliev A.V., Spiridonov F.F., Lisitsa V.D. *Chislenny experiment v teorii RDTT* [Calculation Experiment in the RESF Theory]. Ecaterinburg, IAM Science Publ., 1994. 303 p.
2. Ideltchik I.E. *Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniam* [Reference book of hydroresistances]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992. 672 p.
3. Kirillov V.V. [The Estimation of Working Processes in Low Temperature Gas Generator Taking into Account Refrigerant Granule Motion]. *Himicheska fizika i mezoskopia* [Chemistry physics and mesoscopy]. 2009, vol. 11, no. 2, pp. 172–180.
4. Samarsky A.A., Nikolaev E.S. *Metody reshenia setochnyh uravneny*. [Calculations Methods for Difference Equations]. Moscow, 1978. 601 p.

Received 13 November 2013