

# Электроэнергетика

УДК 621.314 + 681.51.01

## РАСЧЕТ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ\*

В.А. Бухарин, В.В. Крымский, А.Ю. Усков, Н.А. Шабурова

В работе рассматриваются вопросы расчета импульсного электромагнитного поля внутри металла. Получено, что форма импульса внутри металла зависит от расстояния до его поверхности, а параметр «глубина проникновения» зависит от длительности импульса. Результаты численных расчетов свидетельствуют о том, что проникновение электромагнитного поля в проводник обусловлено диффузионными процессами. Глубина проникновения электрического поля уменьшается с уменьшением длительности видеопульса и зависит от величины энергии электромагнитного поля в импульсном сигнале.

*Ключевые слова:* глубина скин-слоя, мощные наносекундные импульсы, электромагнитное поле.

### Введение

В настоящее время во многих областях науки и техники используются импульсные электромагнитные поля [1, 2]. В частности, в задачах воздействия мощных наносекундных электромагнитных импульсов на расплавы металлов используют однополярные импульсы наносекундной длительности без высокочастотного заполнения. Одним из ключевых параметров этого процесса является глубина проникновения импульсного поля внутрь металла. Для синусоидальных колебаний этот параметр называют глубиной скин-слоя.

Возможно, лучшее решение этой задачи приведено в работе [3], где на основе уравнений Максвелла в строгой постановке рассмотрена задача расчета синусоидального электромагнитного поля в проводящем полупространстве. Один из способов использования этих результатов в нашей работе состоит в разложении импульсных полей в ряд Фурье и расчете поля для каждой гармонической составляющей. Однако в связи с малой длительностью используемых импульсов потребуется учитывать большое число гармоник, что значительно усложняет расчеты.

В данной работе используется другой метод. Возбуждение электромагнитных импульсов в проводящей среде с использованием временного подхода рассмотрено в работе [4]. Некоторые вопросы расчетов во временной области приведены в работе [5].

### Теоретические положения

Будем считать, что металл представляет собой сплошную стационарную среду с конечной удельной электрической проводимостью  $\sigma^3$ . Из уравнений для векторного потенциала получим волновое

уравнение для напряженности электрического поля  $E$ :

$$\square_0^\sigma \vec{E} = v^2 \left( -\mu \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} - \sigma^M \vec{j} + \frac{e^{-\frac{\sigma^3}{\varepsilon} t}}{\varepsilon} \text{grad} \int_0^t e^{+\frac{\sigma^3}{\varepsilon} t'} \text{div} \vec{j}(t') dt' - \text{rot} \vec{j}^M \right),$$
$$\square_0^\sigma = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v^2 \Delta + \left( \frac{\sigma^3}{\varepsilon} + \frac{\sigma^M}{\mu} \right) \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\sigma^3 \sigma^M}{\varepsilon \mu},$$

где  $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$  – вектор напряженности электрического поля;  $\vec{r}$  – радиус-вектор в точку наблюдения;  $t$  – временная координата;  $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r}, t)$  – объемная плотность электрического тока;  $\vec{j}^M = \vec{j}^M(\vec{r}, t)$  – объемная плотность магнитного тока;  $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$  – скорость распространения электромагнитных полей в среде.

Аналогично [3] рассмотрим случай, когда электромагнитное поле в рассматриваемой среде создано источниками электромагнитного поля, находящимися вне данной среды. С учетом того, что в проводнике электрического тока удельная магнитная проницаемость равна нулю, получим следующее волновое уравнение для напряженности электрического поля:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - v^2 \Delta \vec{E} + \frac{\sigma^3}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0.$$

Или в традиционной форме:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} - \mu \sigma^3 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0.$$

\* Научные исследования проведены при финансовой поддержке государства в лице Министерства образования и науки Российской Федерации. Федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры России на 2009–2013 годы», соглашение № 14.В37.21.0143.

Если в качестве проводников электрического тока взять медь, алюминий, серебро, у которых удельная электрическая проводимость порядка  $10^7$  См/м, то второе слагаемое в уравнении на много порядков меньше, чем третье слагаемое. Физически это означает, что в этих проводниках токи смещения по величине несоизмеримо меньше токов проводимости. Поэтому волновое уравнение редуцируется к параболическому уравнению, описывающему диффузионные процессы:

$$\Delta \vec{E} - \mu \sigma^2 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0.$$

В нашем случае под действием электрического поля в проводящей среде возникают токи проводимости. Согласно определению, ток проводимости – упорядоченное движение заряженных частиц – электронов. В твердом теле из-за различных механизмов рассеяния упорядоченное движение электронов нарушается. Поэтому ток проводимости (следовательно, и напряженность электрического поля) будет убывать по мере проникновения вглубь твердого тела.

Параболическое уравнение хорошо изучено, получены аналитические решения для частных конкретных практических случаев. Однако для многомерных задач или для нестационарных и нелинейных задач решения необходимо получать численными методами.

Следуя работе [6], рассчитаем пространственно-временные изменения электромагнитного поля в глубине хорошего проводника электрического тока, возбуждаемого на границе твердого тела сторонней напряженностью электрического поля. Рассмотрим двумерную задачу. Электрическое поле имеет только одну составляющую  $E_z$ , изме-

няющуюся в координатной плоскости  $xy$  декартовой системы координат. В качестве импульсных сигналов возьмем прямоугольный видеоимпульс и видеоимпульс в виде полупериода синусоиды в квадрате.

В методе конечных разностей производные по координатным направлениям и времени заменяются разностными. Первые производные по времени заменяются простейшими разностными отношениями, составленными на основе так называемых «разностей вперед». Малые интервалы времени  $\Delta t$  выбираются в определенных соотношениях с малыми интервалами расстояния  $a$ , равными стороне ячейки сетки в двумерных задачах. Согласно работе [6], стабильность численного решения достигается при выборе интервала по времени из условия:

$$\Delta t < \frac{\mu \sigma^2}{2} a^2.$$

Примем соотношение:

$$\Delta t = \frac{\mu \sigma^2}{4} a^2.$$

#### Результаты теоретических расчетов

Предположим, что на плоской поверхности массивного электрического проводника возбужден прямоугольный импульс напряженности электрического поля амплитудой 1000 В/м и длительностью  $\tau_H = 10^{-3}$  с. В качестве проводника электрического тока возьмем медь. Удельная проводимость меди  $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$  См/м. Длительность видеоимпульса определяется по нулевому уровню. Рассмотрим проникновение электромагнитного поля в глубину проводника, выбрав интервал времени  $\Delta t = 10^{-4}$  с. Интервал расстояния оказался равным  $a = 2,384 \cdot 10^{-3}$  м.

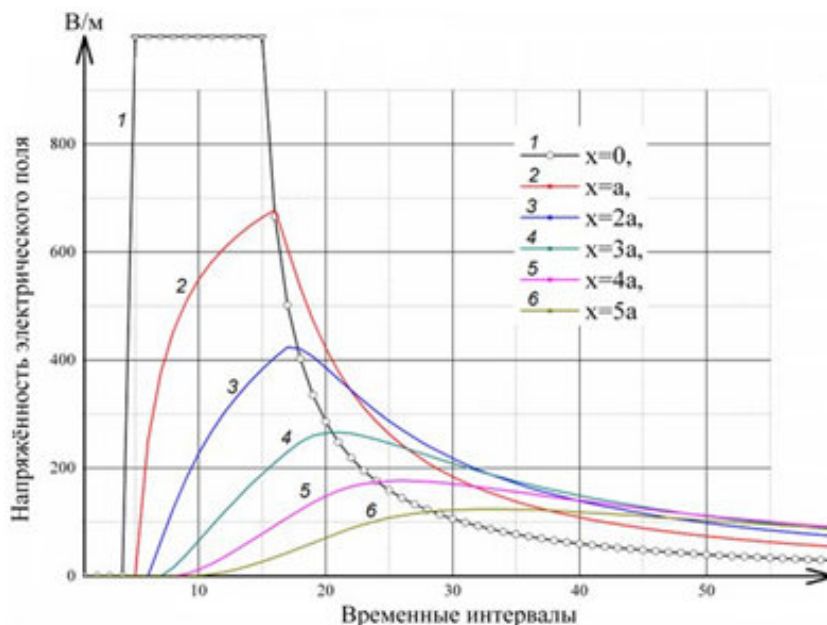


Рис. 1. Напряженность электрического поля прямоугольного импульса внутри проводника в зависимости от временных интервалов

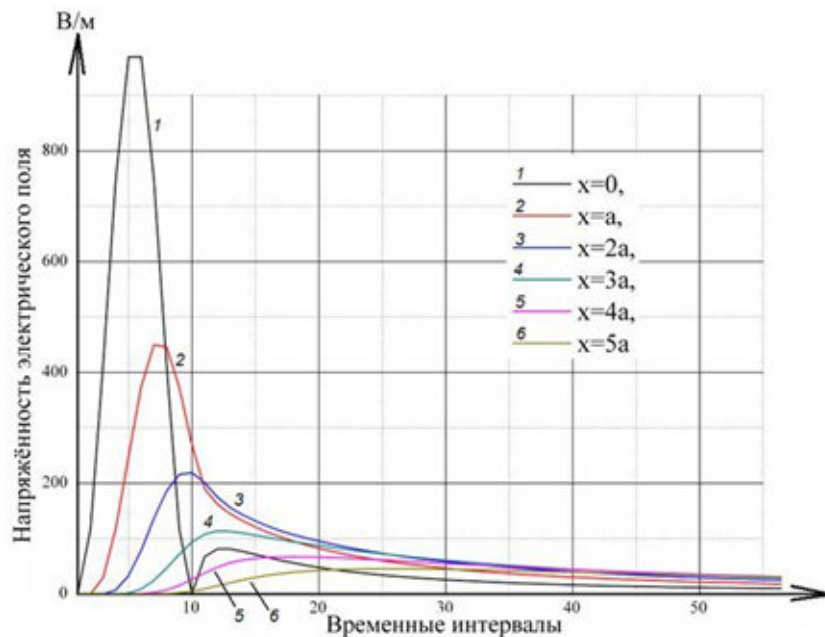


Рис. 2. Напряженность электрического поля синусоидального импульса внутри проводника в зависимости от временных интервалов

### Глубина проникновения электрического поля в проводник

$\tau_{и}, с$	$\Delta t, с$	$a, мкм$	Глубина проникновения ЭМП в проводник, мкм	
			Рис. 1	Рис. 2
$10^{-3}$	$10^{-4}$	$2,384 \cdot 10^3$	5722	3576
$10^{-6}$	$10^{-7}$	75,39	181	113
$10^{-9}$	$10^{-10}$	2,384	5,7	3,6
$10^{-12}$	$10^{-13}$	0,07539	0,18	0,11

Результаты численных расчетов представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 показано изменение величины напряженности электрического поля во времени на поверхности проводника  $x=0$  и на глубинах  $x = a, x = 2a, x = 3a, x = 4a$  и  $x = 5a$ .

На рис. 2 приведены аналогичные результаты для импульсного сигнала в виде полупериода синусоиды в квадрате с такой же длительностью и амплитудой. На графиках хорошо видно изменение распределения электрического поля как во времени, так и по мере проникновения электромагнитного поля вглубь проводника.

В таблице приведены интервалы времени и пространственные интервалы для других длительностей импульсов от одной миллисекунды до одной пикосекунды. В таблице также приведена оценочная величина глубины проникновения электрического поля в проводник. По классическому определению под глубиной проникновения электрического поля в проводник принимается такое расстояние от поверхности твердого тела, на котором максимальная величина электрического поля уменьшается в  $e$  раз (примерно в 2,718 раз).

### Заключение

Результаты численных расчетов свидетельствуют о том, что проникновение электромагнитного поля в проводник обусловлено диффузионными процессами. Глубина проникновения электрического поля уменьшается с уменьшением длительности видеоимпульса и зависит от величины энергии электромагнитного поля в импульсном сигнале.

### Литература

1. Крымский, В.В. Радиационно-динамические явления в расплавах цветных металлов / В.В. Крымский, Н.А. Шабурова // Известия вузов. Физика. – 2009. – № 8 / 2. – С. 524–527.
2. Балакирев, В.Ф. Электроимпульсная обработка радиоактивных расплавов / В.Ф. Балакирев, В.В. Крымский, В.А. Батулин // Известия вузов. Физика. – 2011. – № 1/2. – С. 110–112.
3. Шимони, К. Теоретическая электротехника / К. Шимони. – М.: Мир, 1964. – 773 с.
4. Белкин, В.С. Наносекундные электромагнитные импульсы и их применение / В.С. Белкин, В.А. Бухарин, В.К. Дубровин, В.В. Крымский. – Челябинск: Издатель Татьяна Лурье, 2001. – 110 с.

5. Крымский, В.В. Прямая и обратная задачи для молниевых разрядов / В.В. Крымский, А.С. Староверов // Вестник ЮУрГУ. Серия

«Энергетика». – 2008. – Вып. 9. – С. 22–25.

6. Говорков, В.А. Электрические и магнитные поля / В.А. Говорков. – М.: Энергия, 1968. – 488 с.

**Бухарин Виктор Алексеевич**, старший преподаватель, кафедра «Конструирование и производство радиоаппаратуры», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, тел.: (351)267-94-02, e-mail: bva@kipr.susu.ac.ru.

**Крымский Валерий Вадимович**, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра «Электротехника и возобновляемые источники энергии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, тел.: (351)267-90-14, e-mail: kvv@susu.ac.ru.

**Усков Алексей Юрьевич**, аспирант, кафедра «Электротехника и возобновляемые источники энергии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, тел.: +79630767570, e-mail: UskovAlexey@mail.ru.

**Шабурова Наталья Александровна**, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Физическое металловедение и физика твердого тела», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, тел.: +79043027184.

---

**Bulletin of the South Ural State University  
Series "Power Engineering"  
2013, vol. 13, no. 1, pp. 26–29**

---

## **Calculation of the Pulse Electromagnetic Field in the Carrying-Out Environment**

**V.A. Buharin**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
bva@kipr.susu.ac.ru

**V.V. Krymskiy**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
kvv@susu.ac.ru

**A.Yu. Uskov**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation,  
UskovAlexey@mail.ru

**N.A. Shaburova**, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

In work questions of calculation of a pulse electromagnetic field in metal are considered. It is received that the impulse form in metal depends on distance to its surface, and parameter depth of penetration depends on impulse duration. Results of numerical calculations testify that penetration of an electromagnetic field into the conductor is caused by diffusive processes. Depth of penetration of electric field decreases with reduction of duration of video pulse and depends on the size of energy of an electromagnetic field in a pulse signal.

*Keywords: depth skin layer, powerful nanosecond impulses, electromagnetic field.*

### **References**

1. Krymskiy V.V., Shaburova N.A. *Russian Physics Journal*, 2009, no. 8 / 2, pp. 524–527.
2. Balakirev V.F., Krymskiy V.V., Baturin V.A. *Russian Physics Journal*, 2011, no. 1 / 2, pp. 110–112.
3. Shimoni K. *Teoreticheskaya elektrotehnika [Theoretical electrical equipment]*, Moscow, 1964, p. 773.
4. Belkin V.S., Buharin V.A., Dubrovin V.K., Krymskiy V.V. *Nanosekundnye elektromagnitnye impulsy i ikh primeneniye [Nanosecond electromagnetic impulses and their application]*, Chelyabinsk, 2001, p. 110.
5. Krymskiy V.V., Staroverov A.S. Direct and inverse problems for the lightning discharge, *Bulletin of South Ural State University, Series Power Engineering*, 2008, no. 9, pp. 22–25.
6. Govorkov V.A. *Elektricheskie i magnitnye polia [Electric and magnetic fields]*, Moscow, *Energiya [Energy Publishing]*, 1968, p. 488.

*Поступила в редакцию 01.03.2013 г.*