

## ОПТИМИЗАЦИЯ «ЕСТЕСТВЕННОГО» ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

М.И. Грамм

Обсуждаются возможности уменьшения величины учитываемой энергии потерь при переходном процессе в электрической цепи путем дополнения цепи звеном из реактивных элементов. Метод предварительной оценки возможностей оптимизации построен на анализе параметров искусственной добавки к переходным параметрам состояния цепи, способной уменьшить потери вне связи с ее реализуемостью. Приведен пример реализации такой добавки, подключение которой к исходной действительно оставляет неизменными параметры состояния на концах интервала учета, снижая вместе с тем величину энергии потерь за весь интервал учета.

*Ключевые слова:* электрическая цепь, переходный процесс, уравнения состояния, энергия потерь, принцип минимума потерь.

**Введение.** Процессы в электрических цепях следуют принципу минимума потерь [1]. Однако на зажимах двухполюсника с постоянной времени  $\tau$  при учете энергии  $W_R$  потерь по Фризе [2] на произвольном отрезке  $k\tau$  времени ( $k$  – произвольное вещественное число) показатель энергии потерь на большом отрезке  $\Delta t > k\tau$  может оказаться меньше величины  $W_R$  для  $k\tau$ , поскольку за время  $\Delta t$  вероятны не вошедшие в малый отрезок  $k\tau$  возвраты энергии из реактивных элементов двухполюсника. Это ухудшает показатели электротехнических устройств. Проблема может быть решена специфическими схемными решениями, метод поиска которых представлен ниже.

Метод отличается от методов компенсации потерь от реактивной мощности при периодических режимах в рамках общепринятой практики учета по Будеану [2]. В непериодических режимах проблема снижения потерь может быть поставлена как поиск возможностей организации более удачного, чем «естественный», переходного процесса на заданном конкретном отрезке  $k\tau$ . Ниже рассмотрена такая возможность на примере простейшей цепи зарядки емкости  $C$  через резистор  $R$  от источника напряжения  $E$ .

**Возможность оптимизации переходного процесса.** Ток  $i(t)$  переходного процесса при зарядке емкости  $C$  описывается функцией:

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}, \quad (1)$$

где  $\tau = C \cdot R$  – постоянная времени цепи.

В любой конкретный момент  $t_1$  процесса величина  $p(t_1) = R \cdot i(t_1)^2$  мощности соответствует точке минимума функционала  $F$  цепи [1]:

$$F = R \cdot i(t_1)^2 - 2 \cdot [E - uC(t_1)] \cdot i(t_1), \quad (2)$$

где  $uC(t_1)$  – напряжение на емкости.

Отметим, что (2) не только равен мощности на  $R$  в любой момент, но и следующее из него уравнение  $dF/di=0$  тождественно уравнению Кирхгофа. Очевидно, именно следование этому уравнению при любом  $t$  и обеспечивает переход локальной оптимальности процесса по потерям в глобальную оптимальность по потерям. Но это –

при условии неизменности цепи. Поставим вопрос о возможности организации такого процесса, который на концах заданного временного интервала  $k\tau$  давал бы состояния по (1), обусловленные общим назначением устройства, но имел меньшую величину энергии потерь  $W_R$  на этом интервале. Осуществимость такой оптимизации с помощью, например, некоторого дополнения к  $RC$ -цепи, могла бы продемонстрировать существование ненулевой добавки  $f(t)$  к току (1). Добавка не должна менять состояний цепи по (1) на концах интервала  $k\tau$ , то есть, иметь свойства  $f(0)=0$  и  $f(k\tau)=0$ . Например, этим требованиям удовлетворяет синусоида тока амплитудой  $I_m$  и частотой  $\omega = 2\pi/k\tau$ . Тогда общий ток:

$$i(t) = i_0(t) + I_m \cdot \sin(2\pi t / k\tau). \quad (3)$$

Итоговая величина энергии, выделившейся на резисторе  $R$ , в этом случае определится интегралом:

$$W_R = \int_0^{k\tau} R \cdot [i_0(t) + I_m \cdot \sin(2\pi t / k\tau)]^2 \cdot dt. \quad (4)$$

Представляется логичным считать, что если уравнение  $dW_R/dI_m = 0$  дает решение  $I_m=0$ , то траектория (1) процесса соответствует не только локальным минимумам мощности потерь в любой точке интервала, но и доставляет минимум общей энергии потерь на заданном интервале. Очевидно, в таком случае процесс по (1) является самым выгодным между концами интервала  $k\tau$ . Проверка показывает, что это не так, поскольку уравнение для экстремума  $dW_R/dI_m = 0$ , получаемое после дифференцирования несложного интеграла (4), дает для  $I_m$  ненулевое в общем случае решение:

$$I_m = \frac{E}{R} \cdot \frac{4\pi(e^{-k} - 1)}{k^2 + 4\pi^2}. \quad (5)$$

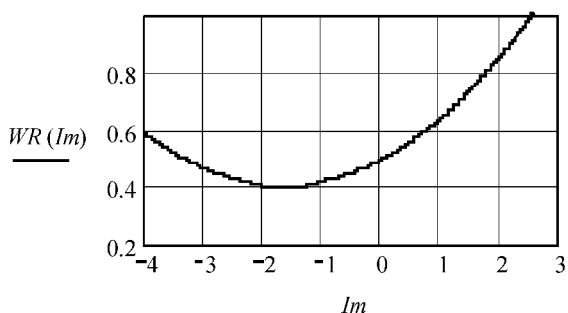
В частном случае при  $k=0$  выражение (5) действительно дает нулевое решение  $I_m=0$ . Но при  $k \neq 0$  решение не является нулевым. Таким образом, процесс (1) локально (при  $k=0$  на отрезке  $dt$ ) оптимален. Но складывающаяся при этом общая траектория может быть улучшена с целью снижения энергии потерь для всего конечного интервала

$k \cdot \tau$ . На рис. 1 представлены результаты расчетов функции энергии  $W_R(I_m)$  потерь и графики токов  $i(t)$ ,  $i0(t)$  для цепи с параметрами  $R=15$ ,  $C=10^{-4}$  и  $E=100$ . Формула (5) дает оптимальную амплитуду токовой добавки к (1) величиной  $I_m=-1,642$ . Эту величину подтверждает и график  $W_R(I_m)$ .

Отметим центральный посыл статьи, заключающийся в первоначальном конструкторском игнорировании тождества «выгодно локально – выгодно глобально». Разница между локальным ( $k=0$ ) и глобальным ( $k \neq 0$ ) здесь объясняется просто – функционал (2) отличается от функционала для любой возможной схемы, физически реализующей добавку  $f(t)$ . На рис. 2 представлен пример одной из таких схем, относительно близко воспроизводящей ток по (3) и мотивирующей к использованию такой тактики.

Схема с относительно хорошо известной «ускоряющей LC1-цепью» (рис. 2) частично реализует добавку  $f(t)$  и действительно, как показывает расчет, обладает свойством снижать итоговую оценку  $W_R$ , попутно улучшая и некоторые другие показатели цепи на интервале  $k \cdot \tau$ .

Для проверки полученных оценок воспользуемся стандартной процедурой составления дифференциальных уравнений состояния цепи, [3], и построим на их основе численную модель интегрирования в рамках алгоритма явного метода Эйлера для переменных  $uC1$ ,  $iL$  и  $uC$  состояния цепи по рис. 2:



$$\begin{pmatrix} uC1_k \\ iL_k \\ uC_k \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} uC1_{k-1} \\ iL_{k-1} \\ uC_{k-1} \end{pmatrix} + \left[ \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C1} & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} \\ 0 & \frac{1}{C} & \frac{-1}{R \cdot C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} uC1_{k-1} \\ iL_{k-1} \\ uC_{k-1} \end{pmatrix} \cdot \Delta t \right] + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \\ \frac{E}{R \cdot C} \end{pmatrix} \cdot \Delta t. \quad (6)$$

$$iR_k := \frac{E - uC_k}{R}; \quad i_k := iL_k + iR_k.$$

Приняв за длительность отрезка описания процесса величину  $5 \cdot R \cdot C$ , расчет по (6) проведем для цепи с параметрами  $E=100$ ,  $R=15$ ,  $C=10^{-4}$  при величине  $L$ , определяемой для задаваемой  $C1$  через оценочную величину частоты резонанса с периодом  $3 \cdot R \cdot C$  реактивной ветви  $\omega = (L \cdot C1)^{-0.5} = 2 \cdot \pi / 3 \cdot R \cdot C$ . Расчет энергий  $WR$  и  $W0$  потерь на  $R$  проведем по формулам:

$$wR_k := R(iR_k)^2 \cdot \Delta t; \quad wR := \sum_{k=0}^N wR_k; \quad (7)$$

$$w0 := \int_0^{5\tau} \left( \frac{E}{R} \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \right)^2 \cdot R dt.$$

На рис. 3 представлены результаты описываемого численного моделирования в виде графиков  $uC(t)$ ,  $i(t)$ . Для сравнения, там же графики  $uC0(t)$  и  $i0(t)$  для случая цепи без ветви LC1.

Для этой же цепи на рис. 4 представлены зависимости доли  $WR/W0$  (в процентах) потерь от величины  $C1$  при наличии ветви LC1 от потерь в

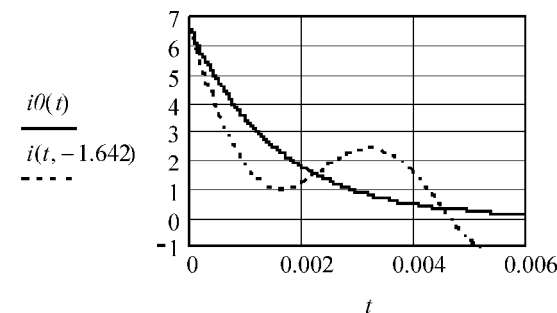


Рис. 1. Оптимум  $I_m$ , процесс  $i(t, I_m)$  с добавкой и исходный процесс  $i0(t)$

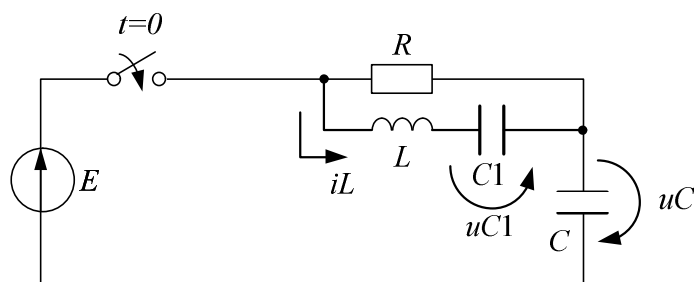


Рис. 2. Дополнение RC-цепи зарядки реактивной веткой LC1

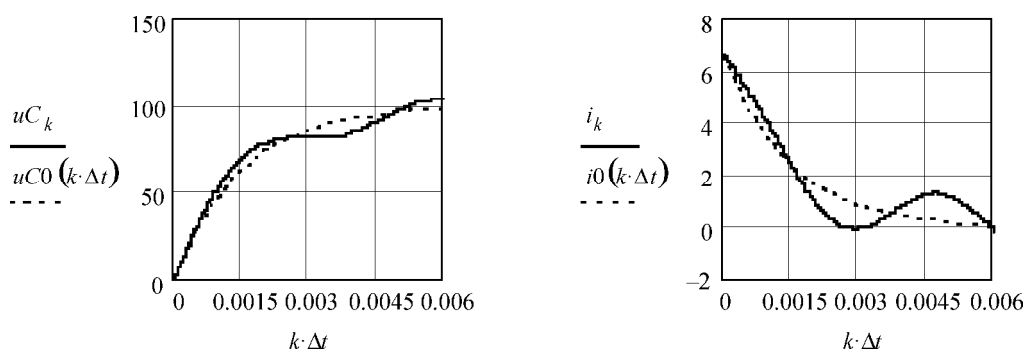
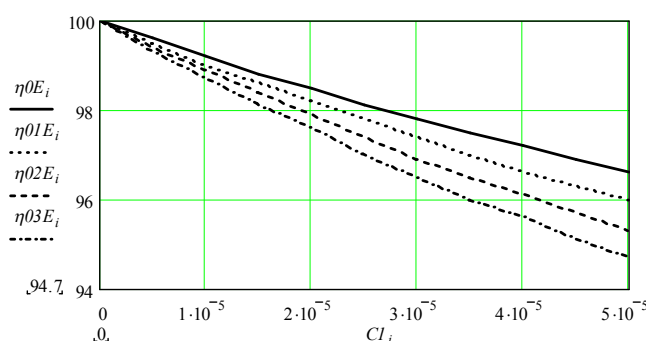


Рис. 3. Сравнение графиков напряжения и тока исходной цепи и цепи RCLC1

Рис. 4. Снижение потерь при увеличении емкости C1 для разных  $u_{C1}(0)$ 

исходной RC-цепи для разных величин  $u_{C1}(0)$  начального напряжения на C1 (оно указано в долях от  $E$ : 0; 0,1; 0,2; 0,3). Видим, что действительно введение «ускоряющей ветви» с элементами  $L$  и  $C1$  снижает показатель энергии резистивных потерь на заданном интервале. Доля снижения зависит от величины  $u_{C1}(0)$ .

**Заключение.** Таким образом, минимаксный подход к оптимизации процессов в цепях может быть реализован как прямое применение принципа минимума потерь к улучшаемой исходной цепи в виде оценок абстрактных возможностей улучшения ее энергетических характеристик на конкретном отрезке времени. Такое предварительное исследование шансов на улучшение энергетических показателей делает мотивированным дальнейший поиск конкретных схемных решений для снижения резистивных потерь.

Рассмотренный выше простой пример оптимизации переходного процесса в RC-цепи имеет и самостоятельное значение как вариант совершенствования схем компенсированных преобразователей [4]. Именно внутри цикла такого преобразователя «ускоряющая» емкость C1 оказывается заря-

женной  $u_{C1}(0) \neq 0$ , а начало работы основной емкости  $C$  можно спланировать на наиболее выгодный момент весьма сложного процесса (например, момент  $t=0,03$  по рис. 3). В этом случае, как показывают оценки, экономия потерь на  $R$  описанным выше схемным решением может составить 20 % и более.

#### Литература

1. Грамм, М.И. Матрично-спектральные методы расчетов в электротехнике и принцип минимума потерь / М.И. Грамм, Ю.Н. Немов, Ф.Н. Шакирзянов. – М.: Издат. дом МЭИ, 2006. – 204 с.
2. Розанов, Ю.К. О мощностях в цепях переменного и постоянного токов / Ю.К. Розанов // *Электричество*. – 2009. – № 4. – С. 32–36.
3. Демирчян, К.С. Моделирование и машинный расчет электрических цепей / К.С. Демирчян, П.А. Бутырин. – М.: Высшая школа, 1988. – 335 с.
4. Хохлов, Ю.И. Компенсированные системы электроснабжения с мягким тиристорным управлением / Ю.И. Хохлов, С.В. Пашина, Н.Б. Вилкова // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика»*. – 2001. – Вып. 1. – № 4. – С. 22–26.

Грамм Михаил Израилевич, доцент кафедры «Теоретические основы электротехники», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск.

## **The Optimization of the "Natural" Transient Process**

**M.I. Gramm, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation**

It is disputed an opportunity to reduce the energy of active losses during the finite time term of transient process by the help of additional accelerating reactive circuit. The simple example of RC-circuit shows the considerable reduction of the energy by the help of circuit addition to main circuit. The proclaimed method promises prospects of specific way of optimization of active losses formerly seemed as an inevitable.

*Keywords: electrical circuits, transient process, energy of losses, optimization of energy exchange, least power theorem.*

### **References**

1. Gramm M.I., Nemov Yu.N., Shakirzyanov F.N. *Matrichno-spectralnye metody raschetov v elektrotehnike i princip minimuma poter*, Moscow, 2006, 204 p.
2. Rozanov Yu.K., *O moschnostyakh v cepyakh peremennogo i postoyannogo tokov*, *Electrichestvo*, 2009, no. 4, pp. 32–36.
3. Demirchan K.S., Butyrin P.A. *Modelirovanie i mashinnyi raschet electriceskikh cepey*, Moscow, 1988, 335 p.
4. Khokhlov Yu.I., Pashnina S.V., Vilkova N.B. *Compensirovannye systemy electrosnabzheniya s myagkim tiristornym upravlenyem*, *Vestnik YuRGU. Energetika*, 2001, no. 4 (1), pp. 22–26.

*Поступила в редакцию 04.02.2013 г.*