

## О РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ДВУХМАССОВОЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

**В.П. Метельков**

*Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург*

Обоснована практическая необходимость использования простых двухмассовых термодинамических моделей асинхронных двигателей в электроприводе для оценки теплового состояния обмотки статора и применения в устройствах тепловой защиты. Получено математическое описание термодинамической модели, в которой обмотка статора выделена в отдельный узел (первая масса), а остальная часть двигателя представляет собой второй узел. На основе этого описания сформирована система уравнений, устанавливающая взаимосвязи между параметрами двухмассовой термодинамической модели. Выполнен анализ этой системы уравнений и установлены соотношения величин входящих в нее параметров. Показано, что для закрытых асинхронных двигателей отношение среднего значения установившегося превышения температуры второй массы при работе в номинальном режиме к превышению температуры обмотки статора находится в сравнительно узком диапазоне от 0,75 до 0,85. На основе проведенного анализа решена задача получения простых аналитических соотношений, позволяющих рассчитать тепловые проводимости двухмассовой термодинамической модели асинхронных двигателей закрытого исполнения с привлечением минимального объема информации о внутренних параметрах двигателя.

*Ключевые слова: асинхронный двигатель, нагрев, термодинамическая модель, тепловая схема, расчет тепловых проводимостей.*

### **Введение**

Асинхронные двигатели (АД) – самый распространенный тип электродвигателей в промышленности. Они составляют около 90 % всего парка машин [1]. Ежегодный выход этих двигателей из строя составляет от 10–12 до 20–25 % [2–5]. Значительная доля выходов АД из строя связана с повреждением обмоток статора [6], в том числе по причине перегрева, вызванного неадекватными условиями эксплуатации [7]. Эти обстоятельства обуславливают важность правильной оценки теплового состояния АД как в ходе эксплуатации, так и при проектировании электропривода.

Используемые во многих случаях методы оценки теплового состояния АД базируются на слишком существенных упрощениях. Так, классические методы средних потерь и эквивалентных величин основаны на одномассовой модели нагрева. В то же время, для оценки теплового состояния двигателя в задачах электропривода (в отличие от задач электромашиностроения) требуются не статические, а динамические модели нагрева, а одномассовая модель совершенно неадекватно отражает динамику температуры обмоток двигателя. Также классические методы не учитывают нелинейность связи скорости термического старения изоляции с температурой обмотки, что также актуально для задач электропривода, когда рассматриваются режимы работы с изменением температуры обмоток в широком диапазоне. В таких случаях требуется использовать подходы на основе эквивалентирования режимов работы по скорости старения изоляции, что требует использования математического моделирования [8].

Существует два подхода к моделированию тепловых процессов в электрических машинах численными методами – моделирование на основе тепловых схем с сосредоточенными параметрами и на основе методов, связанных с пространственно-временной дискретизацией объекта исследования. Последние для решения задач термодинамического моделирования обычно требуют построения трехмерных моделей [9, 10], что предопределяет очень высокие требования к вычислительным мощностям и длительное время решения подобных задач. Термодинамические модели (ТДМ) на основе тепловых схем предъявляют значительно меньшие требования к вычислительным ресурсам и обеспечивают сравнительно быстрый расчет, что позволяет использовать их при решении задач, связанных с перебором значительного количества вариантов [10–12]. По этим причинам создание моделей на основе тепловых схем является актуальным.

При построении многомассовой ТДМ для расчета ее параметров требуется большой объем информации о двигателе. Такая информация, как правило, доступна только при проектировании электрических машин. Специалисты, работающие в области электропривода, в большинстве случаев не имеют доступа к полной информации, необходимой для расчета параметров сколько-нибудь сложной ТДМ. Это позволяет сделать вывод о том, что особое значение в практическом плане приобретает двухмассовая ТДМ АД. Такая модель требует небольшого объема информации для определения своих параметров, но, в отличие от одномассовой модели, позволяет значительно точнее

воспроизводить динамику температуры наиболее критичных к нагреву частей АД за счет выделения этих частей в отдельный узел [13, 14]. Этот вывод определяет необходимость разработки способов определения параметров двухмассовой ТДМ АД при ограниченном объеме информации о двигателе. Дополнительный интерес к определению параметров двухмассовых моделей АД вызывает и возможность использования их для построения средств защиты электродвигателя [15, 16].

Таким образом, встает задача получения простых аналитических соотношений, пригодных для расчета параметров двухмассовой ТДМ АД при ограниченном объеме исходных данных. Здесь наибольшую сложность представляет определение тепловых проводимостей этой модели.

### Математическое описание двухмассовой ТДМ

Рассмотрим двухмассовую модель АД, в которой первый узел представляет собой обмотку статора, а второй – остальную часть машины. Тепловые процессы в такой модели описываются двумя дифференциальными уравнениями, получаемыми из уравнений термодинамического баланса:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d\tau_1}{dt} + \lambda_{11}\tau_1 - \lambda_{12}\tau_2 &= \Delta P_1; \\ C_2 \frac{d\tau_2}{dt} - \lambda_{21}\tau_1 + \lambda_{22}\tau_2 &= \Delta P_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – теплоемкости элементов, отнесенных к первому и второму узлу модели;  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  – мощности потерь в этих узлах;  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – превышения температуры соответствующих узлов над температурой охлаждающей среды;  $\lambda_{12}$  – тепловая проводимость между первым и вторым узлом (здесь полагаем, что  $\lambda_{21} = \lambda_{12}$ );  $\lambda_{11} = \lambda_{10} + \lambda_{12}$ ;  $\lambda_{22} = \lambda_{20} + \lambda_{12}$ ;  $\lambda_{10}$  и  $\lambda_{20}$  – тепловые проводимости от узлов модели к охлаждающей среде.

Если пренебречь влиянием температуры на теплоемкости и теплопроводности модели, то система (1) может рассматриваться как линейная. В этом случае для неизменных во времени мощностей потерь ее аналитическое решение выглядит следующим образом:

$$\tau_1 = A_1 \exp(-1/T_1) + A_2 \exp(-1/T_2) + \tau_{1уст}; \quad (2)$$

$$\tau_2 = A_3 \exp(-1/T_1) + A_4 \exp(-1/T_2) + \tau_{2уст}, \quad (3)$$

где  $A_1, A_2, A_3, A_4$  – постоянные, зависящие от начальных условий и мощности потерь;  $\tau_{1уст}$  – установившееся значение превышения температуры первого узла модели (обмотки статора) над температурой охлаждающей среды

$$\tau_{1уст} = (\lambda_{12}\Delta P_2 + \lambda_{22}\Delta P_1)(\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}^2)^{-1}; \quad (4)$$

$\tau_{2уст}$  – установившееся значение превышения температуры второго узла модели над температурой охлаждающей среды

$$\tau_{2уст} = (\lambda_{12}\Delta P_1 + \lambda_{11}\Delta P_2)(\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}^2)^{-1}; \quad (5)$$

$T_1$  и  $T_2$  – постоянные времена ( $T_2 > T_1$ ).

Значения постоянных времени  $T_1$  и  $T_2$  опреде-

ляются модулем обратной величины корней характеристического полинома системы (1):

$$T_1 = 2C_1C_2[C_1\lambda_{22} + C_2\lambda_{11} + D]^{-1}; \quad (6)$$

$$T_2 = 2C_1C_2[C_1\lambda_{22} + C_2\lambda_{11} - D]^{-1}, \quad (7)$$

где

$$D = (C_2^2\lambda_{11}^2 - 2C_1C_2\lambda_{11}\lambda_{22} + C_1^2\lambda_{22}^2 + 4C_1C_2\lambda_{12}^2)^{0,5}.$$

### Соотношения для определения параметров двухмассовой ТДМ

Решением системы (1) для номинального установившегося режима являются величины  $\tau_{1устN}$  и  $\tau_{2устN}$ . В качестве  $\tau_{1устN}$  примем допустимую величину превышения температуры обмотки по ГОСТ. Тогда  $\tau_{2устN}$  можем выразить как  $\tau_{2устN} = \vartheta_N \tau_{1устN}$ , что дает возможность записать решение системы (1) для номинального установившегося режима в виде

$$\begin{aligned} \lambda_{11} - \lambda_{12}\vartheta_N &= \Delta P_{1N}/\tau_{1устN}; \\ \lambda_{22}\vartheta_N - \lambda_{12} &= \Delta P_{2N}/\tau_{1устN}. \end{aligned} \quad (8)$$

В систему (8) входят три неизвестные величины тепловых проводимостей, кроме того, она не содержит информации о величинах теплоемкостей  $C_1$  и  $C_2$ , определяющих динамические свойства модели. Величина  $\vartheta_N$  также в общем случае неизвестна. Следовательно, для определения всего необходимого набора параметров двухмассовой ТДМ требуется дополнительная информация.

Учтем, что для ТДМ в электроприводе очень важно обеспечить адекватное воспроизведение моделью динамики изменения температуры при переходных процессах. Поэтому для дополнения информации, содержащейся в уравнениях (8), воспользуемся выражениями для постоянных времени (6) и (7).

Следуя [17, 18] можно применить теорему Виета к характеристическому уравнению системы (1), связав коэффициенты этого уравнения с постоянными времени системы, что дает возможность представить систему уравнений (6), (7) и (8) в более компактной форме:

$$\begin{aligned} \lambda_{11} - \lambda_{12}\vartheta_N &= \Delta P_{1N}/\tau_{1устN}; \\ \lambda_{22}\vartheta_N - \lambda_{12} &= \Delta P_{2N}/\tau_{1устN}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\lambda_{11}C_1^{-1} + \lambda_{22}C_2^{-1} = T_1^{-1} + T_2^{-1};$$

$$\lambda_{11} + \lambda_{22} - \lambda_{12}^2 = C_1C_2T_1^{-1}T_2^{-1}.$$

Система (9) позволяет определить четыре неизвестных параметра. Однако этого недостаточно даже при известных величинах теплоемкостей. Поэтому требуется дополнительное уравнение.

В литературе, в частности в [19], показано, что наибольшая постоянная времени при моделировании нагрева двигателя с использованием многомассовой термодинамической схемы остается практически одинаковой для процессов во всех элементах этой модели. Физически это объясняется процессами перераспределения тепла между элементами двигателя [20], продолжительность которого при неизменной величине потерь определяется в конечном счете элементами с наибольшей тепловой инерцией.

Постоянная времени системы  $n$  тел, от которой зависит общая длительность тепловых переходных процессов в этой системе, определяется следующим образом [21]:

$$T = \sum_{i=1}^n C_i R_i, \quad (10)$$

где  $C_i$  – теплоемкость  $i$ -го тела;  $R_i$  – тепловое сопротивление от  $i$ -го тела до охлаждающей среды.

$$R_i = \lambda_0^{-1} + \sum_{k=1}^{i-1} \left( \frac{\delta_k}{l_k F_k} + \frac{\delta_i}{2l_i F_i} \right), \quad (11)$$

где  $\delta_i$  и  $\delta_k$  – характерный размер тела в направлении теплового потока;  $l_i$  и  $l_k$  – удельная теплопроводность материала соответствующего тела;  $F_i$  и  $F_k$  – площадь поверхности соответствующего тела;  $\lambda_0$  – теплоотдача непосредственно в охлаждающую среду. В выражениях (10) и (11) использована нумерация, начинающаяся от охлаждаемой поверхности.

Применительно к термодинамическим моделям, где все элементы рассматриваются как точечные, выражение для теплового сопротивления  $R_i$  (11) можно записать с использованием тепловых проводимостей между телами:

$$R_i = \lambda_0^{-1} + \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{i,k}^{-1}, \quad (12)$$

где слагаемое  $\sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{i,k}^{-1}$  представляет сумму тепловых проводимостей от  $i$ -го тела к охлаждающей среде по всем путям.

Подставив (12) в (10), получим:

$$T = \lambda_0^{-1} \sum_{i=1}^n C_i + \sum_{k=1}^{i-1} (C_i \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{i,k}^{-1}). \quad (13)$$

Сумма  $\sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{i,k}^{-1}$  в выражении (13) существует только для  $i > 1$ . С учетом того, что нумерация индексов в выражении (13) идет от охлаждающей среды к  $i$ -му элементу, можно констатировать, что применительно к двухмассовой ТДМ во втором слагаемом этого выражения будут присутствовать только те составляющие, которые содержат теплоемкость, соответствующую обмотке двигателя, то есть  $C_1$  при использовании системы индексации величин, принятой нами в настоящей работе. В двухмассовой ТДМ с выделением обмотки статора в отдельный узел  $C_1 \ll C_2$ . Тепловые проводимости между медью обмотки и сталью статора, как показывают расчеты, превышают величину теплоотдачи от двигателя во внешнюю охлаждающую среду. Приведенные факты означают, что для такой двухмассовой ТДМ будет выполняться условие  $\lambda_0^{-1} \sum_{i=1}^n C_i \gg \sum_{k=1}^{i-1} (C_i \sum_{k=1}^{i-1} \lambda_{i,k}^{-1})$  и постоянная времени  $T$ , определяющая общую длительность теплового переходного процесса, должна быть близка по величине к первому слагаемому выражения (13), которое совпадает с выражением для постоянной времени нагрева одномассовой ТДМ.

Изложенное выше дает возможность в допол-

нение к системе (9) получить еще одно уравнение для определения параметров тепловой схемы замещения. Просуммировав уравнения системы (1) и полагая  $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ , получим следующее уравнение тепловых процессов в одномассовой ТДМ, записанное через параметры двухмассовой модели:

$$(C_1 + C_2) \frac{d\tau}{dt} + (\lambda_{11} + \lambda_{22} - 2\lambda_{12})\tau = \Delta P_1 + \Delta P_2. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) содержит одну экспоненту с постоянной времени  $T$ , определяемую обратной величиной корня характеристического уравнения:

$$T = (C_1 + C_2)(\lambda_{11} + \lambda_{22} - 2\lambda_{12})^{-1}. \quad (15)$$

Введем коэффициент  $k_T = T_2/T$ . С учетом этого коэффициента, значение которого для двигателей закрытого исполнения можно принять равным единице, получим из (15) дополнительное уравнение, используемое для нахождения параметров двухмассовой ТДМ. Путем несложных преобразований из системы, содержащей уравнения (9) и (15), можно исключить постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$ , перейдя к системе из трех уравнений:

$$\begin{aligned} \lambda_{11} - \lambda_{12} \vartheta_N &= \Delta P_{1N} / \tau_{1устN}; \\ \lambda_{22} \vartheta_N - \lambda_{12} &= \Delta P_{2N} / \tau_{1устN}; \\ k_T \frac{\lambda_{11} \lambda_{22} - \lambda_{12}^2}{\lambda_{11} + \lambda_{22} - 2\lambda_{12}} &= \\ &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \left[ \frac{\lambda_{11}}{C_1} + \frac{\lambda_{22}}{C_2} - \frac{\lambda_{11} + \lambda_{22} - 2\lambda_{12}}{k_T (C_1 + C_2)} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Выполним оценку величины  $\vartheta_N$  на основе многомассовой ТДМ АД. Для этого используем выражение, устанавливающее соотношение между средневзвешенными значениями превышений температуры узлов многомассовой модели, входящих в состав первого ( $\bar{\tau}_{1устN}$ ) и второго ( $\bar{\tau}_{2устN}$ ) узлов двухмассовой ТДМ при работе в установившемся номинальном режиме:

$$\vartheta = \bar{\tau}_{2устN} / \bar{\tau}_{1устN}. \quad (17)$$

На рис. 1 и 2 представлены величины  $\vartheta$ , рассчитанные по (17) с использованием пятимассовой ТДМ для некоторых двигателей серии 4А закрытого исполнения (обозначено:  $2p$  – число полюсов). Из этих рисунков следует, что явно выраженной зависимости  $\vartheta$  от габаритов и числа полюсов АД закрытого исполнения нет. Значения  $\vartheta$  в среднем близки к 0,8. Аналогичные значения  $\vartheta$  получаются и для двигателей закрытого исполнения других серий, например для двигателя МТКФ012-6 величина  $\vartheta$  составляет 0,84. При определении параметров двухмассовой ТДМ можно полагать, что  $\vartheta_N = \vartheta$  и ориентироваться для АД закрытого исполнения на приведенные выше значения.

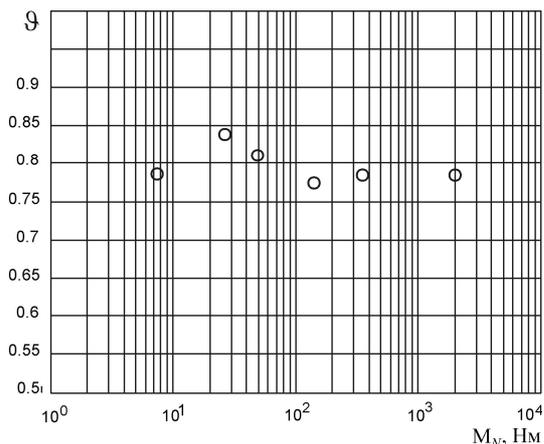


Рис. 1. Зависимости  $\vartheta$  от номинального момента для двигателей 4A80A4, 4A100L4, 4A132S4, 4A180S4, 4A225M4, 4A355M4

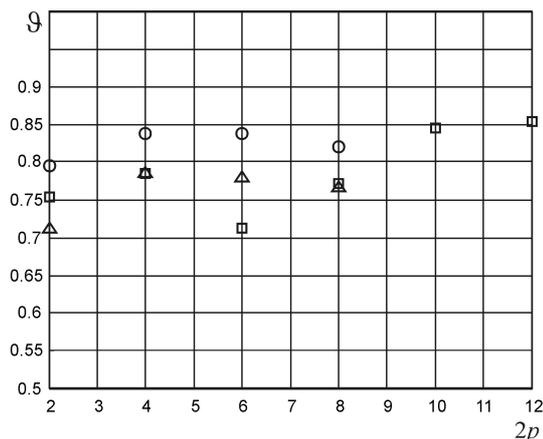


Рис. 2. Зависимости  $\vartheta$  от числа полюсов для двигателей серии 4A с высотой оси 100 мм (O), 225 мм ( $\Delta$ ) и 355 мм ( $\square$ )

**Учет особенностей двигателя закрытого исполнения**

Особенностью процессов нагрева закрытых АД является то, что тепловой поток от обмотки статора к охлаждающей среде идет через внутренний корпус, то есть проходит через второй узел двухмассовой ТДМ. Именно этот факт и делает большую постоянную времени  $T_2$  этой модели близкой по величине к постоянной  $T$  одномассовой модели. Использование равенства  $T_2 = T$ , заложенного в систему уравнений (16), приводит и к наличию определенных соотношений между теплоемкостями и тепловыми проводимостями двухмассовой термодинамической модели, то есть величинами, от которых соответствующие постоянные времена зависят. Запишем третье уравнение системы (16) через  $\lambda_{10}$  и  $\lambda_{20}$  при  $k_T = 1$ :

$$\frac{\lambda_{10}\lambda_{20} + (\lambda_{10} + \lambda_{20})\lambda_{12}}{\lambda_{10} + \lambda_{20}} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \times \left[ (\lambda_{10} + \lambda_{12}) \frac{C_2}{C_1} + (\lambda_{20} + \lambda_{12}) \frac{C_1}{C_2} + 2\lambda_{12} \right]. \quad (18)$$

Введем обозначения:  $l = \lambda_{10}/\lambda_{20}$  и  $c = C_1/C_2$ , с учетом которых выражение (18) запишется как

$$\frac{l}{1+l} \lambda_{20} + \lambda_{12} = \frac{c}{(1+c)^2} \left[ \frac{l+c^2}{c} \lambda_{20} + \frac{c^2+2c+1}{c} \lambda_{12} \right]. \quad (19)$$

Из (19) путем несложных преобразований получаем равенство  $l = c$ , то есть:

$$\lambda_{10} C_2 = \lambda_{20} C_1. \quad (20)$$

Выразив тепловую проводимость  $\lambda_{10}$  из (20) через  $\lambda_{20}$  и теплоемкости, получаем возможность свести количество неизвестных в системе (16) до двух (при известных значениях  $C_1$  и  $C_2$ ). Это дает возможность использовать для нахождения тепловых проводимостей только первые два уравнения в системе (16), записав их следующим образом:

$$\lambda_{20} C_1 C_2^{-1} + (1 - \vartheta_N) \lambda_{12} = \Delta P_{1N} / \tau_{1устN}; \quad (21)$$

$$\lambda_{20} \vartheta_N - (1 - \vartheta_N) \lambda_{12} = \Delta P_{2N} / \tau_{1устN}.$$

Решая систему (21) относительно  $\lambda_{20}$  и  $\lambda_{12}$ , получим выражения для всех тепловых проводимостей двухмассовой модели:

$$\lambda_{20} = \frac{C_2}{C_1 + \vartheta_N C_2} \cdot \frac{\Delta P_{1N} + \Delta P_{2N}}{\tau_{1устN}}; \quad (22)$$

$$\lambda_{10} = \frac{C_1}{C_1 + \vartheta_N C_2} \cdot \frac{\Delta P_{1N} + \Delta P_{2N}}{\tau_{1устN}}; \quad (23)$$

$$\lambda_{12} = \frac{\vartheta_N C_2 \Delta P_{1N} - C_1 \Delta P_{2N}}{\tau_{1устN} (1 - \vartheta_N) (C_1 + \vartheta_N C_2)}. \quad (24)$$

Воспользовавшись выражениями (6) и (7) для постоянных времени, при выполнении условия (20) получим:

$$T_1 = (\lambda_{22}/C_2 + \lambda_{12}/C_1)^{-1}; \quad (25)$$

$$T_2 = C_2 / \lambda_{20}. \quad (26)$$

Поскольку  $\lambda_{22}/C_2 \ll \lambda_{12}/C_1$ , из (25) вытекает приближенное соотношение:  $T_1 \approx C_1 / \lambda_{12}$ . Этот результат хорошо соответствует выражению (13) с учетом того факта, что теплоотдача в окружающую среду от обмотки статора в двигателях закрытого исполнения мала по сравнению с тепловой проводимостью к элементам, составляющим вторую массу двухмассовой ТДМ, что предопределяет соотношение  $\lambda_{10} \ll \lambda_{12}$ .

Проанализируем взаимосвязи отношения превышения температур в номинальном режиме работы ( $\vartheta_N$ ) с параметрами двухмассовой ТДМ. Запишем выражения (4) и (5) для номинального режима в виде:

$$\tau_{1устN} = \frac{\Delta P_{1N} \lambda_{20} + (\Delta P_{1N} + \Delta P_{2N}) \lambda_{20}}{\lambda_{10} \lambda_{20} + (\lambda_{10} + \lambda_{20}) \lambda_{12}}; \quad (27)$$

$$\tau_{2устN} = \frac{\Delta P_{2N} + \tau_{1устN} \lambda_{12}}{\lambda_{20} + \lambda_{12}}. \quad (28)$$

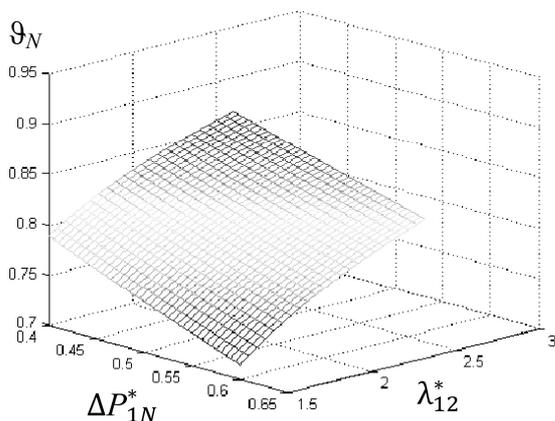


Рис. 3. Зависимость  $\eta_N$  от  $\Delta P_{1N}^*$  и  $\lambda_{12}^*$  для АД закрытого исполнения

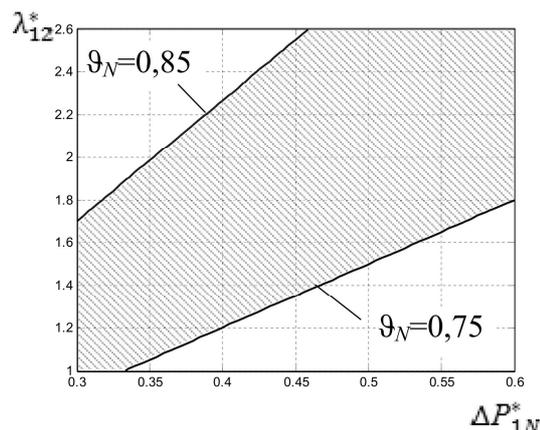


Рис. 4. Линии уровня поверхности  $\eta_N = f(\Delta P_{1N}^*, \lambda_{12}^*)$  для АД закрытого исполнения

Из (27) и (28) получим:

$$\eta_N = \frac{\tau_{2устN}}{\tau_{1устN}} = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{20} + \lambda_{12}} + \frac{\Delta P_{2N}}{\lambda_{20} + \lambda_{12}} \cdot \frac{\lambda_{10}\lambda_{20} + (\lambda_{10} + \lambda_{20})\lambda_{12}}{\Delta P_{1N}\lambda_{20} + (\Delta P_{1N} + \Delta P_{2N})\lambda_{20}}. \quad (29)$$

Для анализа зависимости  $\eta_N$  от параметров двухмассовой ТДМ введем относительные единицы. В качестве базисных величин примем:  $\lambda_6 = \lambda_{\Sigma 0} = \lambda_{10} + \lambda_{20}$ ;  $\Delta P_6 = \Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{1N} + \Delta P_{2N}$ . В этом случае выражение (29) может быть преобразовано к виду:

$$\eta_N = \frac{\lambda_{12}^*}{1 - \lambda_{10}^* + \lambda_{12}^*} + \frac{1 - \Delta P_{1N}^*}{1 - \lambda_{10}^* + \lambda_{12}^*} \cdot \frac{\lambda_{10}^*(1 - \lambda_{10}^*) + \lambda_{12}^*}{\Delta P_{1N}^*(1 - \lambda_{10}^*) + \lambda_{12}^*}. \quad (30)$$

Из (30) видно, что при  $\lambda_{10}^* < \Delta P_{1N}^*$  всегда  $\eta_N < 1$ . Поскольку для двигателей закрытого исполнения  $\lambda_{10}^*$  весьма мала, а мощность потерь в обмотке статора составляет существенную долю суммарной мощности потерь в номинальном режиме, для закрытых АД всегда выполняется соотношение  $\eta_N < 1$ .

На рис. 3 показана зависимость  $\eta_N$  от  $\Delta P_{1N}^*$  и  $\lambda_{12}^*$  для АД закрытого исполнения, построенная по соотношению (30) при  $\lambda_{10}^* = 0$ , а на рис. 4 показаны линии уровня поверхности  $\eta_N = f(\Delta P_{1N}^*, \lambda_{12}^*)$ , изображенной на рис. 3. Штриховкой отмечена область значений  $\Delta P_{1N}^*$  и  $\lambda_{12}^*$ , при которых  $0,75 < \eta_N < 0,85$ .

Из рис. 3 и 4 следует, что для закрытых АД при широком диапазоне изменения величин  $\Delta P_{1N}^*$  и  $\lambda_{12}^*$  значение  $\eta_N$  меняется мало, оставаясь в пределах  $0,8 \pm 0,05$ . Это подтверждает вывод о величине  $\eta_N$ , сделанный выше с использованием пятимассовой ТДМ, и дает основания использовать указанный диапазон  $\eta_N$  при определении тепловых проводимостей двухмассовой ТДМ АД закрытого исполнения.

На рис. 5 приведены кривые нагрева двигателя 4A100L4. Здесь 1 и 2 – температуры лобовых (1) и пазовых (2) частей обмотки статора, рассчитанные с использованием пятимассовой ТДМ, 3 – превышение температуры для первого узла двухмассовой модели с тепловыми проводимостями, рассчитанными по (22), (23) и (24) при  $\eta_N = 0,80$ .

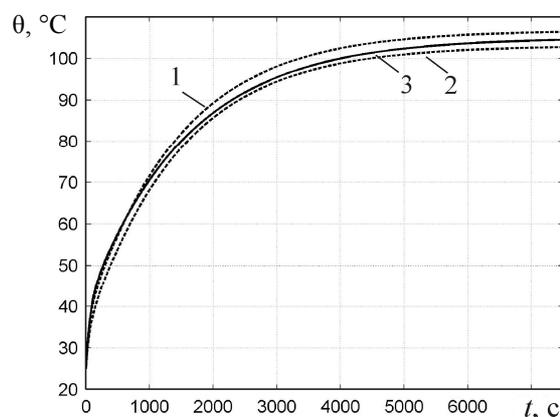


Рис. 5. Кривые нагрева двигателя 4A100L4

## Заключение

1. Обоснована целесообразность использования в задачах электропривода для оценки теплового состояния АД двухмассовой термодинамической модели с выделением в качестве отдельного узла обмотки статора.

2. Получено математическое описание двухмассовой термодинамической модели и выполнен его анализ.

3. Получены аналитические соотношения, пригодные для определения тепловых проводимостей двухмассовой термодинамической модели асинхронного двигателя закрытого исполнения при минимальном наборе исходных данных.

## Литература

1. Справочник по электрическим машинам: в 2 т. / под общ. ред. И.П. Копылова и Б.К. Клокова. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – Т. 1. – 456 с.
2. *Fundamentals of a Motor Thermal Model and its Applications in Motor Protection* / B. Venkataraman, B. Godsey, W. Premerlani, E. Shulman etc. // *Proceedings of 58th Annual Conference "Protective Relay Engineers"*. – Kansas City, USA, 2005. – P. 127–144.
3. Грундулис, А.О. Защита электродвигателей в сельском хозяйстве / А.О. Грундулис. – М.: Колос, 1982. – 140 с.
4. Полковниченко, Д.В. Послеремонтная оценка технического состояния короткозамкнутых асинхронных электродвигателей / Д.В. Полковниченко // *Научные журналы НТУ «ХПИ»: Электротехника и электромеханика*. – 2005. – № 1. – С. 59–62.
5. Пономарев, В.А. Комплексный метод диагностики асинхронных электродвигателей на основе использования искусственных нейронных сетей / В.А. Пономарев, И.Ф. Суворов // *Новости электротехники*. – 2011. – № 2 (68).
6. Engelmann, R.H. *Handbook of Electric Motors* / R.H. Engelmann, W.H. Middelndorf. – New York: Marcel Dekker, 1995. – 801 p.
7. Котеленец, Н.Ф. Испытания и надежность электрических машин: учеб. пособие для вузов / Н.Ф. Котеленец, Н.Л. Кузнецов. – М.: Высш. шк., 1988. – 232 с.
8. Метельков, В.П. Оценка ресурса изоляции обмотки статора асинхронного двигателя при работе в циклических режимах / В.П. Метельков // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика»*. – 2013. – Том 13. – № 2. – С. 96–101.
9. Boglietti, A. *TEFC Induction Motors Thermal Models: A Parameter Sensitivity Analysis* / A. Boglietti, A. Cavagnino, D.A. Staton // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 2005. – Vol. 41, Iss. 3. – P. 756–763.
10. Chin, Y.K. *Transient Thermal Analysis using both Lumped-Circuit Approach and Finite Element Method of a Permanent Magnet Traction Motor* / Y.K. Chin, D.A. Staton. // *IEEE Africon*. – Gaborone, Botswana, 2004. – P. 1027–1035.
11. Boglietti, A. *Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of electrical machines* / A. Boglietti, A. Cavagnino, D. Staton, M. Shanel, M. Mueller, C. Mejuto. // *IEEE Transactions On Industrial Electronics*. – 2009. – Vol. 56, No. 3. – P. 871–882.
12. Tang, W.H. *A Simplified Transformer Thermal Model Based on Thermal-Electric Analogy* / W.H. Tang, Q.H. Wu, Z.J. Richardson // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 2004. – Vol. 19, no. 3. – P. 1112–1119.
13. Зюзев, А.М. Использование термодинамических моделей для проверки асинхронного двигателя по нагреванию / А.М. Зюзев, В.П. Метельков. // *Труды Международной пятнадцатой научно-технической конференции «Электроприводы переменного тока», 12–16 марта 2012 г., Екатеринбург: УрФУ, 2012. – С. 183–186.*
14. Zyuzev, A.M. *Thermodynamic Models for Asynchronous Motor Heating Tests* / A.M. Zyuzev, V.P. Metelkov // *Russian Electrical Engineering*. – 2012. – Vol. 83. – No. 9. – P. 512–515.
15. Бугаев, Г.А. Математические модели нагрева и охлаждения для микропроцессорного реле тепловой защиты / Г.А. Бугаев, А.Н. Леонтьев, Е.Ю. Ерохин, Д.В. Павлова // *Электротехника*. – 2001. – № 2. – С. 51–54.
16. Егоров, Е.Г. Микропроцессорное реле тепловой защиты асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором / Е.Г. Егоров, В.С. Генин, Н.М. Михайлов, С.К. Яковлев // *Электротехника*. – 1997. – № 1. – С. 53–55.
17. Федоров, М.М. Динамические тепловые модели узлов электрических машин / М.М. Федоров // *Электромашинобудування та електрообладнання: міжвід. наук.-техн. зб.* – К.: Техніка, 1999. – Вип. 53. – С. 70–73.
18. Федоров, М.М. Моделирование теплового состояния узлов электрических машин в различных режимах / М.М. Федоров // *Збірник наукових праць ДонДТУ*. – Донецьк: ДонДТУ, 1999. – Вип. 10. – С. 90–95.
19. Федоров, М.М. Особенности тепловых переходных процессов в узлах асинхронного двигателя при различных режимах работы / М.М. Федоров // *Электромашинобудування та електрообладнання: міжвід. наук.-техн. зб.* – К.: Техніка, 2000. – Вип. 54. – С. 71–75.
20. Вареник, Е.А. Тепловые переходные процессы в элементах конструкции асинхронных двигателей при неподвижном роторе / Е.А. Вареник, М.М. Федоров, В.Е. Михайлов // *Взрывозащищенное электрооборудование: сб. науч. тр. УкрНИИ-ВЭ*. – Донецк, 2009. – С. 146–154.
21. Гуревич, Э.И. Переходные тепловые процессы в электрических машинах / Э.И. Гуревич, Ю.Л. Рыбин. – Л.: Энергоатомиздат, – 1983. – 216 с.

**Метельков Владимир Павлович**, канд. техн. наук, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок», Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург; v.p.metelkov@urfu.ru.

Поступила в редакцию 2 февраля 2016 г.

## ABOUT CALCULATION OF PARAMETERS OF TWO-MASS THERMODYNAMIC MODEL OF INDUCTION MOTOR

V.P. Metelkov, v.p.metelkov@urfu.ru

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russian Federation

The article substantiates a practical need for simple two-mass thermodynamic models of induction drive motors at evaluation of thermal state of the stator windings and their application at the thermal protection devices. It provides the mathematical description of the thermodynamic model in which the stator winding is designed as a separate (the first) assembly, whilst the other motor portion is the second one. Based on this description, the system of equations that establishes the relationship between parameters of a two-mass thermodynamic model was formed. The performed analysis of this equation system established relationship between its parameters. For the totally enclosed induction motors, the ratio of the average value of steady-state temperature rise of the second assembly to that of the stator winding ranges within 0.75 to 0.85 under nominal operation conditions. This analysis enabled solving the problem of obtaining simple analytical relations to calculate the thermal conductivities of a two-mass thermodynamic model of the totally enclosed induction motors with minimum data on internal motor parameters.

*Keywords:* induction motor, heating, thermodynamic model, cycle diagram, calculation of thermal conductivities.

### References

1. Kopylov I.P., Klovov B.K. (Ed.) *Spravochnik po Elektricheskim Mashinam* [Handbook of Electric Machines]: In 2 vol. Vol. 1. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988. 456 p.
2. Venkataraman B., Godsey B., Premerlani W., Shulman E. et al. Fundamentals of a Motor Thermal Model and its Applications in Motor Protection. *Proceedings of 58th Annual Conference "Protective Relay Engineers"*, Black & Veatch Corporation, Kansas City, USA, 2005, pp. 127–144.
3. Grundulis A.O. *Zashchita Elektrodvigateli v Selskom Khozyaistve* [Electric Motor Protection in Agriculture]. Moscow, Kolos Publ., 1982. 140 p.
4. Polkovnichenko D.V. [Post-maintenance Technical Evaluation of Squirrel-cage Induction Motors]. *Nauchnye Zhurnaly NTU "KhPI": Elektrotehnika i Elektromekhanika* [Scientific Journals of NTU "KPI": Electrical Engineering and Electromechanics], 2005, no. 1, pp. 59–62. (in Russ.)
5. Ponomarev V.A., Suvorov I.F. [An Integrated Method for Diagnosis of Induction Motors Based on the Use of Artificial Neural Networks]. *Novosti elektrotehniki* [Electrical Engineering News], 2011, no. 2 (68). (in Russ.)
6. Engelmann R.H., Middendorf W.H. *Handbook of Electric Motors*, Marcel Dekker, New York, 1995. 801 p.
7. Kotelenets N.F., Kuznetsov N.L. *Ispytaniya i Nadezhnost' Elektricheskikh Mashin* [Testing and Reliability of Electrical Machines]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1988. 232 p.
8. Metelkov V.P. [Estimation of a Resource of Induction Motors Stator Winding Insulation in Cyclic Operation], *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 96–101. (in Russ.)
9. Boglietti A., Cavagnino A., Staton D.A. TEFC Induction Motors Thermal Models: A Parameter Sensitivity Analysis, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, iss. 3, May–June 2005, pp. 756–763.
10. Chin, Y.K., Staton, D.A. Transient Thermal Analysis Using Both Lumped-Circuit Approach and Finite Element Method of a Permanent Magnet Traction Motor, *IEEE Africon*, Gaborone, Botswana, September 2004, pp. 1027–1035.
11. Boglietti A., Cavagnino A., Staton D., Shanel M., Mueller M., Mejuto C. Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of electrical machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, March 2009, pp. 871–882.
12. Tang W.H., Wu Q.H., Richardson Z.J. A Simplified Transformer Thermal Model Based on Thermal-Electric Analogy, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, no. 3, July 2004, pp. 1112–1119.
13. Zyuzev A.M., Metelkov V.P. [The Use of Thermodynamic Models for Checking an Induction Motor on the Heating]. *Trudy Mezhdunarodnoy Pyatnadtsatoy Nauchno-tehnicheskoy Konferentsii "Elektroprivody Pereemnogo Toka"* [Proc. of the Fifteenth International Scientific-Technical Conference Trudy "Alternating Current Electrical Drives"]. Ekaterinburg, URFU, 2012, pp. 183–186. (in Russ.)
14. Zyuzev A.M., Metelkov V.P. Thermodynamic Models for Asynchronous Motor Heating Tests. *Russian Electrical Engineering*, 2012, vol. 83, no. 9, pp. 512–515.

15. Bugaev G.A., Leontev A.N., Erokhin E.Yu., Pavlova D.V. [Mathematical Models of Heating and Cooling for the Microprocessor Thermal Relay]. *Russian Electrical Engineering*, 2001, no. 2, pp. 51–54. (in Russ.)
16. Egorov E.G., Genin V.S., Mikhailov N.M., Yakovlev S.K. [Microprocessor Relay for Thermal Protection of Asynchronous Motors with Squirrel-cage Rotor]. *Russian Electrical Engineering*, 1997, no. 1, pp. 53–55. (in Russ.)
17. Fedorov M.M. [Dynamic Models of Thermal Units of Electrical Machines]. *Electrical Machinery and Electrical Equipment: Collection of Scientific Papers*, K. Tekhnika Publ., 1999, Iss. 53, pp. 70–73.
18. Fedorov M.M. [Simulation of Thermal State Units of Electrical Machines in Various Modes]. *Collection of Scientific Papers DonDTU*, Donetsk, DonDTU Publ., 1999, Iss. 10, pp. 90–95.
19. Fedorov M.M. [Features of Thermal Transients in The Induction Motor Units under Different Operating Conditions]. *Electrical Machinery and Electrical Equipment: Collection of Scientific Papers*, K. Tekhnika Publ., 2000, Issue 54, pp. 71–75.
20. Varenik E.A., Fedorov M.M., Mikhailov V.E. [Thermal Transients in Structural Elements of Induction Motors with a Fixed Rotor]. *Explosion-proof Electrical Equipment: Collection of Scientific Papers UkrNIIVE*, Donetsk, 2009, pp. 146–154.
21. Gurevich E.I., Rybin Yu.L. *Perekhodnye Teplovye Protsessy v Elektricheskikh Mashinakh* [Transient Thermal Processes in Electrical Machines]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1983. 216 p.

Received 2 February 2016

---

#### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Метельков, В.П. О расчете параметров двухмассовой термодинамической модели асинхронного двигателя / В.П. Метельков // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2016. – Т. 16, № 1. – С. 58–65. DOI: 10.14529/power160109

#### FOR CITATION

Metelkov V.P. About Calculation of Parameters of Two-Mass Thermodynamic Model of Induction Motor. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 58–65. (in Russ.) DOI: 10.14529/power160109

---