

ОБОБЩЕННАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

А.Н. Горожанкин, А.А. Грызлов, Е.С. Чупин, Е.С. Хаятов
Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Предложена аналитическая обобщенная математическая модель электромеханического преобразователя как объекта управления, которая позволяет осуществлять синтез законов управления в контурах тока и момента электроприводов переменного тока. Приведена система уравнений модели, которые отличаются тем, что сочетают метод обмоточных функций и энергетический метод получения электромагнитных координат электропривода (МДС, ЭДС, электромагнитного момента). Даны рекомендации по построению алгоритмов расчета на ЭВМ. Результатами моделирования являются удельные электромагнитные моменты различных электромеханических преобразователей, ЭДС обмоток, скорость вращения ротора и частота тока в обмотках. Использовать модель рекомендуется на первом этапе оценочных расчетов при следующих допущениях: электромеханический преобразователь не насыщен, магнитная проводимость стали равна бесконечности, отсутствуют потоки рассеяния. Для более точных расчетов требуется применение численных моделей расчета магнитного поля по уравнениям Максвелла методом конечных элементов.

Ключевые слова: математическая модель, обобщенный электромеханический преобразователь, алгоритмы управления.

Введение

На сегодняшний день существует огромное разнообразие математических моделей электромеханических преобразователей, которые с той или иной точностью описывают процессы в них. Потребность разработки модели электрической машины, управление которой осуществляется от источников тока во внутреннем контуре регулирования электропривода, диктуется повышенным интересом научной общественности к нетрадиционным электрическим машинам, например, к вентильно-индукторной машине или синхронным реактивным машинам новых конструкций, которые работают только в комплекте с электрическим преобразователем. Этот интерес появился в связи с существенным развитием уровня информационной и силовой электроники за последние десятилетия. Идея обобщенной электрической машины принадлежит Г. Крону, дальнейшее развитие она получила в работах И.П. Копылова и заключается в представлении такой машины в виде многополюсника. На статоре и роторе размещаются двухфазные обмотки, которые формируют вращающееся поле любой формы. Эта модель эффективно применяется для «обычных» электрических машин. Термин «обычная машина» применялся А.В. Ивановым-Смоленским для классификации электромеханических преобразователей, в которых, во-первых, одна из обмоток расположена на статоре, а вторая – на роторе, во-вторых, питание таких машин осу-

ществляется от источников напряжения. Дальнейшее развитие теории обобщенного электромеханического преобразователя заключается в учете возможности создания момента только благодаря магнитной несимметрии ротора и в получении взаимосвязи между токами машины и электромагнитным моментом в контуре момента электроприводов.

Обзор литературы

Большая часть математических моделей – это модели традиционных электрических машин (асинхронных, синхронных и постоянного тока), которые питаются от сети [1, 2]. Меньше моделей машин, которые учитывают работу такого электромеханического преобразователя в составе современного регулируемого электропривода [3, 4]. Когда речь заходит о синхронных реактивных и индукторных электроприводах переменного тока, то моделей становится еще меньше. Все математические модели можно разделить на модели с сосредоточенными параметрами и модели с распределенными параметрами. Первый класс моделей требует меньшей вычислительной мощности ЭВМ, но дает неудовлетворительные результаты, когда электромеханический преобразователь работает в предельных режимах, т. е. при больших скоростях вращения ротора, в этом случае приходится учитывать потоки рассеяния, либо в зоне перегрузок, в этом случае приходится учитывать насыщение

стали и перераспределение магнитного поля между активными частями машины. Второй класс моделей решает задачи, которые не может решить первая группа. Платой за такие возможности является увеличение вычислительной нагрузки на ЭВМ. Вопросами оптимизации нагрузок на ЭВМ занимался профессор М.А. Григорьев в своей докторской диссертации [5]. Поэтому каждая группа моделей должна решать свои задачи. На основании вышесказанного можно сделать вывод, что разработка математической модели обобщенного электрохимического преобразователя с сосредоточенными параметрами как объекта управления, который питается от источника тока и работает в составе регулируемого электропривода, является актуальной. К первой группе относятся математические модели обобщенной электрической машины в неподвижной системе координат, во вращающейся системе координат, а также модель расчета МДС и ЭДС обмоток на основе обмоточных функций [6, 7]. Все модели второго класса являются похожими, так как построены на базе расчета магнитного поля по уравнениям Максвелла, отличие заключается в задании граничных условий и разных конфигурациях магнитной системы [8].

Система уравнений

На рис. 1 показан поперечный разрез обобщенной электрической машины. Обмотки статора и ротора при их наличии располагаются в соответствующих зубцовых зонах. Спинки статора и ротора служат для замыкания электромагнитных потоков. В зазоре машины осуществляется электрохимическое преобразование.

Задание функции распределения токов $I(x, \alpha, t)$ вдоль воздушного зазора по координате x осуществляется в виде кусочно-заданной функции на интервале от 0 до 2π , причем на каждом из интервалов функция задается во времени t и зависит от

угла поворота ротора α , в случае наличия на нем обмотки. Интегрированием функции $I(x, \alpha, t)$ по координате x получаем распределение МДС вдоль воздушного зазора и во времени:

$$f(x, \alpha, t) = \int I(x, \alpha, t) dx. \quad (1)$$

Результирующее распределение МДС вдоль воздушного зазора можно записать и по-другому:

$$f(x, t, \alpha) = \int I_{11}(x, t) dx + \int I_{12}(x, t) dx + \int I_{21}(x, \alpha, t) dx = f_{11}(x, t) + f_{12}(x, t) + f_{21}(x, \alpha, t), \quad (2)$$

где f_{11} – распределение МДС от тока в первой обмотке, которая расположена на статоре в зубцовой зоне; f_{12} – распределение МДС от тока во второй обмотке, которая расположена на статоре в зубцовой зоне; f_{21} – распределение МДС от тока в обмотке, которая расположена на роторе в зубцовой зоне; $\alpha = \omega_p t$ – угловое смещение ротора вдоль расточки статора со скоростью ω_p . В случае отсутствия какой-либо обмотки, ее функция будет равна нулю.

Распределение индукции вдоль воздушного зазора получаем при следующих допущениях: электрическая машина не насыщена и магнитная проводимость стали равна бесконечности, отсутствуют потоки рассеяния:

$$B_{\delta 1}(x, t, \alpha) = f(x, t, \alpha) \cdot Z_1(x) \cdot Z_2(x, \alpha), \quad (3)$$

где Z_1 – распределение магнитной проводимости вдоль воздушного зазора со стороны статора, если он зубчатый; Z_2 – распределение магнитной проводимости вдоль воздушного зазора со стороны ротора, если он зубчатый. При «гладком» статоре или роторе функции проводимости будут равны единице соответственно.

В случае наличия аксиального потока в машине:

$$B_{\delta 2}(x, t) = fA(x, t) \cdot Z_1(x) \cdot Z_2(x, \alpha), \quad (4)$$

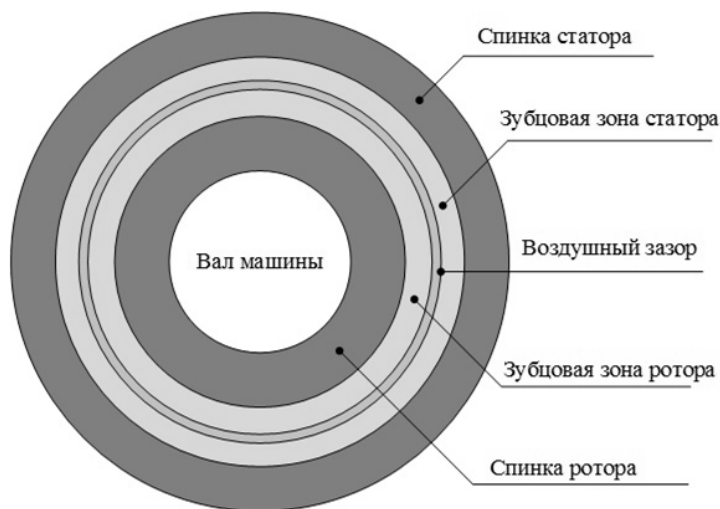


Рис. 1. Поперечный разрез обобщенной электрической машины

где fA – распределение МДС от тока обмотки, создающей аксиальный поток вдоль продольной оси машины и униполярный поток в воздушном зазоре.

Результирующее распределение индукции вдоль зазора будет суммой (3) и (4):

$$B_{\delta}(x, t, \alpha) = B_{\delta 1}(x, t, \alpha) + B_{\delta 2}(x, t). \quad (5)$$

Поток через витки обмотки с координатами сторон x_1 и x_2 может быть рассчитан по формуле

$$F_{12}(t, \alpha) = \int_{x_1}^{x_2} B_{\delta}(x, t, \alpha) dx. \quad (6)$$

ЭДС, которая наводится в витках:

$$E_{12} = \frac{\partial F_{12}(t, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial F_{12}(t, \alpha)}{\partial t}. \quad (7)$$

Первое слагаемое в выражении (7) представляет собой ЭДС вращения, второе слагаемое – трансформаторную ЭДС. Если обмотка распределенная, то ЭДС витков будет суммироваться.

Результирующий поток вдоль всего воздушного зазора может быть получен интегрированием модуля функции (5) по координате x :

$$F(t, \alpha) = \int_0^{2\pi} |B_{\delta}(x, t, \alpha)| dx. \quad (8)$$

Электромеханическое преобразование возможно только при изменении электромагнитной энергии, запасенной в индуктивностях электрической машины, в функции угла поворота ротора [9]. Энергия может быть запасена в одной обмотке и ее изменение осуществляется за счет магнитной не симметрии ротора, либо в двух обмотках, которые, взаимодействуя между собой, изменяют общую электромагнитную энергию машины при повороте ротора. В силу вышесказанного электромагнитный момент можно записать в виде:

$$M = I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{dL_{12}}{d\alpha} + \frac{1}{2} \cdot I_1^2 \cdot \frac{dL_{11}}{d\alpha} + \frac{1}{2} \cdot I_2^2 \cdot \frac{dL_{22}}{d\alpha}. \quad (9)$$

Анализ выражения (9) показывает, что момент зависит от изменения собственных и взаимных индуктивностей обмоток, которые в свою очередь должны изменяться в функции угла поворота ротора либо благодаря его магнитной не симметрии, либо благодаря наличию на нем обмотки. Токи выступают здесь как постоянные коэффициенты, которые при анализе удобно принять единичными. Угловая характеристика, т. е. зависимость электромагнитного момента от угла поворота ротора при неизменных токах в обмотках, обобщенной электрической машины может быть получена путем дифференцирования функции (8) по углу поворота ротора:

$$M(\alpha, t) = \frac{\partial F(t, \alpha)}{\partial \alpha}. \quad (10)$$

Для синтеза закона распределения токового

слоя вдоль воздушного зазора для каждой обмотки проинтегрируем функции распределения МДС по координате x :

$$I_{ij}(x, \alpha, t) = \frac{\partial f_{ij}(x, \alpha, t)}{\partial x}, \quad (11)$$

где $i = 1, \alpha = 0$ – для статорной обмотки и $i = 2$ – для роторной обмотки; j – порядковый номер обмотки. Определив координаты фазной зоны вдоль воздушного зазора ($\Delta x = x_2 - x_1$), можно получить зависимости фазных токов от времени.

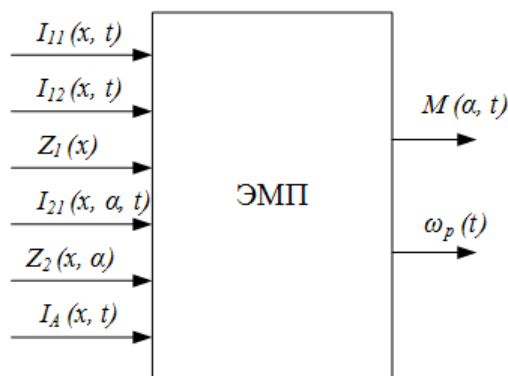


Рис. 2. Обобщенный электромеханический преобразователь

На рис. 2 показан синтезированный обобщенный электромеханический преобразователь (ЭМП) в виде многополюсника. На вход подаются распределения токов статора и ротора, а также распределения проводимостей. На выходе получаем электромагнитный момент и скорость вращения ротора.

Методы решения уравнений

Для получения алгоритмов расчета по предложенной системе уравнений наиболее удобным является математический аппарат разложения функций, удовлетворяющих условиям Дирихле, в ряд Фурье [10]. Такой подход позволяет осуществлять математические операции интегрирования и дифференцирования отдельно для каждой гармоники. Алгоритмы расчета по предложенной модели можно условно разделить на алгоритмы прямого расчета и алгоритмы синтеза законов управления. Под прямым расчетом понимается получение скорости вращения ротора и электромагнитного момента при заданных токах во всех обмотках машины, а также известной геометрии вблизи воздушного зазора, т. е. наличия или отсутствия зубчатости на статоре и на роторе. Синтез законов управления токами осуществляется при заданной неизменяемой части электромеханического преобразователя. Под неизменяемой частью понимаются функции распределения зубчатости статора и ротора, а также наличие тока в одной из обмоток. Синтез законов управления токами необходимо произвести в других обмотках. Выбора того или иного

закона управления диктуется обеспечением максимального электромагнитного момента при заданной неизменяемой части и минимумом его пульсаций.

Заключение

Полученная математическая модель электроμηχανического преобразователя как объекта управления позволяет решать следующие задачи:

1. Задачи оценочного сопоставления удельных электромагнитных моментов различных электрических машин.

2. Задачи поиска взаимосвязи между скоростью вращения ротора и частотами тока в обмотках машины.

3. Задачи поиска алгоритмов управления токами в контуре момента электроприводов. Так как системы управления электроприводами переменного тока выполняются, как правило, многоконтурными с внутренним контуром фазного тока, то при использовании данной модели появляются дополнительные возможности формирования задания на желаемый фазный ток.

Литература

1. Копылов, И.П. Математическое моделирование электрических машин / И.П. Копылов. – М.: Высшая школа, 2000. – 148 с.

2. Копылов, И.П. Электрические машины / И.П. Копылов. – М.: Высшая школа, 2000. – 607 с.

3. Моделирование электропривода активного прицепа / Ю.С. Усынин, А.Н. Шишков, А.Н. Горожанкин и др. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2013. – Т. 13, № 2. – С. 106–113.

4. Gorozhankin, A. A Direct Torque Control System for Synchronous Electric Drivers / A. Gorozhankin, A. Shishkov, E. Belousov et al. // Russian Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 85, iss. 10. – P. 616–618. DOI: 10.3103/S106837121410006X

5. Григорьев, М.А. Синхронный реактивный электропривод с независимым управлением по каналу возбуждения и предельными характеристиками по быстродействию и перегрузочным способностям: дис. ... д-ра техн. / М.А. Григорьев. – Челябинск: ЮУрГУ, 2013. – 325 с.

6. Вольдек, А.И. Электрические машины: учеб. для студентов высш. техн. учеб. заведений / А.И. Вольдек. – Изд. 2-е перераб. и доп. – Л.: Энергия, 1978. – 832 с.

7. Усынин, Ю.С. Электроприводы и генераторы с синхронной реактивной машиной независимого возбуждения / Ю.С. Усынин, М.А. Григорьев, К.М. Виноградов // Электричество. – 2007. – № 3. – С. 21–26.

8. Сидоров, О.Ю. Методы конечных элементов и конечных разностей в электромеханике и электротехнологии / О.Ю. Сидоров, Ф.Н. Саранулов, С.Ф. Саранулов. – М.: Энергоатомиздат, 2010. – 331 с.

9. Иванов-Смоленский, А.В. Электрические машины: учеб. для вузов: в 2 т. / А.В. Иванов-Смоленский. – 3 изд., стер. – М.: Издат. дом МЭИ. – 2006. – Т. 1. – 652 с.

10. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

Горожанкин Алексей Николаевич, канд. техн. наук, доцент, кафедра «Автоматизированный электропривод», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; gogoz_2012@mail.ru.

Грызлов Артем Ашотович, студент, кафедра «Автоматизированный электропривод», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; 9191236713@mail.ru.

Чупин Евгений Сергеевич, аспирант, кафедра «Автоматизированный электропривод», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; 9191236713@mail.ru.

Хаятов Евгений Сергеевич, аспирант, кафедра «Автоматизированный электропривод», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; 9191236713@mail.ru.

Поступила в редакцию 8 сентября 2016 г.

A GENERALIZED ANALYTIC MATHEMATICAL MODEL OF THE ELECTROMECHANICAL CONVERTER AS A CONTROL OBJECT

A.N. Gorozhankin, goroz_2012@mail.ru,
A.A. Gryzlov, E.S. Chupin, E.S. Khayatov, 9191236713@mail.ru
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The paper proposes an analytical generalized mathematical model of the electromechanical converter as a control object, which allows the synthesis of laws of control in the current circuits and of the AC drive torque. It offers a system of model equations combining winding method and energetic method for obtaining electromagnetic coordinates of electric drive (MMF, EMF, electromagnetic torque). It gives recommendations for development of PC-based computational algorithms. The results of the simulation are specific electromagnetic torques of various electromechanical converters, coil EMFs, rotor speed and current frequency in windings. This model is recommended at the first stage of estimate calculation with the following assumptions: electromechanical converter is not saturated, steel magnetic conductivity is infinite, and there are no scattering flows. More accurate magnetic field calculations require numerical models based on the Maxwell equations and finite element method.

Keywords: mathematical model, generalized electromechanical converter, control algorithms.

References

1. Kopylov I.P. *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin* [Mathematical Modeling of Electrical Machines]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 2000. 148 p.
2. Kopylov I.P. *Elektricheskie mashiny* [Electrical Machines]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 2000. 607 p.
3. Usynin Yu.S., Shishkov A.N., Gorozhankin A.N., Bychkov A.E., Belousov E.V., Zhuravlev A.M., Sychev D.A. [Electric Drive of Active Trailer]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 106–113. (in Russ.)
4. Gorozhankin A., Shishkov A., Belousov E., Sychev D., Kinas S. A Direct Torque Control System for Synchronous Electric Drivers. *Russian Electrical Engineering*, 2014. vol. 85, iss. 10. pp. 616–618. DOI: 10.3103/S106837121410006X
5. Grigoryev M.A. *Sinkhronnyy reaktivnyy elektroprivod s nezavisimym upravleniem po kanalu vzbuzhdeniya i predel'nymi kharakteristikami po bystrodeystviyu i peregruzochnym sposobnostyam*. Dis. Dokt. Tekhn. Nauk. [Reluctance Drive with Independent Control via Excitation Channel, Limit Speed and Overload Capacity Properties], D.Sc. in Engineering Thesis. Chelyabinsk, 2013. 325 p.
6. Voldek A.I. *Elektricheskie mashiny* [Electrical Machines]. 2nd ed. St. Petersburg Publ., 1978. 832 p.
7. Usynin Yu.S., Grigorev M.A., Vinogradov K.M. [Drive and Generators with Field-regulated Reluctance Machine]. *Electrical Technology Russia*, 2007, no. 3, pp. 21–26. (in Russ.)
8. Sidorov O.Yu., Sarapulov F.N., Sarapulov S.F. *Metody konechnykh elementov i konechnykh raznostey v elektrotekhnike i elektrotekhnologii* [Methods of Finite Elements and Differences in Electrical Engineering and Electrotechnology]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2010. 331 p.
9. Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektricheskie mashiny* [Electrical Machines]. 3rd ed. Moscow, MEI Publ., 2006. 652 p.
10. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematics Handbook for Scientists and Engineers]. Moscow, Nauka Publ. 1968. 720 p.

Received 8 September 2016

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Обобщенная аналитическая математическая модель электромеханического преобразователя как объекта управления / А.Н. Горожанкин, А.А. Грызлов, Е.С. Чупин, Е.С. Хаятов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2016. – Т. 16, № 4. – С. 72–76. DOI: 10.14529/power160409

FOR CITATION

Gorozhankin A.N., Gryzlov A.A., Chupin E.S., Khayatov E.S. A Generalized Analytic Mathematical Model of the Electromechanical Converter as a Control Object. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2016, vol. 16, no. 4, pp. 72–76. (in Russ.) DOI: 10.14529/power160409