

## МЕТОД АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДИСКРЕТНОГО КОНТУРА РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

*В.С. Гун, А.А. Бакин*

*г. Челябинск, Южно-Уральский государственный университет*

## METHOD OF ANALYSIS OF DYNAMIC PROPERTIES OF DISCRETE CONTROL CIRCUIT BY LINEAR APPROXIMATION OF DIFFERENCE EQUATIONS

*V.S. Gun, A.A. Bakin*

*Chelyabinsk, South Ural State University*

**Метод анализа динамических свойств дискретных систем управления с помощью нелинейных разностных уравнений лежит в основе получения коэффициентов линейного приближения разностных уравнений. Рассматривается математический аппарат практического исследования динамических свойств.**

*Ключевые слова:* анализ динамических свойств, дискретный контур управления, метод линейного приближения разностных уравнений.

**The method of analysis of the dynamic properties of the discrete control systems with the help of nonlinear difference equations underlies the calculation of linear approximation of the difference equations. Thus it is the mathematical apparatus of experimental investigation of the dynamic properties.**

*Keywords:* analysis of the dynamic properties, discrete control circuit, method of the linear approximation of the difference equations.

При исследовании простейшего контура регулирования замкнутой системы управления, например, простейшего контура регулирования тока с RL, нагрузкой были выявлены следующие особенности: в случае непрерывного токового режима этот контур всегда устойчив, при прерывистом токовом режиме в контуре могут возникать неустойчивые режимы [5]. Аналогичные особенности физических процессов лежат в основе динамических свойств контура регулирования тока асинхронного двигателя (АД) при управляемом пуске АД с помощью тиристорного преобразователя напряжения (ТПН). Дискретные системы с нелинейной импульсной частью исследуются как непрерывные, если несущая частота значительно превышает частоту среза [1]. В случаях, когда дискретным характером работы системы пренебречь нельзя, используются методы, основанные на рассмотрении нелинейных разностных уравнений [2–4], которые наиболее подходят для исследования рассматриваемого класса систем. Здесь следует отметить следующее: исследование устойчивости на основе нелинейных разностных уравнений производится по первому и второму методам Ляпунова. Первый метод Ляпунова рассматривает условия устойчивости системы в окрестности произвольной точки установившегося режима и опреде-

ляет необходимые условия устойчивости. Вторым методом Ляпунова определяет достаточные условия устойчивости. В работах [4, 5] были сформулированы и доказаны дискретные аналоги теорем Ляпунова об исследовании устойчивости систем, описываемых нелинейными разностными уравнениями по их линейному приближению. В [4] показано, что исследование по линейному приближению разностных уравнений в отличие от других методов позволяет не только определить области с необходимыми условиями устойчивости, которые в некоторых случаях могут быть достаточными, но и получить представление о качестве переходного процесса, например о быстродействии:

– дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями [3]. С помощью этого метода можно сформулировать достаточные условия устойчивости систем. Метод подходит для исследования широкого класса систем, но остается нераскрытым вопрос о запасе устойчивости конкретной системы, входящей в этот класс;

– суммарных уравнений, с помощью которых можно получить рекуррентные соотношения и с помощью ЭВМ рассчитывать процессы в дискретных системах;

– гармонического баланса. Этот метод применим для широкого класса систем. Особенно он

подходит для исследования периодических режимов, возникающих в системах, так как позволяет определить амплитуду и частоту периодических режимов;

- дискретной фазовой плоскости [2]. Этот метод является точным, но применим лишь для исследования систем первого и второго порядков;
- точечных преобразований;
- функционального анализа [2] и другие методы.

В рассматриваемом классе систем регулирования можно выделить три основные части:

- импульсную (ИЧ), работа которой зависит от силовой схемы преобразователя;
- непрерывную (НЧ), работа которой зависит от свойств электрических элементов нагрузки преобразователя и рабочего механизма, в состав которого входит преобразователь;
- логическую (ЛЧ), работа которой зависит от закона модуляции, реализуемого в схеме управления преобразователя.

Параметры ИЧ изменяются дискретно от периода к периоду работы систем. Среднее за период значение импульсного сигнала несет полезную информацию о динамике системы и может изменяться в результате вариации одного или нескольких параметров импульса. В общем случае параметры могут принимать значения из некоторого множества (непрерывного или дискретного).

Нелинейность ИЧ рассматривается с позиции всей замкнутой дискретной системы регулирования. Она может быть обусловлена за счет вариации какого-либо параметра (например, длительности периода работы, амплитуды импульсов по нелинейному закону) или нескольких параметров одновременно. Так в системе регулирования ТПН-АД ИЧ представляет собой отрезки синусоидального напряжения, вырезанные из разных участков синусоиды. Изменяемый параметр в данном случае – угол регулирования  $\alpha$ .

Импульсный сигнал поступает на НЧ, которая в общем случае представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.

Выходной сигнал НЧ является основным информационным сигналом дискретной системы, а также сигналом обратной связи замкнутого контура. Он сравнивается с сигналом задания на входе и их разность подается на вход ЛЧ, которая определяет логику управления изменяемым параметром ИЧ.

Математический аппарат нелинейных разностных уравнений является естественным при описании систем ТПН-АД, что будет показано ниже, причем в качестве независимой переменной разностных уравнений в этом случае целесообразно использовать порядковый номер дискретности, а не длительность периода. Длительность периода, выступающая как независимая переменная, повышает порядок разностного уравнения, описывающего дискретную систему, на единицу по сравнению с порядком дифференциального уравнения НЧ.

Существуют две нижеперечисленные особенности в описании систем с помощью разностных уравнений, которые необходимо учитывать.

Первая состоит в том, что трудно, а часто и просто невозможно выделить нелинейную часть в виде отдельного звена и оценить характер этой нелинейности из-за неравномерности периода работы ИЧ или неравномерности длительности импульса в интервале периода [4]. Эту нелинейность можно выделить и изучить только в простейших системах, описываемых разностным уравнением 1-го порядка. Эта особенность затрудняет изучение характера нелинейности и ее учет при расчете дискретно-управляемых преобразователей. Неравномерность временного параметра зависит от ЛЧ преобразователя, следовательно, и нелинейность должна зависеть от логики управления импульсной частью.

Вторая особенность состоит в том, что нелинейные разностные уравнения, описывающие рассматриваемый класс систем, часто записываются в неявном виде, что затрудняет анализ и синтез регулируемых преобразователей.

Существует еще третья особенность, которая состоит в дискретном характере работы рассматриваемого класса систем и связана со способом описания (с помощью дифференциальных уравнений). При использовании нелинейных разностных уравнений эта особенность автоматически учитывается, так как нелинейные разностные уравнения описывают как раз дискретные системы.

При описании исследования динамики контуров регулирования системы ТПН-АД с помощью нелинейных разностных уравнений за основу берется методика, изложенная в [5] с учетом особенностей, исходя из физических соображений о характере работы рассматриваемой системы. Согласно этой методике перед составлением системы разностных уравнений устанавливают число независимых переменных, характеризующих состояние контура регулирования АД в дискретные моменты времени.

Затем записывается система дифференциальных уравнений, описывающая замкнутый контур в пределах одного периода, которая в нашем случае имеет вид:

$$y' = Ay + c(t), \quad (1)$$

где  $y$  – вектор переменных, характеризующих состояние контура;  $A$  – квадратная матрица постоянных коэффициентов  $k$ -го порядка;  $c(t)$  – вектор входных переменных, которые в данном случае являются синусоидальными функциями времени.

Правая часть системы (1) включает описание формы выходного сигнала ИЧ, действующей в рассматриваемом интервале времени.

После этого составляется система нелинейных разностных уравнений, описывающая разомкнутый контур и устанавливающая аналитическую связь между дискретными значениями переменных в  $(n+1)$ -м периоде и значениями этих же переменных в соответствующий момент  $n$ -го пери-

да. С этой целью находится аналитическое решение системы дифференциальных уравнений (1), приняв в качестве начальных условий значения переменных в  $n$ -м периоде:

$$y = e^{A(t-t_n)} y_n + \int_{t_n}^t e^{A(t-\tau)} c(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $y_n$  – значения переменных состояния в начале периода;  $t_n = \alpha_n / \omega$ ; функциональный вектор, элементы которого представляют собой сумму произведений экспоненциальных и синусоидальных функций;  $\alpha_n$  – угол управления в  $n$ -м периоде.

Подставив в это решение значения переменных в конце периода (при  $t_{n+1} = \alpha_{n+1} / \omega$ ), получаем искомую систему нелинейных разностных уравнений:

$$y_{n+1} = e^{A\left(\frac{\alpha_{n+1}-\alpha_n}{\omega}\right)} y_n + \int_{\frac{\alpha_n}{\omega}}^{\frac{\alpha_{n+1}}{\omega}} e^{A\left(\frac{\alpha_{n+1}}{\omega}-\tau\right)} c(\tau) d\tau. \quad (3)$$

В полученной системе нелинейных разностных уравнений независимой дискретной переменной считается порядковый номер дискретности.

В систему нелинейных разностных уравнений (3) входят уравнения, описывающие НЧ и ИЧ.

В (2) выражение вида  $\exp[A(t-t_n)]$  называется матричным экспоненциалом. Его элементы определяются путем решения системы дифференциальных уравнений (1) одним из методов, например классическим, аналитическим, спектральным и методом, основанным на численном интегрировании системы дифференциальных уравнений.

Анализ динамических свойств дискретного контура регулирования проводится по следующей схеме:

- записывается система нелинейных разностных уравнений, описывающих замкнутый контур регулирования;
- вычисляются коэффициенты линейного приближения матрицы, характеризующей свободное движение;
- вычисляются собственные значения матрицы, строится корневой годограф;
- определяются границы устойчивости контура, его быстродействие.

### Литература

1. Булгаков, А.А. Новая теория управляемых выпрямителей / А.А. Булгаков. – М.: Наука, 1970. – 320 с.
2. Видаль, П. Нелинейные импульсные системы / П. Видаль. – М.: Энергия, 1974 – 336 с.
3. Гелиг, А.Х. Устойчивость нелинейных систем с единственным состоянием равновесия / А.Х. Гелиг, Г.А. Леонов, В.А. Якубович. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
4. Гладышев, С.П. Расчет нелинейных систем на ЭВМ / С.П. Гладышев. – М.: Машиностроение, 1987. – 208 с.
5. Gladyshev, S.P. The dynamic of the control loops of the alternating voltage thyristor converter / P.S. Gladyshev, A.A. Bakin // Int. Conf. The Dynamic of the non-linear systems. – The Trinity College, Dublin, Ireland, 1995.

Поступила в редакцию 25.05.2012 г.

**Гун Валентина Сергеевна** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электротехника и возобновляемые источники энергии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск. Область научных интересов – преобразовательная техника, энергосбережение. Контактный телефон: 8-(351) 265-13-99.

**Gun Valentina Sergeevna** – Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of “Electrical Engineering and Renewable Energy Sources” Department of South Ural State University, Chelyabinsk. Research interests: transformation engineering and energy saving. Contact telephone number: 8-(351) 265-13-99.

**Бакин Алексей Александрович** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электротехника и возобновляемые источники энергии», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск. Область научных интересов – преобразовательная техника, энергосбережение. Контактный телефон: 8-(351) 232-18-28.

**Bakin Aleksey Aleksandrovich** – Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of “Electrical Engineering and Renewable Energy Sources” Department of South Ural State University, Chelyabinsk. Research interests: transformation engineering and energy saving. Contact telephone number: 8-(351) 232-18-28.