

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ПРИ ПОВРЕЖДЕНИЯХ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ ЭНЕРГОСИСТЕМ

**Ю.Д. Бай, А.В. Шмойлов, М.В. Андреев,
А.А. Суворов, А.В. Киевец, И.А. Разживин**

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
г. Томск, Россия*

В задачах электроэнергетики интересующие нас параметры стационарных режимов, электрические величины при повреждениях, уставки релейной защиты и т. д. являются функциональными зависимостями многих аргументов. Нахождение законов распределения вероятностных характеристик способно предоставить понимание всех возможных состояний, в которых может существовать объект. Проблема их получения заключается в сложности учета всех взаимосвязей между случайными аргументами исходных данных при решении классическими статистическими методами, что не имеет должного полного решения.

В статье приводятся разработанные алгоритмы применения численного вероятностного метода селекции границ входных и выходных данных для определения законов распределения вероятностей параметров режимов и электрических величин в установившемся режиме и сверхпереходный момент при повреждениях. Особенностью алгоритмов является использование генеральной совокупности случайных аргументов, состоящей из квантилей дискретных порядков. Таким образом, количество вариантов генеральной совокупности случайных аргументов может быть существенно сокращено, но точность формирования вероятностных характеристик неизменна.

Поставленные задачи были решены с использованием положений теории вероятностей и математической статистики, в энергетике в частности, численных методов оптимизации. Также использовался пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB.

Определение вероятностных характеристик электрических зависимостей в недетерминированной форме позволяет проводить практику расчетов в электроэнергетике и электротехнике, когда полученные результаты становятся полными и гарантированными, что позволяет объективно и надежно проводить оптимизацию и оценку истинности рисков и прогнозов. Также программная реализация алгоритмов позволит решить ряд практических задач, таких как определение законов распределения вероятностей рисков перегрузки, аварийной потери и разрушений.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, численные методы, закон распределения вероятности, случайная величина, квантиль, функциональная зависимость.

Введение

Основными решениями задачи развития электроэнергетических систем (ЭЭС) являются правильный выбор значений главных параметров у системно образующих объектов энергосистем. Данные для выбора и уточнения названных параметров могут быть получены из рассмотрения рабочих режимов ЭЭС, которые по своей природе случайны, так как случайны нагрузки и генерации [1]. Поэтому сечения проводов, номинальные проходные мощности оборудования и т. д. следует выбирать и уточнять из расчета на самые большие значения потоков мощности, токов и величин напряжений. Однако такой подход к решениям является затратным и неприемлемым, так как максимальные значения параметров режимов имеют место не всегда.

В теории вероятностей установлено, что практическое знание о каждой случайно изменяющейся величине дает не какое-то особое ее значение, а все ее значения с конкретным указанием вероятности каждого значения. Такая совокупность значений и их вероятностей называется законом распределения случайной величины (ЗРВ) [2]. Учитывая случайную природу, но затрагивая только фактические параметры мощностей, токов, величин напряжений в сети, не возможно получить критерий однозначного правильного выбора параметров электрических ветвей и узлов. Ситуация меняется, если проводить рассмотрение случайных изменений не только фактических, но также и одноименно измеряемых ресурсных электрических величин на общем диапазоне случайных величин. Однако практический смысл и значение эти ре-

зультаты имеют, если они получены не в виде детерминированных значений [2], а в виде ЗРВ, по которым возможно найти интересующие риски и дефициты. Получение ЗРВ функциональных зависимостей (ФЗ) по ЗРВ их аргументов является важным моментом. Основная проблема заключается в том, что получение функции распределения вероятностей (ФРВ) и плотность распределения вероятностей (ПРВ) интересующего параметра стандартными статистическими методами на данный момент не имеет должного полного решения [3] в связи со сложностью расчета применяемых методик и сложностью учета всех взаимосвязей между случайными исходными данными и их последующим преобразованием функциональной зависимостью. В связи с этим предлагается рассматриваемый в статье численный вероятностный метод, не критично зависимый от размерности ФЗ.

Постановка задачи

Разработанный алгоритм [3] определения законов распределения вероятностей (ЗРВ) в виде плотности и функции распределения вероятностей многомерной ФЗ по ЗРВ случайных аргументов (СА) этой зависимости может быть применен для определения одномерных ПРВ и ФРВ параметров режимов электрических сетей энергосистем, также одномерных безусловных [4] ПРВ и ФРВ вынужденных синусоидальных электрических величин в сверхпереходный момент при повреждениях на линиях и выводах электрооборудования.

Детерминированное решение задач расчетов параметров режимов предопределяется логикой законов и методов электротехники и особенностями практического применения результатов расчетов для задач электроэнергетики [5]. Естественная детерминированная логика процедуры расчета в применении к формированию ЗРВ величин при повреждениях является весьма затратной. Это обусловлено тем, что параметры режимов после процедур обработки независимых СА мощностей нагрузочных и генераторных узлов в функциональные зависимости параметров режимов становятся статистически зависимыми друг от друга и требующаяся для получения ЗРВ величин при повреждениях в сети совместная ПРВ параметров режимов должна формироваться в виде произведения условных ПРВ параметров режимов [6]. Получение же условных ЗРВ параметров режимов возможно, однако потребуются дополнительный объем вычислений, поэтому алгоритмы определения ЗРВ как параметров режимов, так и величин при повреждениях должны быть одноступенчатыми и исходить из одних и тех же независимых случайных аргументов.

Между активными и реактивными мощностями нагрузочных узлов, активной мощностью и напряжением генераторных узлов электрической сети может быть вероятностная зависимость. По-

скольку компоненты данных узлов обычно распределены по нормальным ЗРВ, нормальными будут и совместные, и условные ЗРВ, а параметры последних выражаются через коэффициент корреляции [7]. Внутриузловые зависимости между величинами никак не влияют на зависимости величин разных узлов. Зависимости между величинами разных узлов по-прежнему нет, поэтому алгоритм определения ЗРВ одноступенчатых функциональных зависимостей параметров режимов и электрических величин при повреждениях в сети по ЗРА случайных аргументов принципиально остается одинаковым. В рамках одного узла зависимость учитывается следующим способом: при формировании совместной ПРВ случайных аргументов в произведении безусловных ПРВ в рамках каждого узла для одного аргумента используется безусловная ПРВ, а для другого аргумента – условная ПРВ другого аргумента при условии, что первый аргумент принял определенное значение в своей безусловной ПРВ [4].

В соответствии со смыслом данного алгоритма ПРВ совмещений всех СА суммируются по критерию равенства каждой интересующей ФЗ некоторым ее значениям. Эти значения в разрабатываемом дискретном алгоритме целесообразно сформировать заранее – сначала сформировать дискретные значения СА как квантили равномерных порядков из интервала $[0, 1]$, которые однозначно и надежно в алгоритме фиксируются, преобразуются и управляют. Значения ФЗ, как правило, формируются с одноступенчатым использованием исходных данных итеративным путем соответственно в однократном и двукратном вычислительных процессах [8]: однократный процесс – для параметров режимов, двукратный процесс – для электрических величин при повреждениях.

Теоретическая часть

Изложенное далее иллюстрируется для обсуждаемых двух задач ЗРВ параметров режимов и электрических величин при повреждениях. После вычисления итеративным путем значений ФЗ параметров режимов для каждого совмещения квантилей всевозможных порядков всех СА производится расчет совместной ПРВ, которая суммируется с предыдущими аналогичными ПРВ всех СА других, ранее полученных совмещений. Таким образом формируется образ ПРВ каждой ФЗ параметров режимов (поток активной и реактивной мощности в ветвях, величины и углы напряжений в узлах). Также в рамках того же совмещения квантилей порядков всех СА решается задача получения ПРВ электрических величин при повреждениях [9]. Эта задача начинается с расчета токов и их углов в динамических ветвях генераторных и двигательно-нагрузочных узлов. По токам и сверхпереходным сопротивлениям динамических ветвей вычисляются сверхпереходные ЭДС. Назначаются

виды повреждений и ФЗ (токи полные, симметричные составляющие в ветвях-линиях, отношения остаточных напряжений в узлах размещения релейной защиты и автоматики к полным токам с компенсацией токами нулевой последовательности в отходящих от узлов ветвях с аппаратурой РЗА). Находясь указанные электрические величины как дополнительные ФЗ, которые определяются совместными значениями ПРВ от квантилей разных порядков всех СА. Совместные ПРВ случайных аргументов суммируются с аналогичными совместными ПРВ предыдущих вариантов порядков квантилей всех СА.

Суммирование совместных ПРВ случайных аргументов к ПРВ предыдущей суммы значения ПРВ случайных аргументов при формировании ПРВ функциональных зависимостей в начале реализации алгоритма и процесса суммирования невозможно осуществить, так как нет предыдущего значения каждой ФЗ случайных аргументов. Чтобы устранить данную неопределенность, устанавливаются шкалы всех интересующих ФЗ в своем диапазоне путем подстановки в выражение ФЗ квантилей СА одного и того же порядка. В связи с этим алгоритм формирования ПРВ всех ФЗ можно поделить на две части, которые можно назвать базовой и основной. Базовая часть позволяет определить диапазон каждой ФЗ и дискретные ее значения как квантили всех СА одинаковых порядков, равномерных из интервала $[0, 1]$, и инициализировать все значения ФЗ и совместные ПРВ случайных аргументов. Основная часть в рамках каждой ФЗ обеспечивает всевозможные совмещения всех СА и формирует при каждом совмещении значения ФЗ как квантили разных порядков, которые сравнивают с базовой инициализацией ФЗ. Если вычисленное значение ФЗ совпадет с какой-либо ее базовой инициализацией, то для каждого варианта совмещения квантилей СА, при котором имеет место совпадение, находятся ПРВ от квантилей каждого СА функциональной зависимости. Путем перемножения этих ПРВ находится совместное ПРВ всех СА, которое суммируется с предыдущим (в описываемом случае с базовым) значением ПРВ функциональной зависимости.

Далее представлен сам алгоритм определения ПРВ параметров режимов и электрических величин при повреждениях в электрической сети. По условию задана схема замещения прямой последовательности с активно-индуктивными сопротивлениями ветвей линий и трансформаторных элементов с коэффициентами трансформации, емкостными проводимостями линий, номинальными и близкими к ним напряжениями узлов (для параметров режимов), также задана совмещенная схема замещения прямой, обратной и нулевой последовательности с активно-индуктивными сопротивлениями ветвей линий и трансформаторных элементов с коэффициентами трансформации,

емкостными проводимостями ветвей линий 220 кВ и выше, со сверхпереходными сопротивлениями генераторных и динамических двигательных ветвей в качестве сопротивлений прямой последовательности (для электрических величин при повреждениях). Схемы замещения для параметров режимов и электрических величин при повреждениях должны быть согласованы. Одиночные линии без взаимодействия (взаимоиндукции) и трансформаторные элементы должны совпадать. У головных ветвей взаимодействующих линий, разделенных на последовательно включенные ветви, обозначения внешних узлов должны остаться одинаковыми, а у ближайших внутренних узлов – противоположный внешний узел с дополнительной литерой А. Суммарные сопротивления и проводимости между внешними узлами должны остаться неизменными. Нагрузочные узлы должны быть подразделены на параллельные динамическую (двигательную) и пассивную часть. Динамическая часть замещается сверхпереходными сопротивлениями как дополнительными исходными данными, и определяются сверхпереходные ЭДС после каждого расчета параметров режима.

Практическая часть

1. ЗРВ случайных аргументов (активные и реактивные мощности нагрузочных узлов $N_1, Q_1, \dots, N_i, Q_i, \dots$, активные мощности и напряжения генераторных узлов, $N_{r1}, Q_{r1}, \dots, N_{rk}, Q_{rk}, \dots$ величина и угол напряжения балансирующего узла U_6 и Φ_6) при отсутствии зависимости между активной и реактивной мощностями в нагрузочных узлах, активной мощностью и напряжением в генераторных узлах:

Для функции распределения вероятностей:

$$f_1(n_1), f_{1q}(q_1), \dots, f_i(n_i), f_{iq}(q_i), f_{r1}(n_{r1}),$$

$$f_{r1u}(u_{r1}), \dots, f_{rk}(n_{rk}), f_{rku}(u_{rk}). \quad (1)$$

Для плотности распределения вероятностей:

$$c_1(n_1), c_{1q}(q_1), \dots, c_i(n_i), c_{iq}(q_i), \dots,$$

$$c_{r1}(n_{r1}), c_{r1u}(u_{r1}), \dots, c_{rk}(n_{rk}), c_{rku}(u_{rk}). \quad (2)$$

Для балансирующего узла напряжение и угол приняты $U_6 = \text{const}$ и $\Phi_6 = 0$.

При нормальных ЗРВ и корреляционной зависимости между активной и реактивной мощностями нагрузочных узлов активной мощностью и напряжением генераторных узлов исходными данными являются безусловные и условные ФРВ и ПРВ обоих компонентов каждого узла, так как при формировании совместной ПРВ всех СА перемножаются безусловная ПРВ одного из компонентов каждого узла и условная ПРВ другого компонента этого узла. Обоснованное предпочтение обычно уделяется в качестве безусловного ЗРВ активной мощности узла, а условный ЗРВ достается реактивной мощности в нагрузочном узле, напряжению в генераторном узле, т. е.:

для функции распределения вероятностей:

$$f_1(n_1)f_{1q}^{n_1}\left(\frac{q_1}{n_1}\right), \dots, f_i(n_i)f_{iq}^{n_i}\left(\frac{q_i}{n_i}\right), f_{r1}(n_{r1})f_{r1u}^{n_{r1}}\left(\frac{u_{r1}}{n_{r1}}\right), \dots, f_{rk}(n_{rk})f_{rku}^{n_{rk}}\left(\frac{q_{rk}}{n_{rk}}\right); \quad (3)$$

для плотности распределения вероятностей:

$$c_1(n_1)c_{1q}^{n_1}\left(\frac{q_1}{n_1}\right), \dots, c_i(n_i)c_{iq}^{n_i}\left(\frac{q_i}{n_i}\right), c_{r1}(n_{r1})c_{r1u}^{n_{r1}}\left(\frac{u_{r1}}{n_{r1}}\right), \dots, c_{rk}(n_{rk})c_{rku}^{n_{rk}}\left(\frac{q_{rk}}{n_{rk}}\right). \quad (4)$$

Чтобы сформировать нормальные условные ФРВ и ПРВ, необходимо задание парных коэффициентов корреляции между активной и реактивной мощностями каждого нагрузочного узла $r(N_1, Q_1), \dots, r(N_i, Q_i), \dots$ и каждого генераторного узла $r(N_{r1}, Q_{r1}), \dots, r(N_{rk}, Q_{rk}), \dots$. Также для этой же цели необходимы математические ожидания (МО):

$$m(N_1), m(Q_1), \dots, m(N_i), m(Q_i), \dots, m(N_{r1}), m(Q_{r1}), \dots, m(N_{rk}), m(Q_{rk}), \dots \quad (5)$$

и среднеквадратические отклонения (СКО):

$$\sigma(N_1), \sigma(Q_1), \dots, \sigma(N_i), \sigma(Q_i), \dots, \sigma(N_{r1}), \sigma(Q_{r1}), \dots, \sigma(N_{rk}), \sigma(Q_{rk}), \dots \quad (6)$$

По перечисленным моментным характеристикам (моментам): при нормальных ЗРВ вычисляются МО и СКО условных нормальных ЗРВ $m(Q_1/N_1), \dots, m\left(\frac{Q_i}{N_i}\right), \dots, m\left(\frac{Q_{r1}}{N_{r1}}\right), \dots, m\left(\frac{Q_{rk}}{N_{rk}}\right), \dots$, например, для i -го нагрузочного узла:

$$m(Q_i/n_i) = m(Q_i) + r(N_i, Q_i) \frac{\sigma(Q_i)}{\sigma(N_i)} [n_i - m(N_i)]; \quad (7)$$

$$\sigma(Q_i/n_i) = \sigma(Q_i) \sqrt{1 - r^2(N_i, Q_i)}. \quad (8)$$

2. Выбор количества и самих значений порядков квантилей [2] ФРВ случайных аргументов из диапазона $[0, 1]$: $0, p_1, \dots, p_j, \dots, 1$ с равномерным шагом.

3. Подготовка базовой системы [10] квантилей СА одного порядка и составляющих ПРВ параметров режимов: потоков активной и реактивной мощности в ветвях, величин и углов напряжений в узлах – первая задача; электрических величин при повреждениях: полных токов и их симметричных составляющих, отношений остаточных напряжений в узлах присоединений линий к компенсированным нулевой последовательностью токам в головных ветвях линий, высоковольтных вводах трансформаторных элементов – вторая задача. Базовая система выделена только для того, чтобы построить дискретную систему значений всех ФЗ, каждой в своем фактическом естественном диапазоне, которые используются как критерии перебора. Решение разворачивается для всех вариантов квантилей СА одинакового порядка для случаев отсутствия зависимостей между парами компонентов в узлах и при наличии между этими парами корреляционной зависимости.

Порядок 0

При отсутствии зависимости между компонентами в узлах сети:

квантили нулевого порядка СА:

$$n_{10} = f_1^{-1}(0), q_{10} = f_{1q}^{-1}(0), \dots, n_{i0} = f_{i1}^{-1}(0), q_{i0} = f_{iq}^{-1}(0), \dots, \\ n_{r10} = f_{r1}^{-1}(0), u_{r10} = f_{r1u}^{-1}(0), \dots, n_{rk0} = f_{rk}^{-1}(0), u_{rk0} = f_{rku}^{-1}(0); \quad (9)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка:

$$c_1(n_{10}), c_{1q}(q_{10}), \dots, c_i(n_{i0}), c_{iq}(q_{i0}), \dots, c_{r1}(n_{r10}), c_{r1u}(u_{r10}), \dots, c_{rk}(n_{rk0}), c_{rku}(u_{rk0}); \quad (10)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка:

$$c_1(n_{10}) \cdot c_{1q}(q_{10}), \dots, c_i(n_{i0}) \cdot c_{iq}(q_{i0}), \dots, c_{r1}(n_{r10}) \cdot c_{r1u}(u_{r10}), \dots, c_{rk}(n_{rk0}) \cdot c_{rku}(u_{rk0}). \quad (11)$$

При наличии между парами компонентов в узлах корреляционной зависимости:

квантили нулевого порядка:

$$n_{10} = f_1^{-1}(0), q_{10} = (f_{1q}^{n_1})^{-1}(0), \dots, n_{i0} = f_{i1}^{-1}(0), q_{i0} = (f_{iq}^{n_i})^{-1}(0), \dots, \\ n_{r10} = f_{r1}^{-1}(0), u_{r10} = (f_{r1u}^{r_1})^{-1}(0), \dots, n_{rk0} = f_{rk}^{-1}(0), u_{rk0} = (f_{rku}^{r_k})^{-1}(0); \quad (12)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка:

$$c_1(n_{10}), c_{1q}^{n_1}(q_{10}/n_{10}), \dots, c_i(n_{i0}), c_{iq}^{n_i}(q_{i0}/n_{i0}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10}), c_{r1u}^{r_1}(u_{r10}/n_{r10}), \dots, c_{rk}(n_{rk0}), c_{rku}^{r_k}(u_{rk0}/n_{rk0}); \quad (13)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка:

$$c_1(n_{10}) \cdot c_{1q}^{n_1}(q_{10}/n_{10}), \dots, c_i(n_{i0}) \cdot c_{iq}^{n_i}(q_{i0}/n_{i0}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10}) \cdot c_{r1u}^{r_1}(u_{r10}/n_{r10}), \dots, c_{rk}(n_{rk0}) \cdot c_{rku}^{r_k}(u_{rk0}/n_{rk0}). \quad (14)$$

Выполняется программно-вычислительный итерационный процесс по расчету параметров режимов с вариантом исходных данных в виде квантилей нулевого порядка. В результате получаются первые значения ФЗ из их диапазонов как параметры режимов типа потоков активной и реактивной мощностей у внешних

концов ветвей продольных элементов (головных ветвей линий), величин и углов напряжений узлов, активной и реактивной мощностей, величин и углов токов генераторных и двигатель-нагрузочных узлов. По величинам и углам напряжений и токов генераторных и двигатель-нагрузочных узлов и сверхпереходным сопротивлениям динамических ветвей определяются величины и углы сверхпереходных ЭДС. Полученные параметры режимов и далее рассчитанные сверхпереходные ЭДС ассоциированы с квантилями СА порядка 0 и сами являются квантилями ФЗ.

Реализуются интересующие коммутации и места повреждений в совмещенной схеме прямой обратной и нулевой последовательности в районе сети и интересующие ФЗ, необходимые с точки зрения релейной защиты и автоматики (РЗА) [11].

Запускается другой программно-вычислительный итерационный процесс по расчету интересующих электрических величин при повреждениях и их отношений (полных сопротивлений). Далее могут быть проведены расчеты еще некоторых интересующих дополнительных ФЗ на основе всех ранее полученных ФЗ, ассоциированных с квантилями всех СА нулевого порядка. Полученные значения всех ФЗ являются квантилями неизвестного порядка, а сумма совместных ПРВ случайных аргументов всевозможных порядков по критерию одного и того же значения каждой ФЗ в последующем переборе квантилей СА всех вариантов порядков обеспечивает в случае дискретного континуума СА формирование значений ПРВ каждой ФЗ, и неизвестные порядки искомым квантилей ФЗ, т. е. ФРВ функциональных зависимостей, постепенно будут приближаться к предельным значениям в условиях принятой дискретизации СА. Полученные совместные ПРВ являются вероятностными составляющими, которые в случае непрерывного континуума могут сформировать истинные значения ПРВ [12] функциональных зависимостей.

Порядок p_1

При отсутствии зависимости между компонентами в узлах:

квантили порядка p_1 :

$$\begin{aligned} n_{1p_1} = f_{11}^{-1}(p_1), q_{1p_1} = f_{1q}^{-1}(p_1), \dots, n_{ip_1} = f_{ip_1}^{-1}(p_1), q_{ip_1} = f_{iq}^{-1}(p_1), \dots, \\ n_{r_1p_1} = f_{r_1}^{-1}(p_1), u_{r_1p_1} = f_{r_1u}^{-1}(p_1), \dots, n_{rkp_1} = f_{rk}^{-1}(p_1), u_{rkp_1} = f_{rku}^{-1}(p_1); \end{aligned} \quad (15)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка p_1 :

$$c_1(n_{1p_1}), c_{1q}(q_{1p_1}), \dots, c_i(n_{ip_1}), c_{iq}(q_{ip_1}), \dots, c_{r_1}(n_{r_1p_1}), c_{r_1u}(u_{r_1p_1}), \dots, c_{rk}(n_{rkp_1}), c_{rku}(q_{rkp_1}); \quad (16)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА порядка p_1 :

$$c_1(n_{1p_1}) \cdot c_{1q}(q_{1p_1}), \dots, c_i(n_{ip_1}) \cdot c_{iq}(q_{ip_1}), \dots, c_{r_1}(n_{r_1p_1}) \cdot c_{r_1u}(u_{r_1p_1}), \dots, c_{rk}(n_{rkp_1}) \cdot c_{rku}(q_{rkp_1}). \quad (17)$$

При наличии между парами компонентов в узлах корреляционной зависимости:

квантили порядка p_1 :

$$\begin{aligned} n_{1p_1} = f_{11}^{-1}(p_1), q_{1p_1} = (f_{1q}^{n_1})^{-1}(p_1), \dots, n_{ip_1} = f_{i1}^{-1}(p_1), q_{ip_1} = (f_{iq}^{n_i})^{-1}(p_1), \dots, \\ n_{r_1p_1} = f_{r_1}^{-1}(p_1), u_{r_1p_1} = (f_{r_1u}^{r_1})^{-1}(p_1), \dots, n_{rkp_1} = f_{rk}^{-1}(p_1), u_{rkp_1} = (f_{rku}^{rk})^{-1}(p_1); \end{aligned} \quad (18)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА порядка p_1 :

$$\begin{aligned} c_1(n_{1p_1}), c_{1q}^{n_1}(q_{1p_1}/n_{1p_1}), \dots, c_i(n_{ip_1}), c_{iq}^{n_i}(q_{ip_1}/n_{ip_1}), \dots, \\ c_{r_1}(n_{r_1p_1}), c_{r_1u}^{r_1}(u_{r_1p_1}/n_{r_1p_1}), \dots, c_{rk}(n_{rkp_1}), c_{rku}^{rk}(u_{rkp_1}/n_{rkp_1}); \end{aligned} \quad (19)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА нулевого порядка p_1 :

$$\begin{aligned} c_1(n_{1p_1}) \cdot c_{1q}^{n_1}(q_{1p_1}/n_{1p_1}), \dots, c_i(n_{ip_1}) \cdot c_{iq}^{n_i}(q_{ip_1}/n_{ip_1}), \dots, \\ c_{r_1}(n_{r_1p_1}) \cdot c_{r_1u}^{r_1}(u_{r_1p_1}/n_{r_1p_1}), \dots, c_{rk}(n_{rkp_1}) \cdot c_{rku}^{rk}(u_{rkp_1}/n_{rkp_1}). \end{aligned} \quad (20)$$

Далее также выполняются вышеприведенные программно-вычислительные итерационные процессы для порядка p_1 . Перечень действий, преобразований, процедур с дальнейшими квантилями СА одинакового порядка $\dots, p_j, \dots, 1$ (базовая система СА) будет аналогичным, как и при приведенных выше квантилях нулевого порядка и порядка p_1 . После осуществления вычислений с квантилями СА одинакового порядка по всему диапазону порядков $0, p_1, \dots, p_j, \dots, 1$ становятся известными все дискретные значения всех ФЗ в первой (параметры режимов) и второй (электрические величины при повреждениях в сети) задачах, но как квантилей неизвестных порядков. Эти порядки будут формироваться в алгоритме перебора вариантов СА. По окончании базовой процедуры при каждом значении каждой ФЗ имеет место инициализация в виде совместной ПРВ всех СА как квантилей одного порядка $0, p_1, \dots, p_j, \dots, 1$.

4. Далее начинается перебор всех вариантов квантилей СА разных порядков. При переборе всех вариантов квантилей СА разных и всевозможных порядков по критерию равенства каждой ФЗ от значений этих квантилей первоначальному значению ФЗ при квантилях СА одного порядка значения совместных ПРВ от значений этих же квантилей суммируются. Поэтому для завершения описания излагаемого алгоритма

в настоящей работе ниже приводится один конкретный вариант действий с квантилями СА порядков $0; \dots; 0,07; \dots; 0,12; \dots; 0,78; \dots; 0,19; \dots; 0,56; \dots; 0,75; \dots; 0,91; \dots; 1$.

При отсутствии зависимости между компонентами в узлах:

$$n_{10} = f_1^{-1}(0), q_{10,07} = f_{1q}^{-1}(0,07), \dots, n_{i0,91} = f_{i1}^{-1}(0,91), q_{i0,75} = f_{iq}^{-1}(0,75), \dots, \\ n_{r10,78} = f_{r1}^{-1}(0,78), u_{r10,12} = f_{r1u}^{-1}(0,12), \dots, n_{rk0,56} = f_{rk}^{-1}(0,56), u_{rk0,91} = f_{rku}^{-1}(0,91); \quad (21)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА разных порядков:

$$c_1(n_{10}), c_{1q}(q_{10,07}), \dots, c_i(n_{i0,12}), c_{iq}(q_{i0,78}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10,19}), c_{r1u}(u_{r10,56}), \dots, c_{rk}(n_{rk0,75}), c_{rku}(q_{rk0,91}); \quad (22)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА разных порядков:

$$c_1(n_{10}) \cdot c_{1q}(q_{10,07}), \dots, c_i(n_{i0,12}) \cdot c_{iq}(q_{i0,78}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10,19}) \cdot c_{r1u}(u_{r10,56}), \dots, c_{rk}(n_{rk0,75}) \cdot c_{rku}(q_{rk0,91}). \quad (23)$$

При наличии между парами компонентов в узлах корреляционной зависимости:

квантили разных порядков:

$$n_{10} = f_1^{-1}(0), q_{10} = (f_{1q}^{n_1})^{-1}(0), \dots, n_{i0,12} = f_{i1}^{-1}(0,12), q_{(i+1)78} = f_{(i+1)q}^{-1}(0,78), \dots, \\ n_{0,15} = f_{i1}^{-1}(0,15), q_{i0,15} = (f_{iq}^{n_i})^{-1}(0,15), \dots, n_{r10,19} = f_{r1}^{-1}(0,19), u_{r1u0,56} = (f_{r1u}^{n_{r1}})^{-1}(0,56), \dots, \\ n_{rk0,78} = f_{rk}^{-1}(0,78), u_{(rk+1)0,91} = f_{(rk+1)u}^{-1}(0,91); \quad (24)$$

значения ПРВ случайных аргументов от квантилей СА разных порядков:

$$c_1(n_{10}), c_{1q}^{n_1}(q_{10}/n_{10}), \dots, c_i(n_{i0,12}), c_{iq}^{n_i}(q_{i0,12}/n_{i0,12}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10,19}), c_{r1u}^{n_{r1}}(u_{r10,19}/n_{r10,19}), \dots, c_{rk}(n_{rk0,78}), c_{(rk+1)u}(u_{(rk+1)0,91}); \quad (25)$$

значение совместной ПРВ случайных аргументов от квантилей СА разных порядков:

$$c_1(n_{10}) \cdot c_{1q}^{n_1}(q_{10}/n_{10}), \dots, c_i(n_{i0,12}) \cdot c_{iq}^{n_i}(q_{i0,12}/n_{i0,12}), \dots, \\ c_{r1}(n_{r10,19}) \cdot c_{r1u}^{n_{r1}}(u_{r10,19}/n_{r10,19}), \dots, c_{rk}(n_{rk0,78}) \cdot c_{(rk+1)u}(u_{(rk+1)0,91}). \quad (26)$$

Выполняется ряд программно-вычислительных итерационных процессов по расчету параметров режимов с вариантом исходных данных как квантилей разных порядков из обозначенного ряда. Полученные значения всех ФЗ в виде параметров режимов, электрических величин при повреждениях, дополнительно рассчитанных ФЗ являются по-прежнему квантилями неизвестного порядка, но величины ФЗ жестко фиксированы как в процессе базового совмещения всех СА одного порядка, так и в процессе и при совмещении квантилей разных порядков. Сумма же совместных ПРВ случайных аргументов каждого из всевозможных порядков по критерию одного и того же значения каждой ФЗ в переборе всех вариантов СА обеспечивает в условиях принятой дискретизации СА (конечный дискретный континуум) формирование нарастающих значений одномерных ПРВ каждой ФЗ. Неизвестные порядки искоемых квантилей ФЗ, т. е. ФРВ, определенные через ПРВ функциональных зависимостей, постепенно будут приближаться при переборе всех квантилей СА к предельным значениям ПРВ этих зависимостей, которые меньше истинных значений в условиях принятой дискретизации СА.

Заключение

Значения искомой одномерной ПРВ [2] каждой функциональной зависимости по окончании перебора всех значений совместной ПРВ системы аргументов не будут достигнуты, так как в переборе значений ФЗ в системе дискретных СА формирование значений каждой ФЗ, а значит и ее одномерной ПРВ, принимают участие не все значения совместной ПРВ каждого многомерного интервала СА, определяемого дискретизацией, а только одно – как представитель этого интервала. Поэтому полученные значения ПРВ каждой ФЗ будут ниже истинных ее значений. Но соотношение между истинными и полученными значениями ПРВ каждой ФЗ будут одинаковы [13], так как достоверность формирования значений ПРВ определяется одними и теми же условиями дискретизации и независимым алгоритмом выбора. Поэтому соотношение между истинными и полученными после перебора значениями ПРВ каждой ФЗ будет одинаковым для любого значения ФЗ, в том числе и для максимального значения ФЗ, при котором значение ФРВ каждой ФЗ равно единице.

Полученные значения вероятностных характеристик каждой ФЗ при дискретных квантилях СА являются истинными в рамках дискретизации законами распределения вероятностей всех ФЗ (параметров режимов и электрических величин при повреждениях), а совместные ПРВ случайных аргументов являются вероятностными составляющими, которые в идеальном случае (непрерывный континуум) [14] могли бы сформировать истинные значения ПРВ и ФРВ функциональных зависимостей.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, грант № 14.У30.18.2379-МК

Литература

1. Вероятностный метод селекции границ интервалов данных для задач электроэнергетики / А.В. Шмойлов, Л.В. Кривова, Е.И. Стоянов, К.В. Игнатъев // Изв. вузов. Проблемы энергетики. – 2008. – № 7-8-1. – С. 144–155.

2. Венцель, Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е.С. Венцель. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

3. Бай, Ю.Д. Анализ возможностей предлагаемого метода селекции границ интервалов входных и выходных данных для получения вероятностных характеристик функциональных зависимостей задач электроэнергетики / Ю.Д. Бай, А.В. Шмойлов // Материалы VII международной научно-технической конференции «Электротехнические преобразователи энергии». – 2015. – С. 147–153.

4. Андронов, А.М. Теория вероятностей и математическая статистика / А.М. Андронов, Е.А. Копытов, Л.Я. Гринглаз. – М.: Питер, 2004. – 460 с.

5. Обоскалов, В.П. Применение вероятностно-статистических методов и теории графов в электроэнергетике: учеб. пособие / В.П. Обоскалов, С.Е. Кокин, И.Л. Курпикова. – Екатеринбург: УрФУ, 2016. – 276 с.

6. Bay, Y.D. The Selection of Interval Boundaries of Input and Output Data Method for Obtaining Complete Probabilistic Characteristics / Y.D. Bay //

MATEC Web of Conferences. – 2017. – Vol. 141. – P. 1–4. DOI: 10.1051/mateconf/201714101037

7. Rodgers, J.L. Thirteen Ways to Look at the Correlation Coefficient / J.L. Rodgers, W.A. Nicewander // *The American Statistician.* – 1988. – Vol. 42, no. 1. – P. 59–66. DOI: 10.2307/2685263

8. Электроэнергетические системы в приборах и задачах / В.А. Веников, Ю.Н. Астахов, В.В. Ежков и др.; под ред. В.А. Веникова. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 504 с.

9. Ульянов, С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах: учеб. для электротехнических и энергетических вузов и факультетов / С.А. Ульянов. – М.: Энергия, 1970. – 520 с.

10. Прутик, А.Ф. Метод селекции границ интервалов данных для определения законов распределения функциональных зависимостей / А.Ф. Прутик, М. Чан, А.В. Шмойлов // *Электроэнергия: от получения и распределения до эффективного использования: материалы всерос. науч.-техн. конф.* – 2010. – С. 190–192.

11. Воронай, Н.И. Надежность систем электроснабжения: конспект лекций / Н.И. Воронай. – Новосибирск: Наука, 2006. – 205 с.

12. Hsu, J.C. Multiple Comparisons / J.C. Hsu. – London: Chapman and Hall, 1996. – 277 p.

13. Genz, A. Numerical Computation of the Multivariate Normal Probabilities / A. Genz // *Journal of Computational and Graphical Statistics.* – 1992. – Vol. 1. – P. 141–150. DOI: 10.2307/1390838

14. Седов, Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 492 с.

Бай Юлий Дмитриевич, ассистент Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; nodius@tpu.ru.

Шмойлов Анатолий Васильевич, канд. техн. наук, доцент Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; shm_av@rambler.ru.

Андреев Михаил Владимирович, канд. техн. наук, доцент Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, заведующий научно-исследовательской лабораторией «Моделирование электроэнергетических систем», Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; andreevmv@tpu.ru.

Суворов Алексей Александрович, ассистент Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; suvovogaa@tpu.ru.

Киевец Антон Владимирович, аспирант Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; kievec.v.l@gmail.com.

Разживин Игорь Андреевич, ассистент Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск; lionrash@tpu.ru.

Поступила в редакцию 19 сентября 2018 г.

ALGORITHM OF PROBABILITY DISTRIBUTION LAW FOR STEADY STATE MODE AND FAULT CONDITION PARAMETERS OF ELECTRIC POWER SYSTEM

J.D. Bay, *nodius@tpu.ru*,
A.V. Shmoilov, *shm_av@rambler.ru*,
M.V. Andreev, *andreevmv@tpu.ru*,
A.A. Suvorov, *suvorovaa@tpu.ru*,
A.V. Kievets, *kievec.v.l@gmail.com*,
I.A. Razzhivin, *lionrash@tpu.ru*

Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

While considering certain problems in the electric power industry, the considered parameters, i.e. Steady State Mode and Fault Condition Parameters, operating values, etc. are the functional dependents of many arguments. Establishing the full probabilistic characteristics shall work to build up the understanding of all possible states, in which an object can exist. The challenge of their obtaining lies in the complexity of accounting for all the relationships between the random initial data when solving classical statistical methods, which does not have a full solution.

The article presents the algorithms developed to apply the selection of interval boundaries of input and output data method to determine the probability distribution law for steady state mode and fault condition parameters of electric power system. A peculiar feature of these algorithms is the use of a universal total of random initial data consisting of quantiles of discrete orders. Thus, the number of universe general total variants can be substantially reduced, but the accuracy of the probabilistic characteristics formation is unchanged.

The tasks were solved using the probability theory statement and mathematical statistics particularly in power engineering, numerical optimization methods. Also, MATLAB software package was used to solve the technical calculation problems.

Determining the probabilistic characteristics of electrical dependencies in nondeterminate form allows executing the calculations practice in the electric power industry and electrical engineering, when the results are full and guaranteed, which allows for objective and reliable optimization and the precision of risks and accident event assessment. Software algorithms implementation solve a number of practical tasks, such as determining the probability laws for the risks of overload, emergency loss, and destruction.

Keywords: electric power system, numerical methods, probability distribution law, random variable, quantile, functional dependency.

References

1. Shmoilov A.V., Krivova L.V., Stoyanov E.I., Ignat'yev K.V. [The Selection of the Boundaries of Data Intervals Probabilistic Method for the Power Industry Tasks]. *Izv. vuzov. Problemy Energetiki* [Proceedings of Higher Educational Establishments. Energy Problems], 2008, no. 7-8-1, pp. 144–155. (in Russ.)
2. Venttsel' E.S. *Teoriya Veroyatnostey: ucheb. dlya vuzov* [Probability Theory: Proc. for Universities]. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 1999. 576 p.
3. Bay Yu.D., Shmoilov A.V. [Analysis of the Possibilities of the Selection of the Boundaries of Input and Output Data Intervals Method for Obtaining Probabilistic Characteristics of Functional Dependences of Electric Power Industry Tasks]. *Materialy VII Mezhdunarodnoy Nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Elektrotekhnicheskiye Preobrazovateli Energii"* [Proceedings of the VII International Scientific and Technical Conference "Electrotechnical Energy Converters"], 2015, pp. 147–153. (in Russ.)
4. Andronov A.M., Kopytov E.A., Gringlaz L.Ya. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. St. Petersburg, Piter Publ., 2004. 460 p.
5. Oboskalov V.P., Kokin S.E., Kirpikova I.L. *Primeneniye veroyatnostno-statisticheskikh metodov i teorii grafov v elektroenergetike: ucheb. posobiye* [The Application of Probability-Statistical Methods and Graph Theory in the Electric Power Industry: Textbook]. Ekaterinburg, UrFU Publ., 2016. 276 p.
6. Bay Y.D. The Selection of Interval Boundaries of Input and Output Data Method for Obtaining Complete Probabilistic Characteristics. *MATEC Web of Conferences*, 2017, vol. 141, pp. 1–4. DOI: 10.1051/mateconf/201714101037
7. Rodgers J.L., Nicewander W.A. Thirteen Ways to Look at the Correlation Coefficient. *The American Statistician*, 1988, vol. 42, no. 1, pp. 59–66. DOI: 10.2307/2685263

8. Venikov V.A. (Ed.) *Elektroenergeticheskiye sistemy v primerakh i zadachakh* [Electric Power Systems Examples and Tasks]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 504 p.
9. Ul'yanov S.A. *Elektromagnitnyye perekhodnyye protsessy v elektricheskikh sistemakh: uchebnik dlya elektrotekhnicheskikh i energeticheskikh vuzov i fakul'tetov* [Electromagnetic Transients in Electrical Systems. Textbook for Electrical and Energy Universities and Faculties]. Moscow, Energy Publ., 1970. 520 p.
10. Prutik A.F., Chan M., Shmoylov A.V. [The Selection of the Boundaries of Data Intervals Probabilistic Method for Obtaining Full Probability Characteristics]. *Elektroenergiya: ot polucheniya i raspredeleniya do effektivnogo ispol'zovaniya: materialy vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Electricity: From Reception and Distribution to Effective Use: Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference], 2010, pp. 190–192. (in Russ.)
11. Voropay N.I. *Nadezhnost' Sistem Elektrosnabzheniya: konspekt lektsiy* [Reliability of Power Supply Systems. Lecture Notes]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2006. 205 p.
12. Hsu J.C. *Multiple Comparisons*. London, Chapman and Hall, 1996. 277 p.
13. Genz A. Numerical Computation of the Multivariate Normal Probabilities. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1992, vol. 1, pp. 141–150. DOI: 10.2307/1390838
14. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1973, vol. 1. 492 p.

Received 19 September 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Алгоритм определения законов распределения вероятностей параметров режимов и электрических величин при повреждениях в электрических сетях энергосистем / Ю.Д. Бай, А.В. Шмойлов, М.В. Андреев и др. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 13–21. DOI: 10.14529/power180402

FOR CITATION

Bay J.D., Shmoilov A.V., Andreev M.V., Suvorov A.A., Kievets A.V., Razzhivin I.A. Algorithm of Probability Distribution Law for Steady State Mode and Fault Condition Parameters of Electric Power System. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 13–21. (in Russ.) DOI: 10.14529/power180402